

1367 144 pagine delle quali le 1-4 non sono numerate, e le 5-144 sono numerate coi numeri 1-140.

TRATTATO
DEL MODO BREVISSIMO
Di trouare la Radice quadra delli numeri,

Et Regole da approſſimarſi di continuo al vero nelle Radici de' numeri non quadrati, con le cauſe, & inuentioni loro,

Et anco il modo di pigliarne la Radice cuba, applicando il tutto alle OPERATIONI MILITARI, *& altre.*

Di PIETRO ANTONIO CATALDI Lettore delle Scienze Mathematiche nello Studio di Bologna.

All'Illuſtriſſimo Signore, & Padrone Colendiſſimo

FRA LODOVICO MARISCOTTI

Conte, & Caualliero Hieroſolimitano,

Gentilhuomo di Camera del Sereniſſimo Sig. Duca di Sauoia, & ſtipendiato dalla Sacra Maeſtà del Rè Catolico.



IN BOLOGNA

Appreſſo Bartolomeo Cochi. M. DC. XIII.

Con licenza de' Superiori.

Don Marcellus Baldassinus Clericus regularis Sancti Pauli, pro Illustrissimo, & Reuerendissimo Archiepiscopo Bonon.

Imprimatur.

Fr. Sixtus Lector, S. Inquisitionis Bonon. Not.

QVAS non virtutes, quæ non prægrandia facta,
Corporis, atq; animi, cernimus effigie?



All'Illustriss. Sig. & Padrone Colendissimo
FRA LODOVICO MARISCOTTI
Conte, & Caualliero Hierosolimitano,
Gentilhuomo di Camera del Serenissimo Signor Duca di Sauoia, & stipendiato dalla Sacra Maestà del Rè Catolico.

L'ANTICA seruitù mia con l'Illustrissima Casa Mariscotti, & particolarmente con la persona Sua, mi hà mosso à presentare à V. S. Illustrissima parte delle mie fatiche, come appartenenti ancora all'Arte Militare, alla quale Ella per propria elettione, lasciando gl'agi domestici, se bene Maiorasco, s'è totalmente dedicata, solo per acquistar gloria, come benissimo ne rende piena testimonianza il valor Suo, con li prosperi successi, à quali per giungere, si è sempre affaticata, trauagliando nelle guerre d'Vngaria, di Fiandra, & ne i seruitij di Malta, come al presente non tralascia di continuare, seguitando pure li vestigij di tanti segnalati Caualliери sì in armi, come in lettere della Illustrissima Sua Casa: onde stimando io il nascimento, & Virtù Sue, qualitadi veramente degne d'esser premiate da qual si voglia Potentato, gl'inuio, & dedico questa mia Opera di numeri, con essempij alle Operationi Militari, acciò sij illustrata dal Suo glorioso nome, in segno della molta riuerenza gli professo, che per fine humilmente basciandoli le mani, le prego da N. S. Dio ogni augumento di salute.

Di V. S. Illustrissima

Humilissimo, & deditissimo Seruitore

Pietro Antonio Cataldi.

AD ILLVSTRISSIMVM COMITEM AC EQVITEM FR. LVDOVICVM MARISCOTTVM.

IOANNES ALBANVS BONON.

HÆC tibi debentur præclari scripta Cataldi
LVDOVICE potens viribus, ingenio,
Clara tui virtus, maiorum fama tuorum
Sic hominum mentes, sic animosq; trahit;
Et tua progenies quos non deuincit amore,
Cum calamo, & gladio, splendida vbiq; micet?
Et tua facta viros quos non deflectere possunt,
Queis populo, magnis Principibusq; places?
Nil mirum est igitur tibi si isthæc dedicet auctor,
Deuincti vt signum munera sint animi.

AD LECTORES.

EIVSDEM.

CORPORE dum Petrus, dictu mirabile, languet,
Viuida quam sanæ munera mentis habet?
Quot perdocta dedit nullum peritura per æuum?
Quot clam subripuit mens inimica nimis?
His tamen assiduus non deficit in noua scripta,
Vt reseret magnos, quæ latuere viros;
Tot de mensuris, numerisq; tot abdita scripsit,
Tot dedit, vt nemo promere plura queat;
Cataldo o dociles quantum debemus amici?
Miscuit hic nobis vtilitate decus.

DIFFINITIONE DELLA RADICE QVADRA,

ò quello, che sia la Radice quadra d'alcun numero, ò quantità data.

LA Radice quadra d'vna quantità data A, si intende essere quella quantità B, quale moltiplicata in se medesima *(cioè B, via B,)* produca la A, data. Per esempio, la radice quadra di 64 A, si dice essere quell'8 B, che moltiplicato in se medesmo *(cioè 8. via 8.)* produce il 64 A, similmente nelli rotti, la ℞ di $\frac{25}{36}$ A, si dice essere quel $\frac{5}{6}$ B, che moltiplicato in se medesimo *(cioè $\frac{5}{6}$. via $\frac{5}{6}$.)* produce il $\frac{25}{36}$ A. Et nelli misti d'intiero, & rotto, la ℞ quadra di $30\frac{1}{4}$ A, si dice essere quel $5\frac{1}{2}$ B, che moltiplicato in se medesimo *(cioè $5\frac{1}{2}$. via $5\frac{1}{2}$.)* produce il $30\frac{1}{4}$ A. Ancora nelle quantità irrationali, la ℞ quadra di 7 p̃ ℞ 48 A, si dice essere quel 2 p̃ ℞ 3 B, che moltiplicato in se stesso *(cioè 2 p̃ ℞ 3. via 2 p̃ ℞ 3.)* produce A 7 p̃ ℞ 48. Et così in ogn'altra quantità, sia di qual si vogli qualità, la sua ℞ quadra si dice essere quella quantità B, che moltiplicata in se medesima, produce la A; Ma noi hora lassando questa vniuersalissima Diffinitione, & attendẽdo solo alli numeri rationali, cioè intieri, ò rotti, ò misti d'intiero, & rotto; Et per maggiore dilucidatione, trattando prima de i numeri quadrati, diremo, che fra le innumerabili spetie delli numeri se ne troua vna, che contiene i numeri quadrati, & essi numeri quadrati sono quelli, quali sono prodotti dal moltiplicare qual si vogli numero in se medesimo, ò vogliamo dire, de' quali si può trouare alcun numero, che moltiplicato in se medesimo gli produca; Cioè numero quadrato è quello, del quale si può trouare alcun num. B, che moltiplicato in se stesso lo produca, ò vogliamo dire, che può essere prodotto dal moltiplicare qualche num. in se medesimo; O *(come communemente si dice)* che nasce à moltiplicare alcun num. in se medesimo; Et quel num. B, che moltiplicato in se stesso produce il num quadrato A, si dice essere ℞ quadrata d'esso num. quadrato A; Et perche, se bene innumerabili sono i num. quadrati, & intieri, & rotti, & misti *(poiche & il numero, & l'ordine delli numeri di qual si vogli sorte procede in infinito)* innumerabili ancora sono i numeri non quadrati, cioè di alcuno de' quali non si può trouare alcun num. che moltiplicato in se stesso gli produca, come per esempio ne gl'intieri, cominciando da 1. & seguendo à 100. solo dieci sono li quadrati, cioè 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. le ℞ quadrate de' quali si dicono essere 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. perche B 1. moltiplicato in se stesso, cioè 1. via 1. produce A 1. suo quadrato, & B 2. via B 2. produce A 4. suo quadrato, & così seguendo; Tutti gli altri numeri intieri mò fra 1. & 100. *(remossi li dieci quadrati detti)* cioè 2. 3. 5. 6. 7. 8. 10. 11. &c. sono non quadrati, perche non si può trouare alcun num. B, che moltiplicato in se stesso, produca alcun d'essi, & perciò nõ si può trouare la ℞ quadra precise d'alcun di loro, dico precise, perche preso poniamo 7 A, se bene non si troua alcun num. che moltiplicato in se medesimo, produca 7. se ne possono nondimeno trouare innumerabili, che moltiplicati in se stessi, eccederanno di poco il 7. ò mancaranno di poco ad esso 7. come, fra gl'eccedenti possono essere $2\frac{3}{4}$. $2\frac{7}{10}$. $2\frac{2}{3}$. & altri, che anco continuamente haueranno i loro prodotti ($7\frac{9}{16}$. $7\frac{29}{100}$. $7\frac{1}{9}$.) più vicini al 7. l'vno dell'altro; & ciascuno di questi si potrà chiamare ℞ propinqua eccedente del 7 A. Che de gli scarsi potranno essere $2\frac{3}{5}$. $2\frac{5}{8}$. $2\frac{7}{11}$. & altri, che anco continuamẽte haueranno i loro prodotti ($6\frac{19}{25}$. $6\frac{57}{64}$. $6\frac{115}{121}$.) più vicini al 7. Et ciascuno di questi si potrà anco chiamare ℞ propinqua scarsa di 7 A. Queste radici propinque mò, ò scarse, ò eccedẽti de' numeri non quadrati, & di cõtinuo più vicine al vero inesplicabile, irreperibile, si mostra in questo Trattato d'andar trouando, & perche i numeri A, dati, così quadrati, come non quadrati possono essere grandi quanto si vogli, & contenuti da molte figure, & che perciò le loro ℞ quadrate B, ò precise, essendo li A, quadrati, ò non precise, essendo li A, non quadrati, saranno contenute da due, ò tre, ò più numero di figure, si principia à mostrare come ciascuna d'esse figure del B, si troui con Regola vniuersale, & breuissima. Supponendo hora per commodità, che si sappia il modo lungo ordinario, quale nondimeno con la causa d'esso per intiera intelligenza de gli Studenti si è posta nel fine del presente Trattato *(nel qual luogo potranno prima studiarla & intenderla)* che quando io succintamente lo feci, mi proposi di scriuere alli già esperti nel trouare la ℞ delli numeri, onde solo nel fine risolsi di sodisfare anco alli principianti, & à tutti in vniuersale, che desiderano conoscere la causa delle Operationi, & di doue naschino, ò deriuino le Regole loro.

 Modo

Modo breuissimo di pigliare la Radice quadra delli numeri.

PROPOSTO 75284164235. da pigliarne la Radice quadra, puntato esso numero al solito, pigliaremo la radice fino alli dui primi punti, il che con facilità si fà à mente, che hora di 752. la radice è 27. (*che 27. via 27. fà 729.*) & auanza 23. quale auanzo si scriua al suo luogo sotto alla riga rincontro al 752. poi al 23. detto accompagnaremo l'8. seguente superiore con la mente; cioè supponendo, che doppo al 23. seguiti l'8. che farà 238. & si vegga quante volte nel 238. entri il doppio del 27. trouato, con conditione, che dal restante accompagnato al 4. seguente superiore puntato, si possa cauare il quadrato del numero delle volte, che il doppio del 27. sarà entrato nel 238; Ma per non hauere à doppiare il 27. noi potiamo vedere quante volte detto 27. entra in 238. & poi pigliare la mità d'esso auuenimento; onde diremo 2. in 23. entra 10. volte, & auanza 3. che con l'8. seguente fà 38. ma 7. seguente del 27. in 38. non può entrare le medesime 10. volte, però vedremo se il 27. in 238. entri 8. volte (*che 9. volte non occorre à prouare, perche la mità di 9. non saria numero intiero, ne faria à nostro proposito; poiche douendo il doppio di 27. entrare, ò 1. volta, ò 2. volte, ò 3. ò 4. ò 5. ò 6. ò 7. ò 8. ò 9. volte in qualche numero, conuerrà prouare se esso 27. semplicemente entra nel medesmo numero, ò 2. volte, ò 4. ò 6. ò 8. ò 10. ò 12. ò 14. ò 16. ò 18. volte (numeri di volte doppij alli 9. sopradetti) che cercando altro numero di volte saria superfluo*) però diremo, 2. in 23. entra 8. volte, & auanza 7. che inteso, accompagnato all'8. seguente fà 78. nel qual 78. il 7. seguente del 27. entra anco egli 8. volte, & auanza molto, onde dal composto d'esso auanzo, accompagnato al 4. puntato, si potrà cauare il quadrato della mità di dette 8. volte, però 8. è buono, & la sua mità, cioè 4. è la figura, che cerchiamo da scriuere fra le righe sotto al 4. puntato, & hora per trouare l'auanzo da scriuere in margine, moltiplicaremo questo 4. in se stesso, & fà 16. qual 16. cauaremo dal 4. puntato, & perche non si può (*prestandoli tante decine quante li bisognano*) lo cauaremo da 24. che resta 8. da scriuere sotto alla righetta tirata in margine, & auanza 2. (*decine prestate*) poi moltiplicaremo il 4. istesso trouato, per il doppio di 27. & andaremo cauando il prodotto (*giontoli il 2. auanzato*) da 238. ma per non hauere à doppiare il 27. doppiaremo con più commodità il 4. detto, che farà 8. & moltiplicaremo il 27. via 8. ouero verremo moltiplicando il 4. detto, via le figure del 27. & doppiaremo i prodotti, dicendo 4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. & 2. che auanza fà 58. da cauare da 8. & però da 58. (*prestandoli 5. decine, che li bisognano*) che resta 0. da scriuere sotto alla virgola, & auanza 5. poi moltiplicaremo 4. via 2. che fà 8. & 8. fà 16. & 5. auanzato fà 21. da cauare di 23. & resta 2. da scriuere sotto alla righetta, & così haueremo finito questa operatione, & l'auanzo sarà 208. che in compagnia dell'1. seguente superiore significarà 2081. nel quale vedremo quante volte entri il 274. trouato, dicendo 2. in 20. entra 10. volte, ma 7. in 8. non può entrare le istesse 10. volte, però diremo 2. in 20. entra 8. volte, & auanza 4. che con l'8. seguente fà 48. nel qual 48. il 7. seguente non può entrare le istesse 8. volte, però sminuendo diremo, 2. in 20. entra 6. volte, & auanza 8. che con l'8. seguente fà 88. nel quale il 7. entra le 6. volte dette, & auanza molto (*che basta, che auanzi 18. accioche in qual si vogli occasione, ò numeri, si sia sicuro, che le seguenti figure, se bene ciascuna d'esse fusse 9. entrino nelli seguenti numeri, se bene vi douessero entrare 18. volte, benche hora, che le figure antecedenti entrano 6. volte, bastaria, che auanzasse 6.*) però pigliando la mità di queste 6. volte, che è 3. lo scriueremo sotto al 6. puntato, & moltiplicando 3. in se stesso, che fà 9. cauaremo 9. da 6. & perche non si può, lo cauaremo da 16. che resta 7. da ponere sotto alla righetta tirata in margine, & auanza 1. (*decina prestata al 6.*) poi diremo 3. via 4. (*del 274.*) fà 12. che doppiato fà 24. & giontoli 1. che auanza fà 25. quale cauaremo da 1. seguente al 6. verso man sinistra, ma non si può, però lo cauaremo da 31. che resta 6. da scriuere in margine, & auanza 3. hora diremo 3. via 7. fà 21. & 21. fà 42. & 3. che auanzaua fà 45. quale cauaremo da 8. del 208. & perche non si può, lo cauaremo da 48. che resta 3. da scriuere in margine, & auanza 4. da serbare in mente, poi diremo 3. via 2. fà 6. & 6. fà 12. & 4. auanzato fà 16. da cauare di 20. che resta 4. & haueremo 4367. al quale imaginando accompagnato il 4. seguente superiore fà 43674. in questo vedremo quante volte entri il 2743. trouato, dicendo 2. in 43. entra 20. volte, ma auanza solo 3. che con il 6. seguente fà 36. nel quale il 7. seguente non può entrare le 20. volte, benche sappiamo, che l'auuenimento mai può essere più di 18. perche la sua mità saria più di 9. il che non occorre mai, operando rettamente al solito, diremo dunque 2. in 43. entra 18. volte, & auanza 7. che accompagnato con il 6. seguente fà 76. nel quale il 7. non può entrare

```
75284164235
------------    164297
2 7 4 3 7 9     ------
------------    274379
23
208
4367
52673
328594

Proua      274379
           274379
      -----------
      75284164235
```

18. volte,

18. volte, però ſminuendo ſi dirà, 2. in 43. entra 16. volte, & auanza 11. che con il 6. fà 110. nel quale il 7. entra le 16. volte, & auanza 4 che con il 7. ſeguente fà 47. nel quale il 4. del 2743. non può entrare le 16. volte dette, però conuerrà ſminuire, & prouare, ò eſperimentare 14. dicẽdo 2. in 43. entra 14. volte, & auanza 15. che con il 6. fà 156. nel quale il 7. entra le 14. volte, & auanza molto, onde le ſeguenti figure potranno entrare le 14. volte dette, con la conditione, che poi ſi ricerca, cioè, che il quadrato di 7. mità di 14. ſi poſſa cauare dal reſtante accompagnato al 2. puntato; però ſcriueremo 7. rincontro al 2. puntato, & per trouare l'auanzo da ponere ſotto alla righetta da tirarſi in margine, verremo moltiplicando, & ſottrando, dicendo 7. via 7. fà 49. da cauare da 2. puntato, & perche non ſi può, diremo da 52. che reſta 3. da ponere in margine, & auanza 5. poi diremo 7. via 3. fà 21. & 21. fà 42. & 5. auanzato fà 47. che da 4. non ſi può cauare, però da 54. reſta 7. da ſcriuere al ſuo luogo, & auanza 5. poi diremo 7. via 4. fà 28. & 28. fà 56. & 5. auanzato fà 61. che da 7. non ſi può cauare, però lo cauaremo da 67. & reſta 6. da ſcriuere in margine, & auanza 6. poi 7. via 7. fà 49. che il doppio è 98. & 6. che auanzaua fà 104. che cauato da 106. *(perche da 6. non ſi può)* reſta 2. da ſcriuere in margine, auanzando 10. poi vltimamente 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 10. auanzato fà 38. che da 43. reſta 5. quale ſcritto al ſuo luogo à canto all'altre figure trouate, vedremo l'auãzo eſſere 52673. hora in queſto accompagnatoli il 3. ſuperiore ſeguente, vedremo quante volte entri il 27437. trouato, dicendo 2. in 52. entra 18 volte *(che non occorre eſperimentare ne 26 ne 24. ne 22. ne 20. che ſaria ſuperfluo, perche la mità d'eſſi numeri ſaria più di 9. & però non ſi potria ſcriuere con vna figura)* & auanza 16. che con il 6. ſeguente fà 166. nel quale il 7. entra le medeſme 18. volte, & auanza più di 18. però l'altre ſeguenti figure v'entraranno ſenza dubbio le iſteſſe 18. volte, & auanzarà molto, onde 18. è buono auuenimento, perilche la ſua mità, che è 9. ſcriueremo ſotto al 5. puntato, & per trouare l'auanzo, diremo 9. via 9. fà 81. che cauato da 85 *(perche da 5. puntato non ſi può)* reſta 4. da ſcriuere in margine ſotto ad vna righetta, & auanza 8. poi 9. via 7. fà 63. & 63. fà 126. & 8. che auanzaua fà 134. che da 143. *(perche da 3. ſuperiore ſeguente non ſi può cauare)* reſta 9. da ſcriuere ſotto alla righetta, & auanza 14. poi 9. via 3. fà 27. & 27. fà 54. & 14. auanzato fà 68. quale ſi caui da 3. del 52673. & perche non ſi può, ſi caui da 73. che reſta 5. da ſcriuerli ſotto al ſuo luogo, & auanza 47. poi ſi dica 9. via 4. fà 36. & 36 fà 72. & 7. auanzato fà 79. che da 7. & però da 87. reſta 8. da ſcriuere in margine, & auanza 8. poi diremo 9. via 7 fà 63. & 63. fà 126. & 8. auanzato fà 134. quale ſi caui da 136. in vece di cauarlo dal 6. ſeguente, & reſta 2. da ſcriuere al ſuo luogo, auanzando 13. vltimamente diremo 9. via 2 fà 18. & 18. fà 36. & 13 auanzato fà 49. che cauato da 52. reſta 3. & così haueremo finita la operatione. Hora per formare il rotto,, perche l'auanzo 328594. è numero paro, però ſottoſcriuendoli il doppio della radice trouata, eſſo rotto ſi potria ſchiſare per 2. neceſſariamente; Noi per breuità pigliaremo la mità di queſto auanzo, & lo verremo ponendo per numeratore ſopra ad vna riga à canto da man deſtra alla radice trouata, & ſotto ad eſſa per denominetore ſcriueremo la radice trouata, & così formaremo $\frac{1}{2}\frac{6}{7}\frac{4}{4}\frac{2}{3}\frac{9}{7}\frac{7}{9}$. Et ſi concluderà, che la radice quadra di 75284164235. è quaſi 274379 $\frac{1}{2}\frac{6}{7}\frac{4}{4}\frac{2}{3}\frac{9}{7}\frac{7}{9}$. Ouero quando non ci fuſſe lecito *(per eſſere il numero da pigliarne la radice numero di fanti, ò ſoldati da ponere in ordinanza, ò ſimili)* ò nõ voleſſimo formar rotto, diremo, che eſſa radice è 274379. & auanza 328594.

Operatione fatta al modo ordinario.

```
         75284164235
         .  .  . .  .  .
         2 7 4 3 7 9
4. 7     352
         329
54. 4    2384
         2176
548. 3   20816
         16449
5486. 7  436742
         384069
54874. 9 5267335
         4938741
auanza   328594
```

Per fare la proua della ſopradetta operatione, ò eſtrattione di radice, Moltiplicaremo in ſe medeſimo 274379. & lo potremo fare à mente, come inſegna la noſtra Regola, & li veniremo giongẽdo di mano in mano le figure dell'auanzo 328594. Et ſenza ſcriuere eſſo 274379. in alcun luogo, ſe vorremo, ci potremo ſeruire della radice trouata, fingendoli ſotto vn numero à lui eguale, Et anco ſenza venir ſcriuendo il prodotto in alcun luogo, baſta andar vedẽdo ſe le figure d'eſſo prodotto di mano in mano, che ſi vanno trouando ſono le medeſme, che quelle del 75284164235. del quale s'è tolta la radice, che così eſſendo, ſaremo ſicuri d'hauere bene operato.

Et nel moltiplicare vn numero in ſe ſteſſo, potiamo, cauando la regola dalla regola noſtra, farlo à modo di Crocetta facilmẽte, come ſi dirà nel preſente eſempio. Per moltiplicare 274379. in ſe ſteſſo, diremo 9. via 9. fà 81. del quale poneremo, ò ſcriueremo l'1. deſtro, & auãzaremo 8. poi ſi dirà 9. via 7. fà 63. & 63. fà 126. & 8. auanzato fà 134. del quale poneremo il 4. deſtro, & auanzaremo 13. poi diremo 9. via 3. fà 27. & 27. fà 54. & 13. auanzato fà 67. Et ancora 7. via 7. fà 49 che con 67. fà 116. del quale poneremo il 6. deſtro, & auanzaremo 11. poi

ſi dirà

Ouero più breuemẽte.

75284164235
2 7 4 3 7 9
4 352
54 2384
548 20816
5486 436742
54874 5267335
auanza 328594

Ouero

75284164235
2 7 4 3 7 9
4 352
54 2384
8 20816
6 436742
74 5267335
auanza 328594
274379
274379
75283835641

ſi dirà 9. via 4. fà 36.& 36. fà 72.& 11.auanzato fà 83.& ancora 7.via 3. fà 21. & 21. fà 42. che gionto all'83. fà 125. del quale ſcriueremo il 5. deſtro, auanzando 12. poi diremo 9. via 7. fà 63.& 63.fà 126.& 12. auanzato fà 138. Et ancora 7. via 4. fà 28. & 28. fà 56. che gionto al 138. fà 194. & ancora 3. via 3. fà 9. & 194 fà 203.del quale poneremo il 3. deſtro, auanzando 20. poi diremo 9. via 2. fà 18. & 18. fà 36. & 20. che auanza fà 56. & 7. via 7. fà 49. & 49. fà 98. & 56. fà 154. & 3. via 4. fà 12. & 12. fà 24. & 154.fà 178.del quale poneremo l'8.deſtro, auanzando 17. Et hora è finito d'adoprare il 9. prima figura deſtra del 274379. però ſeguendo al 7. diremo 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 17.auanzato fà 45. & 3. via 7. fà 21. & 21. fà 42. & 45. fà 87. & 4. via 4. fà 16. & 87. fà 103. del quale ſcriueremo il 3. deſtro, auanzãdo 10. Et hora è finito d'adoprare il 7. ſecõda figura deſtra del 274379. però ſeguendo al 3. diremo 3. via 2. fà 6. & 6. fà 12. & 10. auanzato fà 22. & 4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. & 22.fà 78.del quale ſcriueremo l'8. deſtro, auanzando 7. Et hora è finito d'adoprare il 3.terza figura deſtra del 274379. però ſeguendo al 4. diremo 4. via 2. fà 8.& 8.fà 16.& 7.auanzato fà 23. & 7. via 7. fà 49.& 23.fà 72.del quale ſcriueremo 2. auanzando 7. & così è finito d'adoprare il 4. quarta figura deſtra del 274379. Et però ſeguendo al 7. diremo 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 7. auanzato fà 35. del quale ſcriueremo il 5. deſtro, auanzando 3. & così è finito d'adoprare il 7. quinta figura deſtra del 274379. Però ſeguendo al 2. vltimamente diremo 2. via 2. fà 4. & 3. auanzato fà 7.da ſcriuere in margine al ſuo luogo à canto all'altre figura già ſcritte, & così ſarà finita la moltiplicatione, producendoſene 75283835641.

Et conſiderando noi il modo d'operare, conoſciamo, che quando nel venir facendo la operatione, ò moltiplicatione, il numero delle figure, i prodotti delle moltiplicationi delle quali vanno ſommati inſieme, è paro, cioè, che habbiamo 4. figure via 4. figure, ò 6. via 6. ouero 8. via 8. hor poniamo, che ſiano 8. figure via 8. figure, conoſciamo, dico, che allhora ſi fanno 4.moltiplicationi *(che è la mità del numero d'eſſo 8.)* doppiando ciaſcuna d'eſſe; cioè ſi moltiplica la prima via la ottaua, la ſecõda via la ſettima, la terza via la ſeſta, & la quarta via la quinta. Et quando il numero delle figure, i prodotti delle moltiplicationi delle quali vanno ſommati inſieme, è diſparo, cioè, che habbiamo 3. figure via 3. figure, ò 5. via 5. ò 7. via 7. poniamo, che ſiano 7. figure via 7. figure, conoſciamo, che allhora ſi fanno 4.moltiplicationi, cioè 3.moltiplicationi per le 6. figure laterali, che ciaſcuna moltiplicatione và duplicata, & vna moltiplicatione per la figura media, quale non và duplicata altramente, poiche è moltiplicatione ſemplice; Cioè ſi moltiplica la prima figura via la ſettima, la ſeconda via la ſeſta, la terza via la quinta, doppiando ciaſcun prodotto, & poi la quarta via la quarta ſemplicemente, che così queſta con le 3. duplicate fanno le 7. moltiplicationi, quali allhora occorrono per cauſa delle 7. figure dette.

Et proponendoſi 8264357. da pigliarne la radice quadrata, diremo la ℞ di 826. è 28. da ſcriuere fra le righe al ſuo luogo; & per trouare l'auanzo, potremo venir moltiplicando 28. in ſe medeſimo, & cauando il prodotto dall'826. dicendo 8. via 8. fà 64. da cauare da 6. dell'826. ma non ſi può, però diremo da 66. reſta 2. da ſcriuere ſotto alla riga, & auanza 6. poi 8. via 2. fà 16. & 16. fà 32. & 6. auanzato fà 38. da cauare da 2. ſeguente nell'826. & perche non ſi può da 42. che reſta 4. da ſcriuere ſotto alla riga, & auanza 4. poi diremo vltimamente 2. via 2. fà 4. & 4. auanzato fà 8. da cauare da 8. dell'826. & reſta 0. onde eſſendo queſto 0. cioè niente, nel fine della operatione, cioè la prima figura da man ſiniſtra dell'auanzo non occorre ſcriuerlo; hora all'auanzo trouato, che è 42. fingeremo accompagnato il 4. figura ſuperiore ſeguente, & farà 424. nel quale 424. vedremo quante volte entri il 28. dicendo 2. in 42. entra 18. volte, & auanza 6. che accompagnato al 4. ſeguente fà 64. nel quale l'8. non può entrare le 18. volte, & auanza 6. che accompagnato al 4. ſeguente fà 64. nel quale l'8. non può entrare le 18. volte dette, però ſupponeremo, che il 2. in 42. entri ſolo 16. volte, & auanzarà 10. che accompagnato al 4. ſeguente fà 104. nel quale l'8. del 28. non può entrare le 16. volte dette, però ſupponeremo, che il 2. nel 42. entri ſolo 14. volte, & auanzarà 14. che accõpagnato al 4. ſeguente fà 144. nel quale l'8. può anco egli entrare le 14. volte, & anco auanza molto, di modo, che eſſo auãzo accompagnato al 3. ſeguente puntato farà numero tale, che d'eſſo ſi potrà cauare il quadrato di 7. mità del 14. num. delle volte, che il 28. entra in 424. Queſto 7. dunque mità del 14. è la figura,

che và

```
8264357
2 8 7 4 4481/5748
 42
 274
```

Proua fatta à mēte, cioè con il modo di moltiplicare à crocetta, & venēdoli giongendo l'auanzo di mano in mano, che ne risulta per somma il numero, del quale si è presa la ℞, però di q̃sta operatione della proua non si vede vestigio alcuno in margine.

```
8264357
2 8 7 4 4481
 42
  74
```

Operatione fatta al modo ordinario.

```
     8264357
     2 8 7 4
 4    426
      384
56    4243
      3969
574   27457
      22976
       4481
```

Ouero più breuemente.

```
     8264357
     2 8 7 4
 4    426
56    4243
574   27457
       4481
```

che và posta sotto al 3. puntato; & hora per trouare l'auanzo diremo 7. via 7. fà 49. quale si caui dal 3 puntato soprapostoli, & perche non si può, lo cauaremo da 53. che resta 4. da scriuere di sotto ad vna righetta in margine, & auanza 5 per le 5. decine date, ò prestate al 3. puntato à farne la sottrattione, poi diremo 7. via 8. fà 56. & 56. fà 112. & 5. auanzato fà 117. *(ouero più breuemēte adoprando il doppio del 7. cioè 14. diremo 14. via 8. ò 8. via 14. fà 112. & 5. auanzato fà 117.)* quale cauaremo da 4. seguente superiore, & perche non si può lo cauaremo da 124. che resta 7. da scriuere in margine al suo luogo à canto al 4. già scritto, auanzando 12. vltimamente diremo 7. via 2. fà 14. & 14 fà 28. *(ouero adoprando semplicemente il doppio di 7. cioè 14. diremo 14. via 2. ò 14. volte 2. ò 2. via 14. fà 28.)* & 12. che auanza fà 40. quale cauaremo dal 42. seguente nel 424. imaginato, & resta 2. da scriuere in margine à canto al 74. *(ouero, perche esso 2. restante è eguale al 2. del 42. noi senza scriuere altro 2. in margine, ci potremo seruire del già scritto, separandolo con vna righetta per il lungo, ò in altro modo dal 4. che li segue à man sinistra)* & così il restante sarà 274. al quale fingeremo, che si accompagni il 5. superiore, che segue, & farà 2745. nel quale consideraremo quante volte entri il 287. sin' hora trouato, dicendo 2. in 27. entra 12. volte, & auanza 3. che accompagnato al 4. seguente fà 34. nel quale l'8 che segue del 287. non può entrare le 12. volte dette, però supponeremo, che il 2. nel 27. entri solo 10. volte, & auanzarà 7. che con il 4. farà 74. nel quale l'8. non può entrare le 10. volte dette, però supponeremo, che il 2. nel 27. entri solo 8. volte, & auanzarà 11. che con il 4. seguente accompagnatoli farà 114. nel quale l'8. seguente può entrare le dette 8. volte *(che 8. via 8. fà 64.)* & di più auanza molto *(che auanza più d'8. anzi più di 18.)* talmente, che questo 8. volte è quello, che ci serue, però la sua mità, che è 4. sarà il numero, ò figura da scriuere fra le righe, sotto, ò vogliamo dire rincontro al 7. puntato, & per trouare l'auanzo, che è l'vltimo, & però lo potremo scriuere sopra ad vna righetta per numeratore à canto da man destra al 2874. radice trouata; diremo 4. via 4 fà 16. quale cauaremo da 7. puntato soprapostoli, & perche non si può lo cauaremo di 17. che resta 1. da scriuere sopra alla righetta, & auanza 1. *(decima prestata al 7.)* poi diremo 4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. *(ouero adoprando semplicemente il doppio di 4 cioè 8 diremo 8. via 7 fà 56.)* & 1. auanzato fà 57. quale cauaremo da 5. & perche non si può, da 65. che resta 8. da scriuere sopra alla righetta auanzando 6. poi seguendo con il doppio di 4. sempre, se ci parerà più commodo, cioè hora con 8. diremo 8. via 8 *(che segue al 7.)* fà 64. & 6. auanzato fà 70. quale cauaremo da 4. & perche non si può da 74. che resta 4. da scriuere sopra alla righetta, & auanza 7. poi vltimamente diremo 8. via 2 fà 16. & 7. auanzato fà 23. quale cauaremo dal 27. che ancora si troua nel 27457. dal quale hora si fà la sottrattione, & resta 4 da scriuere sopra alla righetta, & sarà finita la operatione totale, mediante la quale trouiamo la radice del proposto 8264357 essere 2874. & auanzare 4481. con il quale se vorremo formare il rotto, ad esso sottoscriueremo il doppio del 2874. che è 5748. & haueremo $\frac{4481}{5748}$.

Per fare la proua di questa estrattione di radice, moltiplicādo 2874. in se stesso, & giongendo al prodotto il 4481. auanzato. Diremo *(senza ponere di nuouo il 2874. in alcun luogo per non fare figure di nuouo)* 4. via 4. fà 16. & à questo giongeremo 1. prima figura destra del 4481. auanzo, & fà 17. del quale il 7. destro, che si poneria in margine, à noi senza ponerlo in alcun luogo per non fare nuoue figure, basta vedere se è eguale al 7. prima figura destra dell' 8264357. numero del quale si tolse la ℞, & che deue nascere dalla nostra operatione, che hora si fà per proua, & vedremo, che gli è eguale, essendo anco ella 7. il che ci mostra sin' hora operatione ben fatta, questo veduto serbaremo l'1. che si troua nel 17. detto, oltre al 7. & seguēdo diremo

Trouisi la radice quadrata di

904259026843600

Operat. fatta al modo ordinario.

904259026843600

3 0 0 7 0 9 0 0

600 42590

42049

60140 5412684

auanza 33600

Ouero più breuemente.

904259026843600

3 0 0 7 0 9 0 0

600 42590

140 5412684

auanza 33600

Ouero breuissimamente con il modo di sopra mostrato.

904259026843600

3 0 0 7 0 9 0 0 — 3 — 0 — 0 — 1/7 — 6/0 — 8/9

541

3

Proua fatta senza scriuere figura alcuna.

Trouisi la radice quadra di

5035322366368200095o

7 0 9 6 0 0 0 5 4 0

140 13532

12681

18 85123

14192000 766368200

709600025

10 5676817509

5676800416

auãza 1709350

Ouero più breuemente.

5035322366368200095o

7 0 9 6 0 0 0 5 4 0

140 13532

18 85123

14192000 766368200

10 5676817509

auãza 1709350

Ouero breuissimamente.

5035322366368200095o

è quasi 7 0 9 6 0 0 0 5 4 0 — 1 — 4 — 1 — 8 — 1/2 — 7/0 — 0/0 — 0/1 — 3/0 — 5/8

1

851

7

56768175

17093

Proua fatta senza scriuere figura alcuna.

4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. & 1. serbato fà 57. & 8. seconda figura seguente del 4481. fà 65. del quale il 5. destro è eguale al 5. seconda figura seguente dell' 8264357. come conuiene, però serbaremo il 6. del 65. & seguendo diremo 4. via 8. fà 32. & 32. fà 64. & 6. serbato fà 70. & 7. via 7. fà 49. & 70. fà 119. & 4. seguente terza figura del 4481 fà 123. del quale il 3. destro è eguale al 3. terza figura seguente dell'8264357. però serbando il 12. del 123. & seguendo alla operatione diremo 4. via 2. fà 8. & 8. fà 16. & 12. serbato fà 28. & 7. via 8. fà 56. & 56. fà 112. che con il 28. fà 140. & 4. quarta, & vltima figura del 4481. fà 144. del quale il 4. destro è eguale al 4. quarta figura dell'8264357. però serbaremo il 14. del 144. detto, & seguendo diremo 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 14. serbato fà 42. & 8. via 8. fà 64. & 42. fà 106. del quale il 6. destro è eguale al 6. seguente quinta figura dell'8264357. però serbaremo il 10. del 106. & seguendo diremo 8. via 2. fà 16. & 16. fà 32. & 10. serbato fà 42. del quale il 2. destro è eguale al 2. seguente sesta figura dell'8264357. come bisogna, onde serbando il 4. che rimane nel 42. detto, noi vltimamente diremo 2. via 2. fà 4. & 4. serbato fà 8. qual'8. vltima figura, ò numero della totale operatione, è à punto eguale all'8. vltima figura, ò numero, che rimane nell'8264357. però conosciamo, che il numero, qual nasce à moltiplicare 2874. in se medesmo giongendo al prodotto il 4481. che auanzò è precise l'8264357. del quale si è tolta la radice, come conuiene, onde concluderemo, che la nostra operatione stia bene.

La causa naturale del modo d'operare nel pigliare la radice quadra delli numeri, si riserba à mostrare à tempo commodo, & quando hauerò facoltà di tenere scrittori intelligenti, che mi aiutino, poiche non posso per molta debolezza scriuere da me stesso se non poche cose, & imperfette,

perfette, non le potendo intieramente io ſolo ponere in carta, mentre che l'intelletto le và ritrouando, & accommodando.

Et ſe anco piaceſſe alli pronti di memoria, & intelletto, vaghi d'vſare artificio per apparere ſommamente breui nella ſcrittura delle operationi Aritmetiche, eſsi potriano circa al pigliare la radice quadra delli numeri, moſtrare di valerſi della ſcrittura di pochiſsime figure, operando come ſi moſtrarà, pigliando per eſempio il 75284164235. adopraro da principio à trouarne la ſua radice, che veduto del 752. la radice eſſere 27. & moltiplicando

75284164235
2 7
23

eſſo 27. in ſe ſteſſo, con venir ſottrando il prodotto dal 752. nell'andar trouando il 23. che reſta, egli ſi verrà ſcriuendo ſotto alla riga al ſuo luogo, ma in figure piccoliſsime da potere facilmēte mutare, & annullare; A queſto 23. conſideraremo accompagnarſi l'84. che ſegue componendo 2384. & nel 238. veduto, che il 27. entra 8. volte con la conditione, che ſi ricerca *(cioè, che il quadrato di 4. ſua mità ſi poſſa cauare dal num. formato dall'auanzo accōpagnato al 4. figura puntata del 2384.)*

75284164235
2 7 4
208

che però 4. ſarà la figura, che và poſta fra le righe, noi trouaremo l'auanzo dicendo, 4. via 4. fà 16. da cauare da 4. puntato ſoprapoſtoli, & perche non ſi può, lo cauaremo da 24. che reſta 8. qual' 8. ſcriueremo ſotto alla riga principale in figura piccoliſsima da potere mutare, & annullare facilmente, & auanzaremo 2. per cauſa delle 2. decine preſtate al 4. puntato nel fare la ſottrattione, poi ſeguendo diremo, à moltiplicare 4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. & 2. auanzato fà 58. da cauare da 8. che ſegue verſo man ſiniſtra doppo il 4. puntato, & perche non ſi può, lo cauaremo da 58. & reſta niente, cioè o. qual o. ſcriueremo ſotto alla riga principale in forma piccoliſsima, & auanzando 5. ſeguiremo à dire 4. via 2. fà 8. & 8. fà 16. & 5. auanzato fà 21. & queſto cauaremo dal 23. che è ſotto alla riga, & reſta 2. però traſmutaremo il 3. in 2. & leuaremo il 2. ſiniſtro del 23. & così hora ſotto alla riga principale haueremo per auanzo 208. al quale conſiderato accompagnarſi il 16. che ſegue componendo 20816. & nel 2081. veduto, che il 274. entra 6. volte con la conditione, che ſi ricerca, che però 3. ſua mità ſarà la figura,

75284164235
2 7 4 3
4367

che và poſta fra le righe; noi trouaremo l'auanzo dicendo 3. via 3. fà 9. da cauare da 6. puntato ſoprapoſtoli, & perche non ſi può, lo cauaremo da 16. che reſta 7. qual 7. ſcriueremo ſotto alla riga principale, intendendoſi ſempre in figura piccola da poter mutare facilmente, & auanzaremo 1. per cauſa dell'vna decina preſtata al 6. puntato nel fare la ſottrattione, poi ſeguendo diremo, à moltiplicare 3. via 4. fà 12. & 12. fà 24. & 1. auanzato fà 25. da cauare da 1. che ſegue verſo man ſiniſtra doppo al 6. puntato, & perche non ſi può lo cauaremo da 31. & reſta 6. da ſcriuere ſotto alla riga principale, auāzando 3. & ſeguendo diremo 3. via 7. fà 21. & 21. fà 42. & 3. auanzato fà 45. quale cauaremo da 8. figura, che ſi troua nel luogo ſubito ſeguente ſotto alla riga principale, & perche non ſi può lo cauaremo da 48. *(preſtandoli 4. decine, che li biſognano)* & reſta 3. però traſmutaremo l'8. in 3. auanzando 4. & ſeguendo diremo vltimamente 3. via 2. fà 6. & 6. fà 12. & 4. auanzato fà 16. quale cauaremo da 20. che ſegue ſotto alla riga principale, & reſta 4. però del 20. traſmutaremo il o. in 4. & leuaremo il 2. & così hora ſotto alla riga principale haueremo per auanzo 4367. al quale conſiderato accompagnato il 42. che ſegue componendo 436742. & veduto, che nel 43674. il 2743. entra 14. volte con la conditione, che ſi ricerca, & che perciò 7. ſua mità è la figura, che ſi hà da ponere fra le righe ſotto al 2. puntato, poſta che l'haueremo, trouaremo l'auanzo nel modo detto, traſmutando le figure come biſogna, & annullando quelle, che occorrerà di annullare, & così ſeguendo ſino al fine della totale operatione, eſſendoſi trouato la radice del propoſto numero eſſere 274379. haueremo ſotto alla riga principale il ſolo 328594. auanzo della operatione, con il quale potremo formare il rotto della ℞ à noſtro beneplacito. Et potremo vſare il medeſmo modo nell'altre operationi.

75284164235
2 7 4 3 7
52673

75284164235
2 7 4 3 7 9
328594

2578) 4456289	2578) 4456289	2578) 4456289	2578) 4456289
1	17	172	1728
1878	18736	2212	1505

Et notiſi, che queſto ſi può ſimilmēte vſare nelle operationi del partire, che per eſempio partendo 4456289. per 2578. che ne viene 1728. poſto fra le righe, noi ſotto ad eſſe righe haueremo ſolo 1505. che è l'auanzo della partitione.

Discorso intorno al formare il Rotto nella estrattione delle radici di qual si vogli sorte.

NEL formare il rotto nell'estrattione delle radici, poniamo nelle quadrate, ci mostra il giudicio, & ragion naturale, che essendo numeratore l'auanzo, che resta nel numero proposto da pigliarne la radice, leuatone il quadrato dell'intiero, che haueremo trouato; allhora il denominatore deue esser tale, che egli possa seruire à tutti gli auanzi, cioè che sempre se ne formi vn rotto minore d'1. intiero, qual rotto di mano in mano si vada auuicinando all'intiero, & vi peruenga à punto quando saremo arriuati al quadrato del numero intiero, che subito segue all'intiero già trouato. Et perciò esso denominatore deue essere quel numero, che mostra la differenza, che si troua fra il quadrato dell'intiero trouato, & il quadrato dell'intiero subito seguente per l'ordine delli numeri, cioè che è maggiore dell'intiero trouato in vna vnità, ma questa differenza nelli numeri quadrati è sempre la somma di detti dui intieri *(come mostraremo di sotto)* che è quanto il doppio, & 1. più dell'intiero trouato, & perciò nella estrattione della ℞ quadra conosciamo, che il denominatore del rotto deue essere il doppio, & 1. più dell'intiero trouato. Et il formare il rotto in questo modo è causa, che la ℞ così trouata sarà scarsa, cioè che il suo quadrato non arriuarà al numero proposto, ma noi potremo andare continuamente ritrouando altre ℞ più propinque, cioè tali, che i quadrati loro più si andaranno auuicinando al numero proposto.

Che la differenza delli quadrati di dui numeri intieri prossimi sia quãto la somma d'essi dui numeri intieri prossimi, ò vogliamo dire *(che è il medesimo)* sia quanto il doppio, & 1. più del minore, lo conosceremo, se pigliando per esempio per numeri intieri prossimi 7. & 8. i quadrati delli quali sono 49. & 64. consideraremo, che il prodotto di 8. via 8. cioè il quadrato d'8. maggiore è quanto il prodotto di 7. via 8. & di 1. via 8. *(supponendo l'vn'8. diuiso in 7. & 1.)* & di questi il prodotto di 7. via 8. è quanto il prodotto di 7. via 7. & di 7. via 1. *(supponendo l'8. diuiso similmente in 7. & 1.)* perilche il prodotto di 8. via 8. viene ad esser composto di questi tre, che sono 7. via 7; 7. via 1; & 1. via 8. onde il quadrato d'8. *(cioè 8. via 8. che fà 64.)* supera il quadrato di 7. *(cioè 7. via 7. che fà 49.)* nelli dui prodotti, che rimangono, cioè di 7. via 1. & 1. via 8. che è quanto vna volta 7. & vna volta 8. & però è quanto vna volta 15. somma di 7. & 8. intieri propinqui detti; & perche l'8. è vna vnità maggiore di 7. intiero minore à lui propinquo, vediamo, che tanto importa giongere insieme 7. minore, & 8. maggiore, che fà 15. quanto pigliare due volte, ò doppiare il 7. minore, che fà 14. & à questo giongere 1. differenza di 7. ad 8. che fà il medesmo 15. Et così si conclude, che la differenza di 49. quadrato di 7. à 64. quadrato d'8. intieri propinqui è 15. doppio, & 1. più di 7. intiero minore.

Ma notisi di più, che la differenza di dui numeri quadrati è sempre quel numero, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, via la differenza d'esse radici loro; che per esempio la differenza di 225. à 9. è quel numero, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, cioè di 15 & 3. che fà 18. via la differenza d'esse due radici, cioè di 15. à 3. che è 12. & 12. via 18. fà 216. che è la differenza di 225. à 9. Il che se bene noi Geometricamente già dimostrammo nel nostro libretto intitolato, *Modo breuissimo di misurare le superficie rettilinee*, hora nondimeno ne mostraremo la causa, procedendo naturalmente al nostro solito. Presi i dui numeri quadrati sopradetti 225. & 9. le radici delli quali sono 15. & 3. & supponendo il 15. maggiore diuiso in 3. minore, & in 12. differenza loro, conosciamo, che 15. via 15. importa tãto, quanto 15. via 12. & 15. via 3. & di questi nel 15. via 3. diuidendo il 15. in 3. *(eguale al 3. numero minore delli dui detti 15. & 3.)* & in 12. vediamo, che tanto importa il totale 15. via 3. quanto 12. via 3. & 3. via 3. perilche conosciamo il prodotto di 15. via 15. constare, ò essere contenuto da questi tre, che sono 15. via 12; 12. via 3; & 3. via 3. ma di questi tre, li dui 15. via 12. & 12. via 3. ò vogliamo dire 15. via 12. & 3. via 12. *(che risulta l'istesso)* si può dire, che *(sommando noi il 15. & 3. che fà 18.)* vengono à componere, ò importare tanto, quanto il solo prodotto di 18. via 12. & però in vece delli tre prodotti superiori, che sono 15. via 12; 12. via 3; & 3. via 3. intendendo, ò adoprando questi dui 18. via 12. & 3. via 3. che sono equiualenti alli tre superiori detti, conosciamo, che tanto è, ò importa il prodotto di 15. via 15. quanto li dui di 18. via 12. & 3. via 3. & che perciò il quadrato di 15. cioè 225. eccede il quadrato di 3. cioè 9. nel prodotto di 18. via 12. ma il 18. vediamo essere la somma di essi dui numeri 15. & 3. & il 12. essere la differenza delli medesmi dui numeri 15. & 3. però conosciamo, che la differenza delli dui numeri quadrati è quanto il prodotto, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, via la differenza delle medesme radici. Et così se facilmente vorremo sapere quanto è la differenza del quadrato di 37. al quadrato di 59. bastarà moltiplicare 96. somma d'essi 37. & 59. via 22. differenza loro, che fà 2112. & questo è la differenza delli quadrati di detti dui numeri. Similmente volendo

ſapere la differenza, che è dal quadrato di 29. al quadrato di $35\frac{2}{3}$. Moltiplicaremo $64\frac{2}{3}$. via $6\frac{2}{3}$. cioè $64\frac{2}{3}$. via $\frac{20}{3}$. cioè $21\frac{5}{9}$. via 20. che fà $11\frac{1}{9}$. & 420. cioè $431\frac{1}{9}$. & queſta è la differēza del quadrato di 29. al quadrato di $35\frac{2}{3}$. Et volendo ſapere la differenza, che è dal quadrato di $138\frac{1}{2}$. al quadrato di $256\frac{1}{2}$. moltiplicaremo 395. ſomma delli dui numeri detti, via 118. differenza loro, che fà 46610. & queſta è la differenza delli quadrati di detti dui numeri.

Et accioche ſi conoſca, che delli numeri non quadrati è impoſsibile trouarne la ℞ preciſe, cioè per eſempio di 20. è impoſsibile trouare numero alcuno, che moltiplicato in ſe ſteſſo lo produca; ſi dice, che potendoſi trouare alcun numero, quale moltiplicato in ſe ſteſſo produceſſe 20. numero intiero; queſto numero cōuerria, che fuſſe, ò intiero, ò miſto d'intiero, e rotto; ma intiero, il quadrato del quale ſia 20. non ſi troua, perche di 4. il quadrato è ſolo 16. & di 5. intiero proſsimo ſeguente il quadrato è 25. Ne intiero, & rotto, cioè miſto alcuno, il quadrato del quale ſia numero intiero; non ſi può manco trouare, & lo conoſceremo dal ſeguente diſcorſo. Di vn numero miſto *(& per commodità chiamiamolo A B, che A, ſia la parte, che contiene l'intiero, & B, la parte, che contiene il rotto)* il ſuo quadrato conſta del quadrato d'A, intiero, & chiamiamolo I, del quadrato di B, rotto, & chiamiamolo R; & del prodotto, che naſce à moltiplicare il doppio dell'A, intiero, via il rotto B, qual prodotto chiamaremo P. Quanto all'I, quadrato d'A, intiero, egli ſarà ſempre intiero *(poiche à pigliare vn numero intiero per numero intiero di volte, il prodotto è intiero)* l'R, quadrato di B, rotto ſarà ſempre rotto; perche à moltiplicare vn rotto in ſe medeſmo, cioè à pigliare vna quantità, che hora è vn rotto, ò parte d'vnità; manco d'vna volta, il prodotto è ſempre minore della quantità preſa, & però è manco del rotto moltiplicato, & conſequentemente è anco egli manco d'vna vnità, cioè neceſſariamente è rotto; il qual rotto, che ſi produce, cioè l'R, quadrato dl B, che hà per numeratore il quadrato del numeratore di B; & hà per denominatore il quadrato del denominatore di B, mai ſi potrà ſchiſare, & però mai ſi potrà ridurre à rotto, che per denominatore habbi il denominatore medeſmo di B, *(intendendoſi lo ſchiſare al modo ordinario, nel quale ciaſcun rotto, che ne deriua, deue hauere vn numero intiero per numeratore, & ſimilmente vn numero intiero per denominatore)* ne il quadrato di rotto alcuno ſi può mai ſchiſare, perche eſſendo il numeratore incommunicante al denominatore, ancora il quadrato del numeratore ſarà incommunicante al denominatore medeſmo, & però il quadrato di detto denominatore ſarà anco egli incommunicante al numero iſteſſo, cioè al quadrato del numeratore, onde eſſendo il quadrato del numeratore incommunicante al quadrato del denominatore, il rotto, che da eſsi dui quadrati ſi forma viene ad eſſere inſchiſabile. Il prodotto P, che naſce à moltiplicare il doppio dell'intiero A, via il rotto B, cioè che è prodotto da vn'intiero moltiplicato con vn rotto, può eſſere intiero, & anco può eſſere ſemplice rotto; & può eſſere miſto; ſarà intiero, quando il denominatore del rotto B, entrarà vna volta, ò più preciſe nel doppio dell'intiero A; ſarà ſemplice rotto, cioè non arriuarà ad vn'intiero, quando il prodotto, che naſce à moltiplicare il numeratore del rotto B, via il doppio dell'intiero A, non arriuarà al denominatore del rotto B, che allhora queſto P, ſarà vn ſemplice rotto, quale hauerà per denominatore il denominatore medeſmo del rotto B; & ſi potrà ſchiſare, ò non ſchiſare; ſecondo che il denominatore del rotto B, ſarà communicante, ò incommunicante al doppio dell'intiero A. Ma il prodotto P, ſarà miſto, cioè compoſto d'intiero, e rotto, ſempre che à moltiplicare il numeratore del rotto B, via il doppio dell'intiero A, ne naſca numero maggiore del denominatore del rotto B, di modo, che in eſſo numero il denominatore del rotto B, entri vna, ò più volte con auanzo, che le volte intiere, che v'entrarà ſarà intiero, & l'auanzo ſarà il numeratore del rotto, che di più vi ſarà, eſſendo denominatore il denominatore del rotto B; & queſto rotto di più, che vi ſarà, quale, come s'è detto, hauerà per denominatore il denominatore iſteſſo del rotto B, ſi potrà ſchiſare, quando il doppio dell'intiero A, ſia communicante al denominatore del rotto B; ma non ſi potrà ſchiſare, quando il doppio detto dell'intiero A, non ſia communicante con il denominatore del rotto B. Sin'hora dunque conoſciamo, che I, quadrato dell'intiero A, è ſempre intiero, che R, quadrato del rotto B, è ſempre rotto inſchiſabile, & hà per denominatore il quadrato del denominatore di B. Et che P, nato da moltiplicare il rotto B, via il doppio dell'intiero A, è ò intiero, ò rotto, ò miſto, & che quando egli ſia rotto, il ſuo denominatore è il denominatore del rotto B, *(che à noi non occorre hora ſchiſare eſſo rotto P, ſe bene ſi poteſſe)* & quando eſſo P, ſia miſto, allhora il ſuo rotto hauerà pure per denominatore il denominatore iſteſſo del rotto B, *(che à noi ſimilmente non occorre ſchiſarlo, ſe bene ſi poteſſe.)* Queſto inteſo, vediamo, che quando il prodotto P, ſia intiero, egli giongendoſi all'I, che è intiero, la ſomma ſarà intiero, & à queſto giongendo l'R, che è rotto, la ſomma totale, cioè d'I, P, & R, & però il quadrato di A B, conuiene, che ſia miſto, cioè intiero, & rotto, & così allhora ſiamo ſicuri, che A B, non può eſſere radice preciſe d'alcun nu-

mero intiero. Ma quando il prodotto P, fusse semplice rotto, allhora giongendolo ad R, (*che è rotto inschisabile, hauente denominatore maggiore del denominatore di P,*) la somma non potrà mai essere intiero, ma solo, ò rotto, ò misto. Sarà semplice rotto, quando la somma di P, & R, non fusse tanto grande, che ella superasse vna vnità intiera, & però questa somma, ò rotto, gionto all'I, sarà per somma d'I, P, & R, vn numero misto d'intiero, e rotto, & perche questa total somma è il quadrato di A B, sappiamo, che perciò A B, non può essere ℞ precise d'alcun numero intiero; poiche moltiplicato in se stesso, produce numero misto. Ma la somma detta di P, & R, sarà numero misto, quando, ò essendo P, semplice rotto, egli fusse tanto grande, che insieme con R, superasse la vnità intiera, & così la somma loro fusse vna vnità, & vn rotto di più; ouero quando essendo P, numero misto, il suo rotto gionto all'R, ò non superasse la vnità intiera, restando pur rotto, ouero la superasse, formando vna vnità, & vn rotto di più, che così la totale somma di P, & R, saria numero misto, & questo gionto ad I; intiero, componeria vn numero similmente misto, & perche questo composto d'I, P, & R, è il quadrato d'A B, conosciamo similmente, che A B, non può essere ℞ precise d'alcun numero intiero. Ma ci resta à mostrare da che nasca, che il rotto di P, gionto con il rotto R, formi, ò vn rotto semplice, cioè che sia parte d'vna vnità; ouero formi vn numero misto, superando la vnità, cioè, perche il rotto P, & R, gionti insieme non posino fare vna vnità precise. Notisi dunque, che. Proposto vn rotto P, acciòche vn'altro rotto, & chiamiamolo R, gionto ad esso P, facci per somma vna vnità precise, conuiene, che l'R, sia eguale à quello, che resta à cauare il P, da vna vnità intiera, ma questo restante (*come è noto*) è sempre vn rotto, & chiamiamolo S, che hà per numeratore quel numero, che resta à cauare il numeratore di P, dal suo denominatore, & hà per denominatore il medesmo denominatore di P, onde conosciamo, che hauendo S, la istessa denominatione di P, conuiene, che l'R, anco egli habbia, ò si possa ridurre alla medesma denominatione di P, & S, (*& che allhora di più il suo numeratore sia l'istesso numero, che è numeratore d'S,*) onde quando R, nō hauesse, ò non si potesse ridurre alla denominatione di P, conosciamo, che ne manco detto R, potrà essere quel rotto S, ò vogliamo dire eguale à quel rotto S, quale solo è quello, che gionto à P, può fare per somma vn'intiero precise. Questo notato, noi già di sopra habbiamo mostrato, che il prodotto P, quando egli sarà rotto, ò misto, il denominatore del suo rotto (*non lo schisando però, quando ben si potesse, che non accade schisarlo*) sarà sempre il denominatore istesso del rotto B; & anco habbiamo mostrato, che il rotto R, quadrato di B, hauerà sempre per denominatore non il denominatore di B, ma il quadrato del denominatore di B, & che esso rotto R, sarà inschisabile, & consequentemente non si potrà ridurre al denominatore di B, ouero di P, più piccolo del denominatore di esso R, però siamo sicuri, che mai il rotto di P, gionto al rotto R, potrà fare vna vnità precise; che è quello, che si voleua mostrare. Et così sappiamo la causa, perche delli numeri intieri non quadrati sia impossibile trouarne la ℞ precise. Il medesmo si dice delli numeri rotti, & misti nō quadrati, & si può conoscerne la causa nel medesimo modo; Che nelli rotti preso per esempio $\frac{7}{9}$. non quadrato, è impossibile à trouarne la ℞ precise, perche douendo ella essere vn rotto, il numeratore del quale sia la ℞ di 7. & il denominatore sia la ℞ di 9. se bene di 9. ella è 3. per essere 9. numero quadrato, vediamo poi, che di 7. numero intiero è impossibile à trouarla precise, come conuerria, accioche di $\frac{7}{9}$. si hauesse ℞ precise, similmente se il rotto fusse $\frac{9}{15}$. perche se bene di 9. numeratore la ℞ è precise 3. che serue per numeratore, del 15. poi intiero non quadrato sappiamo essere impossibile poterne trouare la ℞ precise; & però essere impossibile formare vn rotto, che moltiplicato in se stesso, produca $\frac{9}{15}$. Il medesmo conosciamo occorrere se il rotto fusse $\frac{15}{28}$. ò altro simile. Et delli misti non quadrati preso per esempio $12\frac{3}{4}$. che ridotto à forma di rotto sarà $\frac{51}{4}$. perche il 51. intiero numerar. è non quadrato non si può trouarne la ℞ precise, onde se bene di 4. denom. la ℞ è precise 2. per denom. conosciamo, che è impossibile trouare alcun num. misto in forma di rotto, che moltiplicato in se stesso facci $\frac{51}{4}$. ò vogliamo dire $12\frac{3}{4}$. Et d'vn num. misto la ℞ non può essere num. intiero, perche sappiamo, che à moltiplic. vn'intiero in se stesso, pduce similmēte intiero.

11.	121	19.	361
21.	441	29.	841
31.	961	39.	1521
41.	1781	49.	2401
51.	2601	59.	3481
61.	3721	69.	4761
71.	5041	79.	6241
81.	6561	89.	7921
91.	8281	99.	8801

Et accioche si conosca facilmēte dal vedere solo vn numero, se egli possa essere quadrato, ò nò, sappiasi, che li numeri quadrati non possono mai terminare da man destra in 2. ne in 3. ne in 7. ne in 8. & però quando d'vn numero proposto la sua prima figura da man destra fusse 2. ò 3. ò 7. ouero 8. allhora siamo sicuri, che egli non può essere quadrato. Delli numeri poi, che terminano in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. per conoscere se sono quadrati, conuien cercare se hanno la ℞ precise, che non potiamo sapere in altro modo, se essi sono quadrati,

1.	1
2.	4
3.	9
4.	16
5.	25
6.	36
7.	49
8.	64
9.	81

ò non

12.	144	18.	324	15.	225
22.	484	28.	784	25.	625
32.	1024	38.	1444	35.	1225
42.	1764	48.	2304	45.	2025
52.	2704	58.	3364	55.	3025
62.	3844	68.	4624	65.	4225
72.	5184	78.	6084	75.	5625
82.	6724	88.	7744	85.	7225
92.	8464	98.	9604	95.	9125

14.	196	16.	256	13.	169	17.	289
24.	576	26.	676	23.	529	27.	729
34.	1156	36.	1296	33.	1089	37.	1369
44.	1936	46.	2116	43.	1849	47.	2209
54.	2916	56.	3136	53.	2809	57.	3249
64.	4096	66.	4356	63.	3969	67.	4489
74.	5476	76.	5776	73.	5329	77.	5929
84.	7056	86.	7396	83.	6889	87.	7569
94.	8836	96.	9216	93.	8649	97.	9409

ò non quadrati; E' ben vero, che quando alcun numero termina da man destra in 1. se egli non hauerà per seconda figura seguente vn numero paro, ouero vn zero, cioè se la figura seguente non sarà 2. ouero 4. ouero 6. ouero 8. ouero o. egli non potrà essere quadrato, & però nõ occorrerà à cercare se egli habbi ℞ precise, che saremo da questo sicuri, che egli non la può hauere. Et quando alcun numero termina da man destra in 4. se egli nõ hauerà per seguẽte seconda figura vn numero paro, ouero vn zero, cioè se la seguente figura non sarà 2. ouero 4. ouero 6 ouero 8. ouero o. egli non potrà essere numero quadrato. Et quando alcun numero termina da man destra in 5. se la seguente seconda figura non sarà 2. egli non potrà essere numero quadrato. Et quando alcun numero termina da man destra in 6. se la seguente seconda figura non sarà disparo, cioè 1. ouero 3. ouero 5. ouero 7. ouero 9. esso numero non potrà essere quadrato. Et quando alcun numero termina da man destra in 9. se la seguente seconda figura non sarà numero paro, ouero zero, cioè se ella non sarà 2. ouero 4 ouero 6. ouero 8. ouero o. egli non potrà essere numero quadrato. Et perche delli numeri, che terminano in zero, alcuni possono essere quadrati, & alcuni non quadrati, Sappiasi, che quelli, che haueráno da man destra zeri continui in numero disparo, cioè che vi sia vn solo zero, ouero tre zeri, così, o o o. ouero cinque zeri, ouero sette, ouero noue, ouero vndici, &c. non possono essere quadrati; Et quelli numeri, che haueráno da man destra numero paro di zeri continui, cioè, ò dui zeri, così, o o. ouero quattro, ouero sei, ouero otto, ouero dieci, ouero dodici, &c. non hauendo poi nelle due prime figure seguenti le qualità dette di sopra, che deuono hauere li numeri quadrati, che finiscono, ò terminano in figura significatiua non potranno essere quadrati. Ma più breuemente riducendo le sopradette regolette à minor numero, potiamo dire.

Li numeri quadrati non possono terminare da man destra in altro, che in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. ouero o.

Quelli, che terminano in 1. ouero 4. ouero 9. cioè, che terminano in figura di numero quadrato, conuiene, che per figura seguente habbino vn numero paro, ouero zero *(che anco il o. in questo caso si piglia per paro, poiche forma numero paro, acco͂pagnatoli da man sinistra, che figura si vogli.)*

Quelli, che terminano in 5. conuiene, che habbino per figura seguente 2.

Quelli, che terminano in 6. conuiene, che habbino per seguente figura vn numero disparo, ouero 1, che anco la vnità, cioè 1. in questo caso si piglia per disparo.

Quelli, che terminano in o. conuiene, che habbino da man destra vn numero paro di zeri, & che oltre à ciò remossi tutti li zeri destri continui, il numero, che rimane da man sinistra habbi le qualità, ò conditioni sopradette, cioè, che termini in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. & che terminando in 1. ò 4. ò 9. la seguente figura sia paro, Ma terminando in 6. essa seguente figura sia disparo, Et terminando in 5. ella sia 2.

Et così li numeri, che non haueranno le sopradette qualità, diremo non potere essere quadrati. Ma quando haueranno dette qualità, potranno essere, & non essere quadrati, cioè molti, che le haueranno saranno quadrati, & molti non quadrati; onde per conoscere li quadrati, conuien cercare la sua radice, che hauendola precise saranno quadrati, & non la hauendo saranno non quadrati. Che le sopradette regolette, ò auuertimenti si sono dati solamente, accioche conoscendo noi facilmente quelli numeri, che non possono essere quadrati, non perdiamo tempo à cercare se hanno ℞ precise, ò nò; ma si facci questa fatica, ò esperimento solo in quelli numeri, delli quali stiamo in dubbio se siano quadrati, ò nò, non sapendo certo, che essi non siano quadrati.

Discorso

Discorso intorno al Modo di pigliare, ò trouare la Radice quadra prossima delli numeri non quadrati, formando il rotto, che sia più del douere, Et della Approssimatione continua.

PROPOSTO poniamo di trouare la radice quadra di 44. Dicendosi ella essere 6. & $\frac{\ }{1}\frac{8}{2}$. formando il 12. denominatore del rotto $\frac{\ }{1}\frac{8}{2}$. con il doppio del 6. intiero, ne seguirà, che à quadrare, ò vogliamo dire à moltiplicare in se stesso detto $6\frac{\ }{1}\frac{8}{2}$. cioè $6\frac{2}{3}$. il prodotto sarà più di 44. Perche se 8. differenza di 36. à 44. si parte per il doppio di 6. che ne viene $\frac{2}{3}$. è necessario, che ancora à moltiplicare $\frac{2}{3}$. per il doppio di 6. facci 8. quale con il quadrato di 6. (*intiero detto della radice*) fà à punto il 44. Onde di $6\frac{2}{3}$. il quadrato di 6. & il doppio della moltiplicatione, ò rettangolo di 6. in $\frac{2}{3}$. constituiscono il 44. Ma il quadrato di $6\frac{2}{3}$. consta del quadrato di 6. & del doppio del rettangolo di 6. via $\frac{2}{3}$. Et anco del quadrato di $\frac{2}{3}$. però il 44. è superato dal quadrato di $6\frac{2}{3}$. nel quadrato di $\frac{2}{3}$. che è $\frac{4}{9}$. Cioè la ℞ quadra propinqua d'vn numero proposto, trouata in questo modo, formãdo il denominatore del rotto con il doppio dell'intiero, supera sempre con il suo quadrato il numero proposto in tanto, quanto importa il quadrato del rotto della ℞ trouata.

Et per trouare radice più propinqua, cioè che superi il 44. in manco di $\frac{4}{9}$. Partasi esso $\frac{4}{9}$. superamento, per il doppio della ℞ trouata, cioè per $13\frac{1}{3}$. che sono $\frac{1}{\ }\frac{2}{\ }\frac{0}{9}$. & ne viene $\frac{\ }{1}\frac{4}{2}\frac{\ }{0}$. cioè $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. & questo si caui dalla ℞ trouata, cioè da $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. che resta $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. & questo $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. è ℞ di 44. più propinqua al vero incognito, che non è il $6\frac{2}{3}$. Che il suo quadrato eccederà il 44. solo nel quadrato dell' $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. differenza delle due ℞ dette, cioè lo eccederà in $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. Perche il quadrato di $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. sarà $44\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. Et tutto questo si conosce di qui. Perche à partire $\frac{4}{9}$. per $13\frac{1}{3}$. ne viene $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. ne segue, che à moltiplicare $13\frac{1}{3}$. per $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. facci $\frac{4}{9}$. Ma se moltiplicassimo vn num. A, minore di $13\frac{1}{3}$. per $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. il pdotto saria minore di $\frac{4}{9}$. & tãto minore di $\frac{4}{9}$. quanto importasse il prodotto, che nasceria à moltiplicare il numero B, in che l'A, fusse minore del $13\frac{1}{3}$. via l'istesso $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. Onde moltiplicando $13\frac{\ }{3}\frac{9}{0}$. via $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. farà manco di $\frac{4}{9}$. cioè di $\frac{4}{9}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. tanto, quanto importa il prodotto da $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$ B, in che $13\frac{\ }{3}\frac{9}{0}$ A, è minore di $13\frac{1}{3}\frac{0}{0}$. moltiplicato via $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. detto, qual prodotto da $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. via $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. è $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. Cioè $13\frac{\ }{3}\frac{9}{0}$. via $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. fà $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. mãco, che $13\frac{1}{3}\frac{0}{0}$. via $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. cioè farà $\frac{4}{9}$. manco $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. Hora hauendo $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. & $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. & volendo trouare la differenza delli quadrati loro, sappiamo, che ella è il numero, che nasce à moltiplicare la loro somma via la loro differenza, cioè di $13\frac{\ }{3}\frac{9}{0}$. via $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. che saria $\frac{3}{9}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$. & questo necessariamente è manco di $\frac{4}{9}$. che nasce à moltiplicare il doppio di $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. cioè $13\frac{1}{3}\frac{0}{0}$. via $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. (*perche ancora $13\frac{\ }{3}\frac{9}{0}$. somma di $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. con $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. è manco del doppio di $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. (essendo $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. manco, ò minore di $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$.)*) & è mãco come s'è detto in $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. perche à moltiplicare la differẽza, che è da $13\frac{\ }{3}\frac{9}{0}$. à $13\frac{1}{3}\frac{0}{0}$. quale è la istessa differenza, che si troua fra $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. à $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. per $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. detto, fà $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. Se dunque la differenza del quadrato di $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. al quadrato di $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. è $\frac{3}{9}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$. & questo è manco di $\frac{4}{9}$. in $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. ne segue, che se il quadrato di $6\frac{2}{3}$. è più del douere in $\frac{4}{9}$. che il quadrato di $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. sarà più del douere solo in $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. Onde se quello supera 44. in $\frac{4}{9}$. questo lo superarà solo in $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. Et perche $\frac{3}{9}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$. differenza delli quadrati delle due radici $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. & $6\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. è sempre minore di $\frac{4}{9}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. cioè di $\frac{4}{9}$. perche $13\frac{\ }{3}\frac{9}{0}$. di doue deriua il $\frac{3}{9}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$. è sempre minore di $13\frac{1}{3}\frac{0}{0}$. di doue deriua il $\frac{4}{9}$. ne segue, che sempre il $\frac{3}{9}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$. si potrà cauare dal $\frac{4}{9}$. Onde il quadrato di $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. sarà sempre maggiore del 44. intiero, & in tanto, quanto resta à cauare $\frac{3}{9}\frac{9}{0}\frac{9}{0}$. da $\frac{4}{9}\frac{0}{6}\frac{0}{0}$. cioè in $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. che è il prodotto d' $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. via $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. ò vogliamo dire, che è il quadrato d' $\frac{\ }{3}\frac{1}{0}$. cauato dalla prima ℞, per formarne la seconda.

Et se alcuno dicesse, che operando così, alle volte occorreria trouar radice, il quadrato della quale non arriuasse all' intiero proposto (44.) Si risponde, che ciò è impossibile, perche allhora conuerria, che la differenza del quadrato d'essa radice al quadrato della radice antecedente ($6\frac{2}{3}$.) fusse più, cioè maggiore dell'eccesso ($\frac{4}{9}$.) in che il quadrato della radice antecedente ($6\frac{2}{3}$.) superasse l'intiero proposto (44.) accioche à cauarla dal ($44\frac{4}{9}$.) quadrato della radice antecedente, restasse numero minore dell' intiero proposto (44.) per il quadrato della radice detta; il che mai può occorrere; poiche habbiamo mostrato essa differenza de' quadrati delle due radici douere essere sempre minore dell' ($\frac{4}{9}$.) eccesso, in che il quadrato della radice antecedente supera l'intiero proposto (44.) onde cauata dal ($44\frac{4}{9}$.) quadrato d'essa radice antecedente, restarà sempre più dell' (44.) intiero proposto, & però il quadrato di qual si vogli radice così trouata eccederà sempre l' (44.) intiero proposto.

Et volendo trouare vn'altra radice più prossima (*cioè manco eccedente il vero*) che nõ è $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. potremo partire l' $\frac{\ }{9}\frac{1}{0}\frac{\ }{0}$. in che il quadrato d'esso $6\frac{1}{3}\frac{9}{0}$. eccede il 44. proposto, per il prodotto

d'esso

con $6\frac{19}{30}$. partasi $\frac{1}{900}$ cioè con $\frac{5970}{900}$. partasi $\frac{1}{900}$ ne viene $\frac{1}{5970}$. che la mità è $\frac{1}{11940}$. da cauare da $6\frac{19}{30}$. che resta $6\frac{7561}{11940}$. però la radice più ppiqua sarà $6\frac{7561}{11940}$. il quadrato della quale eccederà il 44. in $\frac{1}{142563600}$. quadrato d' $\frac{1}{11940}$. num. cauato da $6\frac{19}{30}$. seconda ℞ antecedente.

Moltiplichisi in se stesso

$$6\frac{7561}{11940}$$

	79201
	79201
	79201
	158402
	712809
	554407
142563600)	6272798401
	44
	5702544

fà $44\frac{1}{142563600}$

d'esso $6\frac{19}{30}$. ouero *(che risulta l'istesso)* partiremo la mità d' $\frac{1}{900}$. cioè $\frac{1}{1800}$. per il semplice $6\frac{19}{30}$. Ouero partiremo l' $\frac{1}{900}$. per il semplice $6\frac{19}{30}$. & poi pigliaremo la mità dell' auuenimẽto, che ne viene $\frac{1}{11940}$. & questo cauaremo da $6\frac{19}{30}$. che resta $6\frac{7561}{11940}$. & questa è più propinqua ℞ eccedente di 44. perche il suo quadrato eccederà 44. ma solo in $\frac{1}{142563600}$. quadrato d' $\frac{1}{11940}$. cauato dal $6\frac{19}{30}$. radice antecedẽte; Perche similmẽte, come di sopra si disse, Se à partire $\frac{1}{900}$. per il doppio di $6\frac{19}{30}$. ne viene $\frac{1}{11940}$. ne segue, che à moltiplicar'il doppio di $6\frac{19}{30}$. via $\frac{1}{11940}$ facci $\frac{1}{900}$. Ma à moltiplicare via $\frac{1}{11940}$. vn numero, che sia manco del doppio di $6\frac{19}{30}$. farà manco di $\frac{1}{900}$. & però il prodotto si potrà cauare da $\frac{1}{900}$. Et come si disse, Se à moltiplicare $6\frac{19}{30}$. in se stesso fà $44\frac{1}{900}$. A moltiplicare $6\frac{7561}{11940}$. *(numero minore di detto* $6\frac{19}{30}$. *in* $\frac{1}{11940}$.*)* in se stesso, farà manco di $44\frac{1}{900}$. & la differenza di questi dui quadrati è il numero, che nasce à moltiplicare $\frac{1}{11940}$. differenza d'essi dui numeri, via la somma loro; che $6\frac{19}{30}$. & $6\frac{7561}{11940}$. è quanto il doppio di $6\frac{19}{30}$. mãco $\frac{1}{11940}$. Ma se à moltiplicare $\frac{1}{11940}$. via il doppio di $6\frac{19}{30}$. fà $\frac{1}{900}$. A moltiplicare esso $\frac{1}{11940}$. via vn numero, che sia minore del doppio di $6\frac{19}{30}$. in $\frac{1}{11940}$. verrà à far mãco d' $\frac{1}{900}$. tanto, quãto importa la moltiplicatione d' $\frac{1}{11940}$. in $\frac{1}{11940}$. cioè nel quadrato d' $\frac{1}{11940}$. però conosciamo, che à moltiplic. $\frac{1}{11940}$. via la somma di $6\frac{19}{30}$. & $6\frac{7561}{11940}$. non farà $\frac{1}{900}$. ma farà tanto manco, quãto importa il quadrato d' $\frac{1}{11940}$. Adunque il quadrato di $6\frac{7561}{11940}$. è minore del quadrato di $6\frac{19}{30}$. in vn numero tale, che cauato da $\frac{1}{900}$. resta il quadrato d' $\frac{1}{11940}$. Se dunque il quadrato di $6\frac{19}{30}$. è $44\frac{1}{900}$. cioè $\frac{1}{900}$. più del douere, ne segue, che il quadrato di $6\frac{7561}{11940}$. sarà più del douere solo quanto è il quadrato d' $\frac{1}{11940}$.

Proposto 496. da trouarne la radice quadrata eccedente, ella primieramente diremo essere $22\frac{3}{11}$. il quadrato della quale supera il 496. proposto in $\frac{9}{121}$. quadrato del rotto $\frac{3}{11}$. accõpagnato al 22. intiero della ℞. Questo $\frac{9}{121}$. partito p il doppio di $22\frac{3}{11}$. cioè per $44\frac{6}{11}$. cioè per $\frac{490}{11}$. cioè per $\frac{5390}{121}$. ne viene $\frac{9}{5390}$. da cauare dalla prima ℞ detta $22\frac{3}{11}$. cioè da $22\frac{1470}{5390}$. & resta $22\frac{1461}{5390}$. per la seconda ℞ eccedente più propinqua; il quadrato della quale superarà il 496. proposto nel quad. di $\frac{9}{5390}$. *(numero in che la seconda ℞ è superata dalla prima)* cioè in $\frac{81}{29052100}$. Se hora partir. qsto $\frac{81}{29052100}$. per il doppio della seconda radice, cioè per $44\frac{2922}{5390}$. che ne verrà $\frac{81}{1294041980}$. & questo auuenimento cauaremo da detta secõda ℞, il restante sarà la terza ℞ eccedente, del proposto 496. molto più ppinqua della seconda, poiche il quadrato di questa terza, che si trouarà, eccederà il 496. nel solo quadrato di $\frac{81}{1294041980}$.

Di 496. la prima ℞ eccedente è $22\frac{3}{11}$. il suo quadrato è $496\frac{9}{121}$.

La seconda ℞ è $22\frac{1461}{5390}$

	1461
22	5390
	16071
	64284
	4994
11	5390
	2234521
	44946
	14982
	24970
	29052181
	29052100

Il suo quad. è $496\frac{81}{29052100}$

Il doppio della seconda radice è $44\frac{2922}{5390}$

	5929
	237160
cioè	240082 / 5390
	2160738
	720246
	1200410
cioè	1294041980 / 29052100

col quale partito l' $\frac{81}{29052100}$. ne viene $\frac{81}{1294041980}$. da cauare da $22\frac{1461}{5390}$. secõda ℞, & il restãte sarà la terza ℞ più propinqua.

$\frac{81}{1224041980}$. numero in che la terza ℞ è ſuperata dalla antecedente ſeconda. Propoſto 55. da trouarne la ℞ quadra propinqua eccedente, Diremo ella eſſere $7\frac{3}{7}$. il quadrato della quale eccede il 55. in $\frac{9}{49}$. quadrato del rotto $\frac{3}{7}$. quale eccesso $\frac{9}{49}$. partito per il doppio di detta ℞, cioè per $14\frac{6}{7}$. che è $\frac{104}{7}$. cioè $\frac{728}{49}$. ne viene $\frac{9}{728}$. quale cauato dalla prima ℞ $7\frac{3}{7}$. ò vogliamo dire $7\frac{312}{728}$. reſta $7\frac{303}{728}$. & queſta è la ſeconda ℞ eccedente più propinqua, quale col ſuo quadrato ſupera il 55. propoſto, ſolo nel quadrato di $\frac{9}{728}$. in che la ſeconda ℞ è ſuperata dalla prima à lei antecedente.

Di 55. la prima ℞ è $7\frac{3}{7}$. il ſuo quad. è $55\frac{9}{49}$.

La ſeconda ℞ è $7\frac{303}{728}$

$7\frac{303}{728}$ 91809

4242   438256

602   530065

$54\frac{602}{728}$ 529984

il ſuo quadrato è $55\frac{81}{529984}$

Il doppio della ſeconda ℞ è $14\frac{303}{364}$

cioè $\frac{5399}{364}$ col quale partito $\frac{81}{529984}$ ne viene $\frac{81}{7860944}$

1456

1

75586

302344

7860944

$\frac{81}{7860944}$. da cauare da $7\frac{303}{728}$. ſeconda ℞.

terza ℞ $7\frac{3271713}{7860944}$

$7\frac{3271713}{7860944}$

45803982

5   6499262

25997048

25997048

58493358

38995572

506942436

42532269

55619121

22901991

6543426

9815139

61794440577697

7860944

7860944

31443776

31443776

70748496

47165664

613153632

61794440571136

$55\frac{6561}{61794440571136}$

è il quadrato della terza ℞, però egli ſupera il 55. nel rotto ſopraſcritto.

Il 728. in 7860944. entra il prodotto di 2. via 5399. cioè 10798. volte *(perche 728. in 1456. entra 2. volte, & il 1456. in 7860944. entra 5399. volte)* però moltiplicando 303. numeratore via 10798.
che fà 3271794. per numeratore.
ne cauaremo 81. numeratore.
reſta 3271713. per numeratore.

Reſta $7\frac{3271713}{7860944}$. che è la terza ℞; della quale, eſſendo maggiore la ſeconda in $\frac{81}{7860944}$. ne ſegue, che nel quadrato di queſto, che è $\frac{6561}{61794440571136}$. eſſa terza radice col ſuo quadrato ſuperarà il 55.

Ancora propoſto 3. da trouarne la ℞ quadra eccedente. Sia primamente, che ſi dica ella eſſere 1. & $\frac{2}{2}$. cioè 2. il quadrato della quale eccede il 3. propoſto in 1. *(quadrato del $\frac{2}{2}$. rotto, ò quãtità, che tiene il luogo del rotto nella detta ℞)* Per trouare la ſeconda ℞ eccedẽte più propinqua della prima; partiremo 1. in che il quadrato della prima eccede il 3. propoſto per il doppio di eſſa prima ℞, cioè per 4. & ne viene $\frac{1}{4}$. quale ſi caui dalla prima ℞, cioè da 2. & reſta $1\frac{3}{4}$. & queſta è la ſeconda ℞ eccedente più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il 3. propoſto nel quadrato dell' $\frac{1}{4}$. cauato dalla prima ℞, per trouare la ſeconda, cioè eccederà in $\frac{1}{16}$. Queſto $\frac{1}{16}$. per trouare la terza ℞ eccedẽte più propinqua della ſeconda, ſi partirà per il doppio d'eſſa ſeconda, cioè per $\frac{7}{2}$. ò vogliamo dire per $\frac{56}{16}$. il che è partire 1. per 56. & ne viene $\frac{1}{56}$. quale ſi caui dalla ſeconda ℞ detta, che è $1\frac{3}{4}$. cioè $1\frac{42}{56}$. & reſta $1\frac{41}{56}$. il che è la terza ℞ eccedente più propinqua della ſeconda; che il quadrato di queſta terza ℞ eccederà il 3. propoſto nel quadrato dell' $\frac{1}{56}$. che ſi è cauato dalla ſeconda per trouare queſta terza, cioè eccederà il 3. in $\frac{1}{3136}$. Queſto $\frac{1}{3136}$. per trouare la quarta ℞ eccedente più propinqua della terza, partiremo per il doppio d'eſſa terza ℞, cioè per $\frac{97}{28}$. & perciò potremo ridurre eſſo $\frac{97}{28}$. à 3136. eſimi, che il 3136. naſce da 56. via 56. ma il 28. denominatore del $\frac{97}{28}$. entra 2. volte in 56. però, perche 2. via 56. fà 112. eſſo 28. entrarà 112. volte nel 3136. cioè ciaſcun 28. eſimo ſarà 112. 3136. eſimi, onde li $\frac{97}{28}$. ſaranno 97. volte 112. cioè 10864. 3136. eſimi; però

partendo

Proposto 3. da pigliarne la ℞ quadrato eccedente.
Dicendo ella essere 1. & $\frac{2}{2}$. cioè 2. l'eccesso del suo quad. sarà $\frac{4}{4}$. cioè 1. doppio della ℞, partitore 4.) eccesso da partire 1.
ne viene $\frac{1}{4}$. che cauato da 2. prima ℞, resta $1\frac{3}{4}$. che è secõda ℞ più propinqua, l'eccesso del suo quad. è $\frac{1}{16}$. quad. d'$\frac{1}{4}$. in che la secõda è min. della prima. Doppio della secõda ℞ partit. $\frac{7}{2}$.) $\frac{1}{16}$. eccesso da partire. ne viene $\frac{1}{56}$. che cauato da $1\frac{3}{4}$. secõda ℞, resta $1\frac{41}{56}$. che è terza ℞ più propinqua; Il suo quadrato eccede in $\frac{1}{3136}$. quadrato d'$\frac{1}{56}$. in che la terza ℞ è minore della seconda.
doppio della terza ℞ partit. $\frac{97}{28}$.) $\frac{1}{3136}$. eccesso da partire. ne viene $\frac{1}{10864}$. che cauato da $1\frac{41}{56}$. terza ℞, resta $1\frac{7953}{10864}$. che è la quarta ℞ più propinqua, quale con il suo quadrato eccederà in $\frac{1}{118026496}$. quadrato d'$\frac{1}{10864}$. in che la quarta ℞ è minore della terza.
Il doppio della quarta ℞, che è partitore è $\frac{18817}{5432}$. l'eccesso da partire è $\frac{1}{118026496}$.

```
        97
       112
     -----
     10864
       972
     -----
       194
        41
     -----
      7594
     10864
     10864
    ------
     86912
    695296
  10864
  ---------
 118026496
```

```
10864  2        2  18817
--------        --------
  21728           37634
  18817            7953
---------       --------
 131719          112902
  526876         188170
395157          338706
---------       263438
408855776       ---------
                299303202
```

Ne viene $\frac{1}{408855776}$. che cauato da $1\frac{7953}{10864}$. quarta ℞, resta $1\frac{299303201}{408855776}$. che è la quinta ℞ più propinqua, il quadrato della quale eccederà solo nel quadrato di $\frac{1}{408855776}$. in che la quinta ℞ detta è minore della quarta.

$1\frac{299303201}{408855776}$. si moltiplichi in se stesso

```
   708158977. via 708158977
   ------------------------
     4957112839
          54528241229
         6373430793
        5665271816
       3540794885
      57360877137
   ------------------------
fà 501489136705686529
   408855776. via 408855776
   ------------------------
     1635423104
          31073038976
       359793308288
         2861990432
          2044278880
         2044278880
   ------------------------
fà 167163045568562176
sono li 3. intieri 501489136705686528
```

resta p l'eccesso $\frac{1}{167163045568562176}$

partendo 1. 3136. esimo, per 10864. 3136. esimi, ne verrà $\frac{1}{10864}$. Ouero per fare detta partitione, abbreuiando i denominatori, che sono communicanti, nel modo, che si mostrò nell'Elemẽto del Partire, nel Trattato delli numeri rotti, ridurremo li dui denominatori 28. & 3136. ad 1. & 112. & poi al solito moltiplicando 1. denominatore via 1. numeratore fa 1. per numeratore, & moltiplicãdo 97. via 112. fà 10864. per denominatore dell'auuenimẽto. Questo auuenimento $\frac{1}{10864}$. cauaremo hora dalla terza ℞, detta, cioè da $1\frac{41}{56}$. che si riduce ad $1\frac{7954}{10864}$. *(perche il 10864. si cõpone da 112. & 97. & il 56. in 112. entra 2. volte, però 56. in 10864. entrarà 2. volte 97. cioè 194. volte, onde ciascuno 56. esimo sarà 194. 10864. esimo, & li 41. 56. esimi saranno 41. volte 112. cioè 7954. 10864. esimi)* & restarà $1\frac{7953}{10864}$. il che sarà la quarta ℞ eccedente più propinqua della terza, perche il quadrato di questa quarta eccederà il 3. proposto solo nel quadrato dell'$\frac{1}{10864}$. cauato dalla terza per ritrouare questa quarta, cioè eccederà il 3. in $\frac{1}{118026496}$. Questo eccesso, per trouare la quinta ℞ eccedente più propinqua della quarta, partiremo per il doppio d'essa quarta ℞, cioè per $\frac{18817}{5432}$. & perciò potremo ridurre esso $\frac{18817}{5432}$ à 118026496. esimi, Ouero abbreuiando questi dui denominatori ridurremo il 5432. ad 1. partendo per l'istesso 5432. che egli nell' 118026496. entra 21728. volte *(che cõpouendosi l'118026496. da 10864. via 10864. perche il 5422. entra in l'uno d'essi 2. volte, egli entrarà nel prodotto loro 2. volte l'altro, cioè 2. volte 10864. che fà 21728.)* & però l'118026496. douẽtarà 21728. & così partẽdo $\frac{1}{21728}$. per $\frac{18817}{1}$. ne verrà $\frac{1}{408855776}$.

Questo auuenimento cauaremo dalla quarta ℞ detta, che è $1\frac{7953}{10864}$. & perciò ridurremo $\frac{7953}{10864}$. à 408855776. esimi, che il 10864. nel 408855776. entra 37634. volte, perche 18817. via 2. *(numero delle volte, che 10864. entra in 21728. quale insieme con il 18817. compongono il 408855776.)*

co nda

408855776.) fà 37634. però ciascuno 10864. esimo sarà 37634. 408855776. esimi; perilche moltiplicaremo 7953. numeratore con il detto 37634. & fà 299303202. 408855776. esimi, dal quale cauato l' $\frac{1}{408855776}$. resta $\frac{299303201}{408855776}$. & però la quinta ℞ eccedente più propinqua della quarta sarà $1\frac{299303201}{408855776}$. il quadrato della quale eccederà il 3. proposto solo nel quadrato d' $\frac{\ }{408855776}$. cauato dalla quarta ℞ per trouare questa quinta, cioè eccederà il 3. in $\frac{1}{1671630554068562176}$. Et se vorremo ancora trouare vna sesta ℞ eccedente più propinqua, & poi vna settima, & vna ottaua, &c. noi potremo seguire al modo detto, che per le medesme cause già mostrate haueremo l'intento nostro.

Et proposto $3\frac{2}{3}$. da trouarne la ℞ quadra eccedente. Sia primamente, che si dica ella essere 1. & $\frac{2\frac{2}{3}}{2}$. cioè 1. & $\frac{4}{3}$. cioè $2\frac{1}{3}$. il quadrato della quale eccede il $3\frac{2}{3}$. proposto in $\frac{16}{9}$. *(quadrato del $\frac{4}{3}$. rotto, ò quantità, che tiene il luogo del rotto nella detta ℞.)* Per trouare la seconda ℞ eccedente più propinqua della prima, partiremo il $\frac{16}{9}$. in che il quadrato della prima ℞ eccede il $3\frac{2}{3}$. proposto per il doppio d'essa prima ℞, cioè per $4\frac{2}{3}$. che è $\frac{42}{9}$. & ne viene $\frac{16}{42}$. cioè $\frac{8}{21}$. quale si caui dalla prima ℞, che è $2\frac{7}{21}$. & resta $1\frac{20}{21}$. & questo è la seconda ℞ eccedente più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato dell' $\frac{8}{21}$. cauato dalla prima ℞, per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{64}{441}$. Questo $\frac{64}{441}$. per trouare la terza ℞ eccedente più propinqua della seconda, si partirà per il doppio di essa seconda, cioè per $\frac{82}{21}$. *(& però abbreuiando i denominatori, ci ridurremo à partire $\frac{64}{21}$. per $\frac{82}{1}$.)* & ne verrà $\frac{64}{1722}$. ò vogliamo dire $\frac{32}{861}$. quale si caui dalla seconda ℞ detta, che è $1\frac{20}{21}$. cioè $1\frac{820}{861}$. & resta $1\frac{788}{861}$. & questo è la terza ℞ eccedente più propinqua della seconda, che il quadrato di questa terza eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato del $\frac{32}{861}$. cauato dalla seconda per trouare questa terza, cioè eccederà in $\frac{1024}{741321}$. Et così potremo seguire al solito se vorremo oltre di ciò trouare la quarta ℞, ò quinta, ò sesta, ò altra eccedente più propinqua di mano in mano l'vna dell'altra. Et notisi, che se bene la prima ℞ non sarà presa, con il formare il suo rotto, ò quantità, che serue in luogo di rotto *(qual quantità, come nelli superiori esempij s'è veduto, può arriuare ad 1. & anco essere più d'1.)* che habbi per numeratore l'auanzo, & per denominatore il doppio dell'intiero, ma sia essa prima ℞, che quantità si vogli, pur che il suo quadrato ecceda il numero proposto, cioè che essa prima ℞ sia eccedente, come si propone, noi potremo nel modo detto, mediãte questa prima eccedente, trouar poi la seconda, la terza, &c. solo vi sarà questa differenza, che non sapremo in quãto sia ecceduto il numero proposto dal quadrato della detta prima, se noi non quadraremo essa ℞, ò vogliamo dire la moltiplicaremo in se medesma, & cauaremo il suo quadrato dal numero proposto; poiche il quadrato del rotto di detta prima ℞ non sarà l'eccesso del quadrato d'essa prima ℞ sopra il numero proposto, se non quando il rotto d'essa sarà formato dall'auãzo per numeratore, & dal doppio dell'intiero per denominatore. Che per esempio dicẽdo la ℞ di $3\frac{2}{3}$. essere $1\frac{11}{12}$. noi mediante questa prima ℞ $1\frac{11}{12}$. potremo trouare la seconda più propinqua, partendo l'eccesso $\frac{1}{144}$. per il doppio d' $1\frac{11}{12}$. cioè per $\frac{23}{6}$. che ne viene $\frac{1}{552}$. quale cauaremo dalla prima ℞ $1\frac{11}{12}$. & resta $1\frac{505}{552}$. & questa è la seconda ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato d' $\frac{1}{552}$. cauato dalla prima ℞, per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{1}{304704}$. Et poi nel modo medesmo potremo seguire à trouare la terza ℞, ò altra eccedente, più propinqua di mano in mano.

Terza ℞ eccedente.

$1\frac{788}{861}$

1469

2719201. numeratore.

741321. denominat.

$3\frac{495238}{741321}$. è il quadrato.

741321

247106

494214

Cioè $\frac{1024}{741321}$. più di $3\frac{2}{3}$.

Di $3\frac{2}{3}$. dicendo la prima ℞ eccedente essere $1\frac{11}{12}$. la seconda sarà $1\frac{505}{552}$. moltiplichisi in se stessa

$\frac{1057}{552}$ $\quad$ 1117249 / 304704

Il suo quadrato è $3\frac{203137}{304704}$

101568

203136

Eccede il $3\frac{2}{3}$. in $\frac{1}{304704}$

Et se proposto pure $3\frac{2}{3}$. si dica la sua ℞ quadra eccedente essere 2; perche quì non è rotto formato dall'auanzo, & doppio dell'intiero, non sapremo similmẽte in che il quadrato di questa ℞ ecceda il numero proposto, se non trouaremo esso quadrato, che è 4. & da esso cauaremo il $3\frac{2}{3}$. proposto, che resta $\frac{1}{3}$. & così sapremo l'eccesso essere $\frac{1}{3}$. quale $\frac{1}{3}$. hora per trouare la se-

conda

conda ℞ più propinqua, partiremo per il doppio di detta prima ℞, cioè per 4. & ne viene $\frac{1}{12}$. quale cauaremo da detto 2. prima ℞, & resta $1\frac{11}{12}$. & questo sarà la seconda ℞ più propinqua del 2. prima, & il quadrato d'essa seconda eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato dell' $\frac{1}{12}$. cauato dalla prima per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{1}{144}$. Et così potremo seguire alle altre.

Et se hauessimo detto la prima ℞ eccedente di $3\frac{2}{3}$. essere vn numero qual si vogli maggiore di 2. cioè $2\frac{1}{2}$. ò 4. ò 6. ò altro numero, poniamo, che si dicesse ella essere 6. noi con questo 6. preso per prima ℞ eccedente, potressimo pure trouare vna seconda ℞ più propinqua, poi la terza, &c. nel modo detto. Che perciò venendo alla operatione, vedressimo quanto è l'eccesso del quadrato del 6. cioè di 36. sopra al $3\frac{2}{3}$. proposto, che cauato $3\frac{2}{3}$. da 36. resta $32\frac{1}{3}$. Questo eccesso partiressimo per il doppio di 6. prima ℞, cioè per 12. che ne viene $2\frac{25}{36}$. & questo auuenimento cauaressimo dal 6. prima ℞, che restaria $3\frac{11}{36}$. il che saria la seconda ℞ più propinqua della prima, che il suo quadrato eccederia il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato di $2\frac{25}{36}$. cauato dalla prima ℞, per deriuarne la seconda, Et hora per trouare la terza ℞ più propinqua, trouato il quadrato del $2\frac{25}{36}$. egli sarà $7\frac{337}{1296}$. quale è l'eccesso da partire per il doppio di $3\frac{11}{36}$. seconda ℞, cioè per $6\frac{22}{36}$. che ne viene $1\frac{841}{8568}$. da cauare dalla seconda ℞ $3\frac{11}{36}$. & resta $2\frac{1777}{8568}$. il che saria la terza ℞ più propinqua della secõda, il quadrato della quale eccederia il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato d'$1\frac{841}{8568}$. cauato dalla seconda ℞, per ritrouare qsta terza, cioè eccederà in $\frac{88529281}{73410624}$. quale eccesso partendolo p il doppio della terza ℞, cioè per $\frac{324093168}{73410624}$. ne verrà $\frac{88529281}{324093168}$. & cauandolo da $2\frac{1777}{8568}$.

Di $3\frac{2}{3}$. sia la prima ℞ 6.

la seconda saria $3\frac{11}{36}$

la differẽza loro è $2\frac{25}{36}$

$\frac{97}{36}$ $\frac{9409}{1296}$

$6\frac{22}{36}$) $7\frac{337}{1296}$. è l'eccesso

238
1428
8568) $\overline{9409}$

auuenimẽto $1\frac{841}{8568}$. da cauare da $3\frac{11}{36}$. seconda ℞.

2618

resta $2\frac{1777}{8568}$. che è la terza ℞.

quadrisi $\frac{9409}{8568}$

84681
37636
84681
88529281. numeratore
68544
51408
42840
68544
73410624. denominat.

mità del partitore $\frac{18913}{8568}$

eccesso da partire $\frac{88529281}{73410624}$

1 8568
151304
1059628
151304
mità del den. 162046584

ne viene $\frac{88529281}{324093168}$. da cauare dalla terza ℞

Cauisi $\frac{88529281}{324093168}$. da $2\frac{1777}{8568}$

18913. via 2. fà 37826

264782
2912602
37826
672168
324093168
391309970
88529281
302780689

resta $1\frac{302780689}{324093168}$ che è la quarta ℞ eccedente.

terza ℞, che restarà $1\frac{302780689}{324093168}$. questa sarà la quarta ℞ eccedente, il quadrato della quale eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato dell' $\frac{88529281}{324093168}$. cauato dalla terza ℞, per trouare la quarta, Et così al modo solito si seguiria à trouarne quant'altre più propinque ci piacesse.

Et se pigliando poniamo la ℞ di 10. dicessimo ella essere $2\frac{6}{4}$. ò vogliamo dire $2\frac{3}{2}$. hauendo formato il rotto $\frac{6}{4}$. con il 6. auanzo per numeratore, & con il doppio del 2. intiero per denominatore, noi perciò sapremo, che il quadrato di questo $2\frac{6}{4}$. cioè $2\frac{1}{2}$. prima ℞, eccederà il 10. proposto nel quadrato del $\frac{6}{4}$. quãtità, che tiene il luogo di rotto in essa, cioè eccederà in $\frac{36}{16}$. che è $2\frac{1}{4}$. Et mediante questa prima ℞ eccedente, volendo trouare la seconda più propinqua, partiremo il $2\frac{1}{4}$. eccesso, per il doppio d'esso $3\frac{1}{2}$. prima ℞, cioè per 7. che ne viene $\frac{9}{28}$. & questo si cauarà dal $3\frac{1}{2}$. prima ℞, & resta $3\frac{5}{28}$. che è la seconda ℞ più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il 10. proposto nel quadrato di $\frac{9}{28}$. cauato dalla prima per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{81}{784}$. Quest'eccesso poi si partiria per il doppio della seconda ℞, & l'auuenimento si cauaria da essa seconda ℞, che il restante saria terza ℞ eccedente più propinqua della seconda, Et così si seguiria à trouarne dell'altre più propinque, quanto ci piacesse.

Discorso intorno al Modo di pigliare, ò trouare la Radice quadra prossima delli numeri non quadrati, formando il rotto, che sia minore del douere, Et della Approssimatione continua.

PROPOSTO di trouare la ℞ quadra, poniamo di 44. Dicendosi ella essere 6. & $\frac{8}{13}$. formando il rotto, che habbi per numeratore l'auanzo di 36. *(quadrato del 6. intiero)* à 44. *(numero proposto)* & per denominatore la differenza, che è dal quadrato di 6. intiero della ℞ al quadrato di 7. numero intiero seguente, cioè che habbi per denominatore il doppio più 1. del 6. intiero della ℞. Ne seguirà, che esso 6 $\frac{8}{13}$. sarà ℞ scarsa, cioè che il quadrato d'essa non arriuarà à 44. Et quello, che manca al 6 $\frac{8}{13}$. per arriuare al 44. si troua così; Cauisi 8. numeratore del rotto da 13. denominatore, che resta 5. qual 5. si moltiplichi per 8. numeratore, che fà 40. per numeratore d'vn rotto, il denominatore del quale è il quadrato di 13. denominatore dell'$\frac{8}{13}$. però sarà 169. & haueremo $\frac{40}{169}$. che è quello, che manca al quadrato della detta ℞ 6 $\frac{8}{13}$. per arriuare al 44. proposto. Et notisi, che quando il rotto della ℞ fusse stato $\frac{5}{13}$. che è il resto dell'$\frac{8}{13}$. rotto d'essa ℞, sino ad 1. intiero; allhora, ò sia poi l'intiero, ò 6. medesmo, ò altro, cioè ò fusse la ℞, ò 6 $\frac{5}{13}$. ò 19 $\frac{5}{13}$. ò altro, essendosi tolta la ℞, ò di 41. ò di 376. ò d'altro numero proposto alla ℞, del quale per rotto cõuenisse il $\frac{5}{13}$. allhora, dico, il quadrato del 6 $\frac{5}{13}$. saria minore di 41. Ouero il quadrato del 19 $\frac{5}{13}$. saria minore del 376. nel medesmo rotto $\frac{40}{169}$. trouato di sopra; perche similmente nel $\frac{5}{13}$. si moltiplica 5. via 8. *(che sono il numeratore, & differenza d'esso al denominatore)* che fà pure 40. per numeratore; & si moltiplica similmente 13. via 13. cioè il denominatore in se medesmo, che fà pure 169. per denominatore, formandosi similmenie $\frac{40}{169}$. La causa delle cose sopradette si conoscerà di quì. Dicendosi la ℞ di 44. essere 6. & $\frac{8}{12}$. formando il 12. denominatore con il doppio del 6. intiero della ℞, Perche à moltiplicare due volte, ò vogliamo dire à moltiplicare il doppio del 6. intiero, cioè 12. via $\frac{8}{12}$. rotto, produrria à punto l'8. numeratore dell'$\frac{8}{12}$. che è il numero, in che il 44. eccede il quadrato di 6. intiero della ℞, ne segue, che la differenza del prodotto di $\frac{8}{12}$. via 6. 2. volte, al prodotto di $\frac{8}{13}$. via 6. 2. volte, insieme con il quadrato d'$\frac{8}{13}$. *(perche il quadrato di 6 $\frac{8}{13}$. consta del quadrato di 6. del quadrato di $\frac{8}{13}$. & del prodotto di 6. via $\frac{8}{13}$. due volte)* sia la differenza, che è dal quadrato di 6 $\frac{8}{13}$. al 44. Ma à moltiplicare $\frac{8}{12}$. via il doppio di 6. intiero, cioè via 12. faria l'8. che è da 36. à 44. Et à moltiplicare $\frac{8}{13}$. via l'istesso 12. faria $\frac{8}{13}$. medesmo manco d'8. perche douendo moltiplicare 8. via 12. & partire il prodotto per 13. numero del quale il 12. moltiplicante è minore d'vna vnità; l'auuenimento sarà minore dell'8. detto tanto, quanto importa 8. vnità partite per 13. cioè sarà minore dell' 8. in $\frac{8}{13}$. Ma d'esso $\frac{8}{13}$. *(manco dell'8.)* se ne deue defalcare il quadrato d'$\frac{8}{13}$. che è $\frac{64}{169}$. *(& il quadrato d'$\frac{8}{13}$. si potrà sempre cauare da esso $\frac{8}{13}$. perche il quadrato d'vn rotto, ò parte d'vnità è sempre minore d'esso rotto, che $\frac{8}{13}$. via $\frac{8}{13}$. significa pigliare $\frac{8}{13}$. $\frac{8}{13}$. di volta, cioè manco d'vna volta, & però il prodotto sarà manco d'vna volta $\frac{8}{13}$. cioè manco d'esso $\frac{8}{13}$. & però si potrà cauare da esso $\frac{8}{13}$.)* & per cauarlo ridurremo l'$\frac{8}{13}$. à 169. esimi, moltiplicando 8. numeratore via 13. *(che ogni 13. esimo è 13. 169. esimi)* & fà 104. però l'$\frac{8}{13}$. è $\frac{104}{169}$. & di questo cauaremo il $\frac{64}{169}$. che resta $\frac{40}{169}$. & in questo $\frac{40}{169}$. il quadrato di 6 $\frac{8}{13}$. è minore del quadrato di 6. giontoli il dutto del doppio di 6. via $\frac{8}{12}$. cioè in questo $\frac{40}{169}$. il quadrato di 6 $\frac{8}{13}$. è minore del 44. Ma vediamo, che del $\frac{40}{169}$. il 40. numeratore nasce dal cauare il quadrato d'8. numeratore d'$\frac{8}{13}$. dal prodotto di 8. numeratore via 13. denominatore, dunque per formare il 40. si hà da moltiplicare 8. via 13. & 8. via 8. & cauare questo prodotto 64. da quello 104. ma 8. via 8. è sempre minore di 8. via 13. & di quanto importa à moltiplicare 8. via la differenza d'8. à 13. che è 5. & però à moltiplicare 8. via 5. che fà 40. questo mostra, che 8. via 8. è minore di 8. via 13. in 40. onde conosciamo, che per trouare il 40. basta à moltiplicare l'8. numeratore d'$\frac{8}{13}$. via la differenza, che è da 8. numeratore à 13. denominatore, cioè via 5. che fà 40. per numeratore, & il 169. denominatore è sempre il quadrato di 13. denominatore. Cioè il $\frac{40}{169}$. nasce à moltiplicare l'$\frac{8}{13}$. rotto della prima ℞ 6 $\frac{8}{13}$. per $\frac{5}{13}$. che li manca ad arriuare à 7. seguẽte intiero.

Et per trouare ℞ più propinqua, ò vogliamo dire mãco scarsa, cioè che s'auuicini più al 44. proposto, ò vogliamo dire al quadrato della quale manchi manco di $\frac{40}{169}$. per arriuare al 44. proposto. Partasi il $\frac{40}{169}$. in che è scarso il quadrato della prima ℞, per il numero, che nasce à sommare la prima ℞ 6 $\frac{8}{13}$. con l'intiero seguẽte, cioè con 7. qual numero, ò somma è 13 $\frac{8}{13}$. cioè $\frac{177}{13}$. che è $\frac{2301}{169}$. & l'auuenimento, che è $\frac{40}{2301}$. si gionga alla prima ℞ 6 $\frac{8}{13}$. che fà 6 $\frac{112}{177}$. & questo è la seconda ℞ più prossima, ò mãco scarsa. Perche essendo 6 $\frac{112}{177}$. maggiore di 6 $\frac{8}{13}$. in $\frac{40}{2301}$. il quadrato di 6 $\frac{112}{177}$. sarà maggiore del quadrato di 6 $\frac{8}{13}$. in tãto,

quanto

Di 44. la ℞ prossima è $6\frac{8}{13}$

Il 13. denominat. del rotto è il doppio più 1. del 6. intiero, cioè è la differeza del quadrato di 6. al quadrato di 7. intiero, che segue, & pò il 13. serue per denominat. à tutti li auanzi, che sono fra 36. & 49.

$6\frac{8}{13}$

$6\frac{8}{13}$

$36\ \frac{64}{169}$

$7\frac{5}{13}$

$43\frac{129}{169}$. è il suo quadr.

che manca di $\frac{40}{169}$. per arriuare al 44. proposto.

A, prima ℞ scarsa $6\frac{8}{13}$

B, intiero seguente 7

somma $13\frac{8}{13}$. che è partitore.

C 177

2301

La scarsezza del quadrato della prima ℞ è $\frac{40}{169}$. da partire, ne viene $\frac{40}{2301}$. che si gionge à $6\frac{8}{13}$. prima ℞

177. via 8. numerat. fà 1616

40

1456

2301

la somma è $6\frac{112}{177}$. che è la secōda ℞ più propinqua, ò man co scarsa.

Moltiplichisi in se stesso

$6\frac{112}{177}$ 112

$6\frac{112}{177}$ 112

1344 12544

1239 18585

105 13129

$7\frac{105}{177}$

36

$43\frac{31429}{31329}$. è il quadrato della seconda ℞, che è minore di 44. in $\frac{200}{31329}$. qual si chiami il rotto N. & il suo denominatore si chiami D, per commodità.

N $\frac{200}{31329}$ D.

A trouare il numero D, denominatore del rotto N, che manca al quadrato della seconda ℞, per arriuare à 44. vediamo, che egli è il quadrato di 177 C, & questo 177. è il numero, che nasce à moltiplicare 13. somma delli intieri d'A, & B, & però denominatore dell' $\frac{8}{13}$. rotto della prima ℞, via esso denominatore, & però si può dire il denominatore in se stesso, & al prodotto, ò quadrato 169. giongerli il numeratore 8. Cioè per trouare il denominat. D, moltiplichisi nella prima ℞ il denominatore del rotto in se stesso, & al prodotto si gionga il numeratore, & la somma moltiplicata in se stessa produrrà il numero D.

Di 44. proposto la prima ℞ scarsa è $6\frac{8}{13}$

La seconda ℞ più propinqua è $6\frac{112}{177}$. Il suo quadrato manca in $\frac{200}{31329}$. quale partito per $13\frac{112}{177}$. ne viene $\frac{200}{427101}$. che gionto à $6\frac{112}{177}$. fà $6\frac{1528}{2413}$. che è la terza ℞ più propinqua.

seconda ℞ $6\frac{112}{177}$

intiero seguente 7

partitore $13\frac{112}{177}$ $\frac{200}{31329}$. da partire

2413

16891

41021

cioè $\frac{427101}{31329}$

$\frac{200}{427101}$. auuenimento da giongere à $6\frac{112}{177}$

2413. volte entra 177. denom. in 427101. denominat.

112. numeratore

4826

26543

200. numeratore

177) 270456. numeratore, che si può schifare per 177. come il 427101. denominatore, la somma è $6\frac{1528}{2413}$. che è la terza ℞.

1528

934

495

1416

terza ℞ $6\frac{1528}{2413}$

$6\frac{1528}{2413}$
$6\frac{1528}{2413}$

18336

1445

$7\frac{}{2413}$

18785
34680
2334784

$43\frac{5821569}{5822569}$. è il quadrato.

manca in $\frac{1000}{5822569}$. per arriuare à 44.

Il rotto della ſcarſezza del quadrato della terza ℞, ſi trouaria anco moltiplicãdo il numero, in che la terza ℞ è minore del 7. intiero ſeguẽte, via il numero in che eſſa terza ℞ è maggiore della ſeconda ℞ antecedente, cioè moltiplicãdo $\frac{885}{2413}$. via $\frac{200}{427101}$. che fà il medeſmo $\frac{1000}{5822569}$.

5

$\frac{885}{2413}$. via $\frac{200}{427101}$. fà $\frac{1000}{5822569}$.

2413

quanto importa à moltiplicare la ſomma d'eſſi dui numeri $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{112}{177}$. via $\frac{40}{2301}$. *(differenza loro)* ma queſto prodotto nõ arriuarà à $\frac{40}{169}$. in che il quadrato di $6\frac{8}{13}$. è minore del 44. & conſequentemente il quadrato di $6\frac{112}{177}$. non arriuarà à 44. ma ſarà minore di 44. Et la cauſa, che queſto prodotto nõ arriuarà à $\frac{40}{169}$. è, che ſe à partire $\frac{40}{169}$. p 13 $\frac{8}{13}$. *(ſomma di $6\frac{8}{13}$. & 7. intiero ſeguente)* ne viene $\frac{40}{2301}$. ne ſegue conuerſamente, che à moltiplicare $13\frac{8}{13}$. via $\frac{40}{2301}$. farà $\frac{40}{169}$. ma la ſomma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{112}{177}$. è minore di $13\frac{8}{13}$. cioè della sõma di $6\frac{8}{13}$. con 7. perche $6\frac{112}{177}$. è minore di 7. però à moltiplicare la ſomma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{112}{177}$. via $\frac{40}{2301}$. farà neceſſariamente manco di $\frac{40}{169}$. & tanto manco, quanto importa à moltiplicare $\frac{40}{2301}$. via $\frac{65}{177}$. in che il $\frac{112}{177}$. è minore di 7. qual moltiplicatione produce $\frac{200}{31329}$. Che ſe à moltiplicare la ſomma di $6\frac{8}{13}$. con $6\frac{112}{177}$. via $\frac{40}{2301}$. faceſſe preciſe $\frac{40}{169}$. allhora il quadrato di $6\frac{112}{177}$. ſaria preciſemente maggiore del quadrato di $6\frac{8}{13}$. in $\frac{40}{169}$. & però eſſo quadrato di $6\frac{112}{177}$. ſaria à pũto 44. ma perche detta moltiplicatione è minore di $\frac{40}{169}$. in $\frac{200}{31329}$. ne ſegue, che eſſo quadrato di $6\frac{112}{177}$. ſarà manco di 44. in detto $\frac{200}{31329}$. Et per trouare q̃ſto $\frac{200}{31329}$. che à detta ſeconda ℞ mãca ad arriuare al 44. vediamo, che biſogna moltiplicare il numero, che ad eſſa ſeconda ℞ manca ad arriuare à 7. ſeguente numero intiero, il che è $\frac{65}{177}$. via $\frac{40}{2301}$. numero, che ſi è giunto alla prima ℞.

5

$\frac{40}{2301}$. via $\frac{65}{177}$

177

fà $\frac{200}{31329}$

Et per trouare vna terza ℞, il quadrato della quale s'accoſti più al 44. Partiremo ſimilmente $\frac{200}{31329}$. che mãca al quadrato della ſeconda à peruenire à 44. per la ſomma di eſſa ſeconda ℞, & di 7. num. intiero ſeguente, cioè per $13\frac{112}{177}$. che ne viene $\frac{200}{427101}$. quale giongeremo à detta ſeconda ℞ $6\frac{112}{177}$. & fà $6\frac{1528}{2413}$. & queſta è la terza ℞ più propinqua, il quadrato della quale *(perche ella è maggiore della ſeconda)* più s'accoſta al 44. ma non vi arriua, perche à douerui arriuare, conuerria che il quadrato di queſta terza ℞ fuſſe maggiore del quadrato della ſeconda in $\frac{200}{31329}$. *(nnmero, che manca al quadrato della ſeconda per arriuare à 44.)* ma egli è maggiore di detto quadrato della ſeconda ℞ in manco d'eſſo $\frac{200}{31329}$. il che ſi conoſce così. Perche à partire $\frac{200}{31329}$. per la ſomma di $6\frac{112}{177}$. ſeconda ℞, & di 7. intiero ſeguente, ne viene $\frac{200}{427101}$. ne ſegue, che à moltiplicare detta ſomma per eſſo $\frac{200}{427101}$. produchi $\frac{200}{31329}$. ma la ſomma di $6\frac{112}{177}$. ſeconda ℞, & di $6\frac{1528}{2413}$. terza ℞, è minore della ſomma di $6\frac{112}{177}$. ſeconda ℞, con 7. intiero ſeguente; perche la terza ℞ è minore di 7. però à moltiplicare la ſomma della ſecõda, & terza ℞ per $\frac{200}{427101}$. *(& queſto prodotto, perche naſce à moltiplicare la ſomma di dette due radici, via la differenza loro, è quel numero, in che il quadrato della terza ſupera il quadrato della ſeconda)* farà neceſſariamente manco di $\frac{200}{427101}$. & tanto manco, quanto importa à moltiplicare $\frac{200}{427101}$. via $\frac{885}{2413}$. in che la terza ℞ è minore di 7. qual moltiplicatione produce $\frac{1000}{5822569}$. onde ſe produceſſe $\frac{200}{31329}$. il quadrato della terza ℞ ſaria à punto 44. ma perche produce $\frac{1000}{5822569}$. manco, vediamo, che eſſo quadrato della terza ℞ non arriua à 44. ma vi manca detto $\frac{1000}{5822569}$. Conoſciamo dunque, che al quadrato della terza ℞ mancarà ad arriuare al 44. propoſto, tanto, quanto naſce à moltiplicare il numero, in che la terza ℞ è minore di 7. intiero ſeguente, via il numero, in che eſſa terza ℞ è maggiore della antecedente ſeconda ℞. Et l'isteſſo occorre ſimilmente nella quarta, quinta, & altre radici più propinque *(& però maggiori)* che ſi trouaſſero; che il quadrato di ciaſcuna di mano in mano ſi approſsimarà ſempre più al 44. propoſto, ma mai vi arriuaranno; anzi li mancarà ſempre tanto, quanto naſce à moltiplicare il numero, in che la ℞ trouata è minore, ò vogliamo dire è differente dall'intiero ſeguente, via il numero, in che eſſa ℞ trouata è differente *(ò vogliamo dire è maggiore)* dalla ℞ à lei proſsima antecedente.

Et notiſi,

Et notisi, che se bene la prima ℞ non sarà presa con il formare il suo rotto, che habbi per numeratore l'auãzo, ò numero, che resta à cauare il quadrato dell'intiero dal numero proposto; & per denominatore il doppio più 1. dell'intiero, ma che con esso intiero sia aggiunto, che rotto si vogli, pur che il quadrato della ℞ totale non ecceda il numero proposto da pigliarne la ℞, cioè pur che essa ℞ sia scarsa; noi essa prima ℞ mediãte potremo poi trouarne vn'altra più propinqua, & poi vn'altra, & quant'altre vorremo, nel medesmo modo già detto, & per le medesme cause. Che dicendosi la ℞ scarsa di 44. essere $6\frac{5}{8}$. il quadrato della quale $43\frac{57}{64}$. manca

Di 44. la ℞ scarsa sia $6\frac{5}{8}$

$6\frac{5}{8}$

$36\frac{25}{64}$

$7\frac{1}{2}$

il suo quadrato è $43\frac{57}{64}$

manca $\frac{7}{64}$. per arriuare à 44.

secõda ℞ $6\frac{69}{109}$ 4761

$6\frac{69}{109}$ 7085

828   11846

$7\frac{65}{109}$ $43\frac{11846}{11881}$. è il ℞ mãca in $\frac{35}{11881}$. p arriuare à 44.

prima ℞ $6\frac{5}{8}$

intiero seguente 7

partitore $13\frac{5}{8}$ $\frac{7}{64}$. da partire.

109

872

ne viene $\frac{7}{872}$. da giongere alla prima ℞ $6\frac{5}{8}$. & fà $6\frac{69}{109}$. che è seconda ℞ più propinqua, quale è minore di 7. intiero seguẽte in $\frac{40}{109}$. & maggiore della prima ℞ in $\frac{7}{872}$. che moltiplicati insieme fanno $\frac{35}{11881}$. che è quello, in che il quadrato di questa seconda ℞ è minore del 44. proposto.

$6\frac{5}{8}$. con $\frac{7}{872}$

109

5

545

7

552

872

fà $6\frac{69}{109}$

5

$\frac{40}{109}$. via $\frac{7}{872}$

fà $\frac{35}{11881}$

ad arriuare al 44. proposto in $\frac{7}{64}$. Noi volendo, mediante questa prima ℞, trouarne vna più propinqua, partiremo il $\frac{7}{64}$. mancamento del quadrato d'essa prima ℞ al 44. proposto, per $13\frac{5}{8}$. somma d'essa prima ℞, & di 7. intiero seguente, & ne viene $\frac{7}{872}$. quale giongeremo alla prima ℞ $6\frac{5}{8}$. & fà $6\frac{69}{109}$. che è la seconda ℞ più propinqua, il quadrato della quale sarà minore del 44. proposto solo nel prodotto, che nasce à moltiplicare $\frac{40}{109}$. in che questa seconda ℞ è minore di 7. intiero seguente via $\frac{7}{872}$. in che questa seconda ℞ è maggiore della prima, qual prodotto è $\frac{35}{11881}$. Et se questo si partisse per $13\frac{69}{109}$. somma della seconda ℞, & di 7. intiero seguente, & l'auuenimento si giongesse à $6\frac{69}{109}$. seconda ℞, la somma saria terza ℞ più propinqua della seconda. Et così si potria seguire à trouarne quant'altre più propinque ci piacesse.

Piglisi la ℞ non eccedẽte di $20\frac{1}{2}$. ella sarà $4\frac{\frac{1}{2}}{9}$. cioè $4\frac{1}{2}$. il ☐ d'lla quale è scarso d' $\frac{1}{4}$.

int. d'lla ℞. pri. ℞. tot. int. seg.

4   $4\frac{1}{2}$ 5

differẽza $\frac{1}{2}$ differẽza $\frac{1}{2}$.

pd. delle differ. $\frac{1}{4}$. che è q̃llo che mãca al quad. della prima ℞ per arriuare al $20\frac{1}{2}$.

prima ℞ $4\frac{1}{2}$

int. seguẽte 5

sõma partit. $9\frac{1}{2}$.) $\frac{1}{4}$. mãcam. da partire.

ne viene $\frac{1}{38}$. da giõgere alla prima ℞ $4\frac{1}{2}$. & fà $4\frac{10}{19}$. che è la seconda ℞.

prima ℞. secõda ℞. int. seg.

$4\frac{1}{2}$ $4\frac{10}{19}$ 5

differ. $\frac{1}{38}$.   differ. $\frac{9}{19}$.

pd. delle differ. $\frac{9}{722}$. che è quello, che manca al quadr. della seconda ℞, per arriuare al $20\frac{1}{2}$. proposto.

seconda ℞ $4\frac{10}{19}$

int. seguẽte 5   mãc. da part.

sõma partit. $9\frac{10}{19}$.) $\frac{9}{722}$.

181

6878

ne viene $\frac{9}{6878}$. da giõgere alla sec. ℞, & fà $4\frac{3691}{6878}$. che è la terza ℞ più propinqua.

sec. ℞ $4\frac{10}{19}$. con $\frac{9}{6878}$.

362

fà $4\frac{3691}{6878}$. si schisa per 19. denomin. del $\frac{10}{19}$. rotto della ℞. cioè $4\frac{191}{362}$. che è la terza ℞.

secõda ℞. terza ℞. int. seguẽte.

$4\frac{10}{19}$. $4\frac{191}{362}$.   5.

differ. $\frac{9}{6878}$. differ. $\frac{171}{362}$. 9

362

prod. delle differ. $\frac{81}{131044}$. che è quello, che manca al quadrato della terza ℞, per arriuare al $20\frac{1}{2}$. proposto.

terza ℞ 4 $\frac{1}{3}\frac{7}{6}\frac{1}{2}$
int. seguẽte 5 mãcam. da part.
sõma partit. 9 $\frac{1}{3}\frac{6}{6}\frac{1}{2}$ 81
3449 131044
69142
A. 1179326
1248538

ne viene $\frac{81}{1248538}$. da gionge-
alla terza ℞, & fà 4 $\frac{1}{3}\frac{8}{4}\frac{2}{4}\frac{0}{9}$. che
è la quarta ℞ più propinqua.

terza ℞
4 $\frac{191}{362}$. con $\frac{81}{1248538}$
3449 362) 658840
3449 1820
65531 2968
658759 724
81 fà 4 $\frac{1820}{3449}$
658840
1248538. si può schifare per il
362. denominatore del $\frac{1}{3}\frac{9}{6}\frac{1}{2}$.
rotto della ℞. Et questo per lo-
ro mirabile proprietà occorre
sempre in ciascuna ℞, quando
se li gionge l'auuenimento, for-
mando la seguente ℞ più pro-
pinqua.

Et così si seguiria à trouare del-
l'altre ℞ scarse più propinque.

A. Nella molti-
plicat. A, doue
si vuol ridurre
9 $\frac{1}{3}\frac{6}{6}\frac{1}{2}$. cioè
$\frac{1}{3}\frac{6}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ / $\frac{1}{3}\frac{6}{6}\frac{1}{2}$. à 13-
1044. esimi, che
362. in 131044.
entra 362. vol-
te, & però con-
uien moltipli-
care 3449. nu-
merat. per 362.
che faria 1248-
538. per nuouo
numerat. Que-
sto 1248538. s'è
trouato con a'-
tro modo così.
Senza mouere
il 9 $\frac{1}{3}\frac{6}{6}\frac{1}{2}$. del
suo essere s'è fin
to moltiplicar-
lo per 131044.
(per ridurlo à 13 1044. esimi) &
quanto al rotto
$\frac{1}{3}\frac{6}{4}\frac{1}{3}$. pche il
suo denominat.
362. nel 1310-
44. entra 362.
volte, con que-
sto 362. volte si
è moltiplicato
il numerat. 161.
che fà 69142. &
& così il rotto $\frac{1}{3}\frac{6}{6}\frac{1}{2}$. è 69142. 131044. esimi, Et
quanto al 9. intiero, si è moltiplicato esso 9. via
131044. che fà 1179396. & questo gionto al 691-
42. spettante al rotto fà 1248538. però 1248538.
131044. esimi è il 9 $\frac{1}{3}\frac{6}{6}\frac{1}{2}$. detto.

terza ℞. quarta ℞. int. seguẽte.
4 $\frac{191}{362}$ 4 $\frac{1820}{3449}$ 5. 6898
3449
62081
differ. $\frac{81}{1248538}$. differ. $\frac{1629.9}{3449}$ 27692
27592
6898 20694
prod. delle differ. $\frac{729}{23791202}$ 23791202
che è quello, che manca al quadrato della
quarta ℞, per arriuare al 20 $\frac{1}{2}$. proposto.

quarta ℞ 4 $\frac{1820}{3449}$. moltiplichisi in se stessa.
14560
4 $\frac{764}{3449}$
13796
20694
24143
3312400
fà 20 $\frac{5947436}{11895601}$
5947800 $\frac{1}{2}$
364 $\frac{1}{2}$
cioè $\frac{729}{23791202}$. manco di 20 $\frac{1}{2}$.

Trouisi la ℞ propinqua non eccedente di
55 $\frac{1}{4}$. Diremo essa ℞ *(& la chiamaremo prima)* essere $\frac{6\frac{1}{4}}{15}$. cioè 7 $\frac{5}{1}\frac{}{2}$. Al suo qudara-
to per arriuare al 55 $\frac{1}{4}$. manca il $\frac{3}{4}\frac{5}{4}$. che
nasce à moltiplicare il rotto d'essa ℞, cioè
$\frac{5}{1}\frac{}{2}$. via quello, che ad essa ℞ mãca per ar-
riuare ad 8. seguente intiero, cioè via $\frac{7}{1}\frac{}{2}$.
ò vogliamo dire, che nasce à moltiplicare
il numero, in che ella supera l'intiero ante-
cedente 7. via quello, in che ella è superata
dall' intiero seguente 8. Per trouare la se-
conda ℞ più propinqua, si partirà il $\frac{3}{4}\frac{5}{4}$. che manca al quadrato della prima ℞ per 15 $\frac{1}{2}$.
somma della prima ℞, & di 8. intiero seguente, & ne viene $\frac{7}{4}\frac{}{4}\frac{}{4}$. & questo si gionge alla pri-
ma ℞ 7 $\frac{5}{1}\frac{}{2}$. & fà 7 $\frac{1}{3}\frac{6}{7}$. per la seconda ℞, al quadrato della quale per arriuare al 55 $\frac{1}{4}$. manca
$\frac{3}{5}\frac{4}{4}\frac{9}{7}\frac{}{6}$. numero, che nasce à moltiplicare quello, in che essa seconda ℞ è minore d'8. intiero
seguente *(& è $\frac{2}{3}\frac{1}{7}$)* via quello, in che la istessa seconda ℞ è maggiore della antecedente pri-
ma *(& è $\frac{7}{4}\frac{}{4}\frac{}{4}$.)* cioè à moltiplicare $\frac{2}{3}\frac{1}{7}$. via $\frac{7}{4}\frac{}{4}\frac{}{4}$. che fà $\frac{3}{5}\frac{4}{4}\frac{9}{7}\frac{}{6}$.

la prima ℞ di 55 $\frac{1}{4}$. è 7 $\frac{1}{1}\frac{}{2}$.
l'intiero seguente è 8 mãcam. da part.
somma partitore 15 $\frac{1}{1}\frac{}{2}$) $\frac{3}{1}\frac{5}{4}\frac{}{4}$
185
2220 ne viene $\frac{7}{4}\frac{}{4}\frac{}{4}$.

prima ℞ 7 $\frac{5}{12}$. con $\frac{7}{444}$
37 185
192
444
fà 7 $\frac{1}{3}\frac{6}{6}$. che è secõda
℞ più propinqua.

Et notisi, che doppo
la prima ℞ scarsa d'vn
numero proposto, per
trouarne dell'altre più
propinque, noi non
solo potiamo seruirci
dell'intiero, che segue
alla prima ℞, ma po-
tiamo seruirci ancora
d'alcuna qual ci piac-
cia ℞ eccedente in vece di detto intiero seguente, & procedere nel modo medesmo; Che pro-
posto 44.

la seconda ℞ è maggiore della prima in $\frac{7}{444}$ via $\frac{21}{37}$
148

la seconda ℞ è minore d'8. seguente intiero in $\frac{21}{37}$ (7). fà $\frac{49}{5476}$. che è quello, che manca al quadrato della secōda ℞, per arriuare à $55\frac{1}{4}$.

seconda ℞ $7\frac{16}{37}$
intiero seguentè 8

somma partitore $15\frac{16}{37}$) $\frac{49}{5476}$. mancam. da partire.
2368 148

$\frac{82140}{84508}$. ne viene $\frac{49}{84508}$. da giōgere alla secōda ℞, p formarne la terza.

seconda ℞
$7\frac{16}{37}$. con $\frac{49}{84508}$
36544 2284

$\frac{49}{36593}$. numeratore della somma, che si può sempre schisare per il 37. denominatore del $\frac{16}{37}$. rotto della ℞, con la quale si fà la somma, come anco si schisa l'84508. denominatore.
$\frac{989}{329}$
333

fà $7\frac{989}{2284}$. che è la terza ℞ più propinqua

Di 44. proposto.

la prima ℞ scarsa è $6\frac{8}{13}$. la scarsezza è $\frac{40}{169}$
la eccedente $6\frac{2}{3}$

sōma, che è partitore $13\frac{11}{39}$ | $\frac{40}{169}$

259 $\frac{518}{39}$ $\frac{40}{169}$ 20
3 13

ne viene $\frac{60}{3367}$. da giongere alla prima ℞ $6\frac{8}{13}$
259. via 8. fà 2072
60
13. den. del rotto della | 2132. numeratore.
℞ schisatore,

la sōma, che è secōda ℞ è $6\frac{164}{259}$. più ꝑpinqua
seconda ℞ scarsa $6\frac{164}{259}$. con $\frac{60}{1338153}$
20668 5167
82672 4325
60 1813
numeratore 847448. si schisa p 269. denomin. del $\frac{164}{259}$. rotto della ℞.
3272
704
1864
518

fà $6\frac{3272}{5167}$. che è la terza ℞ più propinqua.

posto 44. da trouarne la ℞ scarsa, dicendosi ella essere $6\frac{8}{13}$. il quadrato della quale è scarso in $\frac{40}{169}$. prodotto di $\frac{8}{13}$. via $\frac{5}{13}$. (*ò vogliamo dire quantità, che nasce à cauare il quadrato del rotto* $\frac{8}{13}$. *dal medesmo* $\frac{8}{13}$.) noi per trouare vna seconda ℞ più propinqua, potremo seruirci di $6\frac{8}{12}$. ℞ eccedēte del proposto 44. giongēdo la prima ℞ $6\frac{8}{13}$. à $6\frac{8}{12}$. che fà $13\frac{11}{39}$. & cō questo partire $\frac{40}{169}$. mancamento del quadrato della prima ℞, che ne viene $\frac{60}{3367}$. & q̄sto giongere alla prima ℞ $6\frac{8}{13}$. che fà $6\frac{164}{259}$. & questa è seconda ℞ più propinqua, ò vogliamo dire manco scarsa della prima. Perche se à partire $\frac{40}{169}$. per $13\frac{11}{39}$. ne viene $\frac{60}{3367}$. ne segue, che à moltiplicare $13\frac{11}{39}$. via $\frac{60}{3367}$. produca $\frac{40}{169}$. Onde à moltiplic. p il $\frac{60}{3367}$. vn numero, che sia minore di $13\frac{11}{39}$. il prodotto sarà minore di $\frac{40}{169}$. ma la sōma della prima,

pri. ℞ scarsa. $6\frac{8}{13}$ sec. ℞ scarsa. $6\frac{164}{259}$ ℞ ecced. adoprata $6\frac{2}{3}$ [$86\frac{1}{3}$
differenza $\frac{60}{3367}$ differēza $\frac{8}{2}\frac{2}{3}\frac{3}{6}$ $172\frac{2}{3}$

prodotto delle differēze $\frac{520}{872053}$ $\frac{30303}{84175}$
872053

cioè $\frac{40}{67081}$. che è quello, in che il quadr. della seconda ℞ è min. del 44. proposto.
seconda ℞ scarsa $6\frac{164}{259}$ $86\frac{1}{3}$
℞ eccedente $6\frac{2}{3}$ $77\frac{2}{3}$

sōma partitore $13\frac{233}{777}$) $\frac{40}{67081}$. scarsezza da partire.

777. in 67081. entra volte $86\frac{1}{3}$. però si moltiplica 233. via $86\frac{1}{3}$
$77\frac{2}{3}$
1398
1864
872053
numerat. $892168\frac{2}{3}$. in 40. numeratore
cioè 2676506. in 120.

ne viene $\frac{60}{1338153}$. da giongere alla seconda ℞ scarsa, & se ne formarà la terza.

seconda

sec. ℞ scarsa. ter. ℞ scarsa. ℞ ecced. adop.

$6\frac{1}{2}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$ $6\frac{3}{5}\frac{2}{1}\frac{7}{6}\frac{2}{7}$ $6\frac{2}{3}$

iffer. $\frac{60}{1338253}$. via differ. $\frac{172\frac{2}{3}}{5167}$

$172\frac{2}{3})1338253$ $1722\frac{1}{3}$ 518 $3444\frac{2}{3}$ 4014759 $7750\frac{1}{2}$ 3887 2615 259

che è quãto $\frac{60}{7750\frac{1}{2}}$. via $\frac{1}{5167}$. perche $172\frac{2}{3}$. in 1338253. entra volte $7750\frac{1}{2}$.

cioè $\frac{120}{15501}$. via $\frac{1}{5167}$ 5167 25835 78505 80093667

che fà $\frac{120}{80093667}$. il che è quello, in che il quadrato della terza ℞ è min. del 44. proposto.

ma, & seconda ℞ trouate, cioè di $6\frac{}{1}\frac{8}{3}$. & $6\frac{1}{2}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$. è minore di $13\frac{1}{3}\frac{1}{9}$. cioè della somma di $6\frac{}{1}\frac{8}{3}$. & $6\frac{2}{3}$. perche $6\frac{1}{2}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$. è minore di $6\frac{2}{3}$ *(che è minore in $\frac{}{7}\frac{2}{7}\frac{6}{7}$.)* però à moltiplicare la sõma della prima, & seconda ℞ trouate, via $\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{0}{6}\frac{0}{7}$. farà necessariamente mãco di $\frac{}{1}\frac{4}{6}\frac{0}{9}$. Et tanto manco, quanto importa à moltiplic. $\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{6}{6}\frac{0}{7}$. via $\frac{}{7}\frac{2}{7}\frac{0}{7}$. in che la seconda ℞ trouata è minore di $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedente detta, qual moltiplicatione produce $\frac{}{6}\frac{}{7}\frac{}{0}\frac{4}{8}\frac{0}{1}$. che è quello, che manca al quadrato della seconda ℞, per arriuare al 44. proposto. Et hora volẽdo trouare vna terza ℞ scarsa più propinqua della seconda, noi similmente partiremo il mancamento del quadrato della seconda ℞, cioè $\frac{}{6}\frac{}{7}\frac{}{0}\frac{4}{8}\frac{0}{1}$. per la somma d'essa seconda ℞, & di $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedẽte detta, & l'auuenimento giongeremo alla seconda ℞, che ne nascerà la terza ℞ scarsa più propinqua della seconda. Et così seguiremo à trouare quant'altre ℞ scarse più propinque vorremo.

Et accioche si conosca euidentemente, che d'vn numero proposto, trouandosi con questo modo quante ℞ si voglino, l'vna maggiore dell'altra, non potrà auuenir mai, che alcuna d'esse douenti tanto grande, che ella sia eccedente, cioè che il quadrato d'essa ecceda il numero proposto. Consideraremo, che essendo A, ℞ scarsa d'vn numero proposto, & E, ℞ eccedente dell'istesso, & S, la scarsezza del quadrato della ℞ scarsa, cioè quello, in che esso quadrato è minore del numero proposto, Et essendo V, la ℞ vera incognita del numero proposto, quale non si potendo esplicare per numero rationale *(cioè misto d'intiero, è rotto semplicemente)* cerchiamo nondimeno andarceli di continuo accostando, senza però superarlo mai, cioè di modo, che nondimeno ciascuno accostamento sia scarso, & che perciò essa quantità V, vera ℞ incognita, ò inesplicabile, sia sempre maggiore di qual si vogli ℞, che si trouasse, essendo nondimeno essa V, minore della E, ℞ eccedente. Consideraremo, dico, che giongendo insieme A, ℞ scarsa, & E, ℞ eccedente, la somma, & chiamiamola C, sarà maggiore, che la somma, che nascesse à giongere insieme la detta A, ℞ scarsa con V, ℞ vera incognita *(poiche se bene la A, è eguale alla A, cioè à se stessa, la V, poi è minore della E,)* & chiamiamola D, onde se vna medesma quantità, poniamo la S, *(scarsezza sopradetta)* sarà partita per la somma C, & anco per la somma D, l'auuenimento, che nascerà dalla C, & chiamiamolo F, sarà minore, che l'auuenimento, qual nascesse dalla D, & chiamiamolo G, *(poiche accrescendo il partitore, ne viene à nascere auuenimento minore; che in vna quantità S, data, minor numero di volte entra, ò è contenuta vna quantità grande, che vna piccola)* Questo auuertito, che à partire S, scarsezza sopradetta per la somma C, *(che è il cõposto della ℞ scarsa A, & della eccedente E,)* ne verrà meno, che à partire la medesima S, per la somma D, *(che è il composto della ℞ scarsa A, & della vera incognita V,)* consideraremo ancora, che essendo la differenza delli quadrati di due quantità A, minore, & V, maggiore, quello, che nasce à moltiplicare la somma d'esse due quantità per la differenza loro; che conuersamente, partendo la differenza d'essi dui quadrati, per la somma delle due quantità, l'auuenimento sarà à punto la differenza di dette due quantità; ma se partiremo la differenza d'essi dui quadrati, per quantità maggiore della somma delle due quantità dette, l'auuenimẽto verrà ad essere minore, che la differenza delle medesme due quantità dette, onde se alla quantità A, minore giongeremo questo auuenimento minore, sarà necessario, che la somma sia minore, che la quantità V, cioè essa somma d'A, & dell'auuenimento detto non potrà arriuare alla quantità V, anzi sarà necessariamente minore d'essa V. Hora applicando le cose dette al proposito nostro; di 44. numero proposto, sapendo, che $6\frac{}{1}\frac{8}{3}$ A, è ℞ scarsa, & $6\frac{2}{3}$ E, è ℞ eccedente; se partiremo la scarsezza S, che hora è $\frac{}{1}\frac{4}{6}\frac{0}{9}$. per la somma di A, & E, che è $13\frac{1}{1}\frac{1}{9}$. chiamata C, l'auuenimẽto $\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{6}{6}\frac{0}{7}$. chiamato F, sarà minore, che la differenza, quale è dal $6\frac{}{1}\frac{8}{3}$. ℞ scarsa A, all'V, ℞ vera incognità; però giongendo esso auuenimento F $\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{6}{6}\frac{0}{7}$. all'A $6\frac{}{1}\frac{8}{3}$. & fa $6\frac{1}{2}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$. sappiamo certissimo, che questa somma è minore della vera ℞ incognita V, & che però esso $6\frac{1}{2}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$. è anco ella ℞ scarsa, ma più propinqua del $6\frac{}{1}\frac{8}{3}$. poiche è maggiore di detto $6\frac{}{1}\frac{8}{3}$. Et consequentemente veniamo à conoscere, che esso $6\frac{1}{2}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$. minore d'V, è tanto maggiormente minore dell'E, cioè di $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedẽte. Il quadrato di questa ℞ scarsa $6\frac{1}{2}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$. sappiamo essere scarso, cioè minore

del 44.

del 44. numero proposto in $\frac{40}{67081}$. che nasce à moltiplicare $\frac{80}{3367}$. in che la ℞ trouata è maggiore della ℞ scarsa antecedente $6\frac{8}{13}$. via $\frac{26}{777}$. in che la ℞ trouata è minore della ℞ eccedente $6\frac{2}{3}$. Hora se vorremo trouare vn'altra seguente ℞ scarsa più propinqua, noi nel medesmo modo fingeremo il $6\frac{164}{259}$. ℞ scarsa essere la A, il $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedente, essere la E; & il $\frac{40}{67081}$. che manca al quadrato della A, per arriuare al 44. proposto, essere la scarsezza S, & questa partendola per la somma di A, & E, sapremo per le medesme ragioni, ò cause, che l'auuenimēto F, sarà minore, che la differenza della ℞ scarsa A, alla ℞ vera incognita V, & che però gionto esso auuenimento F, alla ℞ A, la somma necessariamēte sarà minore della V, ℞ vera incognita, & consequentemente, che essa somma sarà ℞ scarsa come vogliamo, & più propinqua della antecedente scarsa, poiche ella è maggiore di detta antecedente; Et il medesmo vedremo esser necessario, che auuenga nelle ℞ seguenti, che in questo modo si trouassero, cioè, che ciascuna d'esse sarà necessariamente scarsa, ma più propinqua delle antecedenti à lei. La medesma ragione si può ancora vsare nella inuentione della prima ℞ scarsa $6\frac{8}{13}$. Che del 44. proposto, dicendo la ℞ scarsa A, essere 6. & la eccedente E, essere 7. Se partiremo la scarsezza S 8. per la somma d'A. & E, che è 13. & ne viene $\frac{8}{13}$. questo $\frac{8}{13}$. F, per le medesme ragioni sopradette sapremo esser minore, che la differenza, quale è da 6. ℞ scarsa detta, alla V, ℞ vera incognita; & che però gionto esso auuenimento F $\frac{8}{13}$. alla A 6. & fà $6\frac{8}{13}$. che questa somma necessariamente sarà minore, che la quantità V, vera ℞ incognita, & però che questa somma $6\frac{8}{13}$. sarà ℞ scarsa come vogliamo.

Et se hauessimo detto di 44. proposto la ℞ scarsa A, esserè 6. & la ℞ eccedente E, essere $6\frac{2}{3}$. ne seguiria similmente, per le medesme cause, che partendo 8. scarsezza S, per la somma d'A 6. ℞ scarsa, & d'E $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedēte, qual somma è $12\frac{2}{3}$. & nè viene $\frac{8}{12\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{12}{19}$. che questo auuenimento F, sarà minore della differenza, quale è dalla A 6. ℞ scarsa, alla V, ℞ vera incognita, & che però gionto esso auuenimento F, alla A 6 ℞ scarsa, che la somma sarà minore della V, vera ℞ incognita, & che perciò essa somma $6\frac{12}{19}$. sarà necessariamente ℞ scarsa. Et per quello, che di sopra si mostrò, sappiamo, che la scarsezza S, cioè quello, in che il quadrato d'essa ℞ scarsa è minore del 44. proposto,

6 scarsa.	$6\frac{12}{19}$
$6\frac{2}{3}$. eccedente.	via $6\frac{12}{19}$
somma $12\frac{2}{3}$. partitore) 8. scarsezza.	$7\frac{11}{19}$
ne viene $\frac{12}{19}$. da giógere à 6. ℞ scarsa,	209
& fà $6\frac{12}{19}$. ℞ scarsa più propinqua.	144
	353
	fà $43\frac{353}{361}$

si troua moltiplicando quello, in che la dètta ℞ scarsa $6\frac{12}{19}$. è maggiore del 6. ℞ scarsa antecedente, via quello, in che la detta ℞ scarsa $6\frac{12}{19}$. è minore del $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedente, cioè di $\frac{12}{19}$. via $\frac{2}{57}$. *(che si può dire di $\frac{4}{19}$. via $\frac{2}{19}$.)* che fà $\frac{8}{361}$.

Et se hauendo presa la ℞ scarsa d'vn numero proposto, partiremo la scarsezza per il doppio solo della ℞ scarsa detta, & che l'auuenimento si gionga à detta ℞ scarsa, allhora la somma non sarà ℞ scarsa più propinqua, ma sarà ℞ eccedente; perche se à partire la scarsezza del quadrato della ℞ scarsa presa A, per la somma della detta ℞ scarsa A, & della ℞ vera incognita V, ne viene precise la differenza D, in che la ℞ scarsa A, è minore della ℞ vera incognita V, *(poiche à moltiplicare la somma di due quantità A, & V, per la differenza loro se ne produce la differēza delli quadrati d'esse due quantità A, & V,)* ne segue, che à partire essa scarsezza per il doppio della ℞ scarsa A, *(qual doppio è minore della somma della A, ℞ scarsa, & della V, vera incognita; essendo la V, vera incognita maggiore della scarsa)* ne venga auuenimento maggiore, che non è la differenza D, detta; onde giongendo esso auuenimento alla ℞ scarsa A, la somma sarà necessariamente maggiore della ℞ vera incognita V, & però essa somma sarà ℞ eccedente. Onde se di 44. proposto diremo la ℞ scarsa essere 6. & partiremo la scarsezza 8. per 12. doppio del 6. che ne viene $\frac{2}{3}$. & questo $\frac{2}{3}$. giongeremo à 6. che fà $6\frac{2}{3}$. questa somma $6\frac{2}{3}$. sarà di necessità ℞ eccedente. Ouero, se del 44. proposto diremo la ℞ scarsa essere $6\frac{8}{13}$. & la scarsezza $\frac{40}{169}$. partiremo per il doppio del $6\frac{8}{13}$. cioè per $13\frac{3}{13}$. che ne viene $\frac{10}{559}$. & questo giongeremo alla ℞ scarsa detta $6\frac{8}{13}$. che fà $6\frac{354}{559}$. questa somma $6\frac{354}{559}$. sarà ℞ eccedēte del 44. proposto; perche il $\frac{10}{559}$. auuenimento trouato, partendo il $\frac{40}{169}$. scarsezza per il doppio di $6\frac{8}{13}$. cioè per la somma di $6\frac{8}{13}$ A, & $6\frac{8}{13}$ A, ℞ scarse, è maggiore, che l'auuenimēto, qual si trouasse à partire la detta scarsezza $\frac{40}{169}$. per la somma di $6\frac{8}{13}$. ℞ scarsa, & di V, ℞ vera incognita, è necessario esso auuenimento $\frac{10}{559}$. essere maggiore, che la differenza, quale veramente è fra la ℞ scarsa A, & la ℞ vera incognita V, & però alla ℞ scarsa A $6\frac{8}{13}$. gionto esso auuenimento $\frac{10}{559}$. la somma

Di 44. la ℞ scarsa sia $6\frac{8}{13}$. il doppio è $13\frac{3}{13}$. partitore, la scarsezza è $\frac{40}{169}$. da partire.

43 $\frac{172}{13}$ $\frac{40}{169}$ 10

13 169

1 13

ne viene $\frac{10}{559}$. da giong. à $6\frac{8}{13}$. fà $6\frac{354}{559}$. che è ℞ eccedente.

$6\frac{354}{559}$

via $6\frac{354}{559}$

4248

$7\frac{335}{559}$

187265

125316

312581

312481

fà $44\frac{100}{312481}$

Di 44. la ℞ eccedente è $6\frac{354}{559}$. Il doppio è $12\frac{708}{559}$. che è partitore. L'eccesso del suo quadr. è $\frac{100}{312481}$. da partire.

1854 $\frac{7416}{559}$ $\frac{100}{312481}$ 25

1 559

16686

9270

9270

$\frac{9270}{1036386}$

ne viene $\frac{25}{1036386}$. da cauare da $6\frac{354}{559}$

1854

354

5562

100116

656316

25

$\frac{25}{656291}$

resta $6\frac{656291}{1036386}$. che è ℞ ecced. più propinqua.

Moltiplichisi $6\frac{656291}{1036386}$ via $6\frac{656291}{1036386}$

7875492

$7\frac{620790}{1036386}$

93274740

7254702

2072772

6218316

643378064940

fà $44\frac{625}{1074095940996}$

656291

656291

656291

5906619

1312582

3937746

3281455

3937746

430717876681

643378064940

1074095941621

1036836

1036836

6218316

8291088

3109158

37309896

1036386

1074095940996

che eccede il 44. proposto nel quadrato di $\frac{25}{1036386}$. differẽza di questa ℞ alla ℞ antecedente.

$6\frac{354}{559}$. verrà ad esser maggiore, che la ℞ vera incognita V, & consequentemẽte essa somma $6\frac{354}{559}$. sarà ℞ eccedente. Et l'eccesso sarà quanto è il prodotto, che nasce à moltiplicare in se stesso $\frac{10}{559}$. differẽza della ℞ scarsa A, alla eccedente trouata; Perche essendo la differenza del quadrato della ℞ scarsa A, al quadrato della eccedente, tanto, quanto nasce à moltiplicare la somma della ℞ scarsa A, & della eccedente, cioè di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{354}{559}$. via la differenza loro $\frac{10}{559}$. conosciamo, che diuidendo la ℞ eccedente in $6\frac{8}{13}$. scarsa, & $\frac{10}{559}$. restante; tanto fà à moltiplicare la sõma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{8}{13}$. cioè il doppio di $6\frac{8}{13}$. via $\frac{10}{559}$. & à questo giõgere il prodotto del restante $\frac{10}{559}$. via $\frac{10}{559}$. quanto fà à moltiplicare la sõma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{354}{559}$. via $\frac{10}{559}$. Onde questo prodotto è maggiore di quello del doppio di $6\frac{8}{13}$ A, via $\frac{10}{559}$. nella moltiplicatione di $\frac{10}{559}$. via $\frac{10}{559}$. cioè nel quadrato di $\frac{10}{559}$. differẽza d'A $6\frac{8}{13}$. à $6\frac{354}{559}$. ma quel prodotto con il quadrato d'A, compisce à punto il 44. proposto; però il quadrato della ℞ eccedente trouata, che contiene in se il quadrato d'A, & quel prodotto detto, & il quadrato di $\frac{10}{559}$. differenza d'esse due ℞, scarsa, & eccedente, verrà ad essere maggiore del 44. numero proposto nel quadr. di $\frac{10}{559}$. differẽza detta della ℞ scarsa A, alla eccedente trouata. Ouero per mostrare, che l'eccesso del quadrato della ℞ eccedente $6\frac{354}{559}$. sopra al 44. è quanto il quadrato di $\frac{10}{559}$. differenza di questa ℞ alla scarsa $6\frac{8}{13}$. poteuamo dire. Supposto la ℞ eccedente diuisa in $6\frac{8}{13}$. scarsa, & $\frac{10}{559}$. differenza aggiunta; douendosi moltiplicare $6\frac{354}{559}$. via $6\frac{354}{559}$. ciascun d'essi così diuiso *(che è quanto trouare il quadrato di $6\frac{354}{559}$.)* sappiamo *(per quello, che si mostrò nel Capit. 9. del Moltiplicare nel nostro Trattato delli Elementi delli numeri Geometrici)* che questo si trouarà moltiplicando la prima parte $6\frac{8}{13}$. dell'vno, via la prima parte $6\frac{8}{13}$. dell'altro *(che è quãto il quadrare $6\frac{8}{13}$.)* & moltiplicando la prima parte $6\frac{8}{13}$. via la seconda $\frac{10}{559}$. & anco moltiplicando la seconda parte $\frac{10}{559}$. via la prima $6\frac{8}{13}$. *(che (ponẽdo insieme queste due moltiplicationi della prima parte via la seconda, & della seconda via la prima) è quanto moltiplicare il doppio di $\frac{10}{559}$. via $6\frac{8}{13}$. ouero il doppio di $6\frac{8}{13}$. via $\frac{10}{559}$.)* & finalmente moltiplicando la seconda parte $\frac{10}{559}$. dell'vna, via la seconda parte $\frac{10}{559}$. dell'altra; & giongere insieme questi prodotti detti; Onde perciò vediamo potersi dire, ò conoscere, che il quadrato del totale $6\frac{354}{559}$. si compone dal quadrato dell'vna parte $6\frac{8}{13}$. dal quadrato dell'altra parte $\frac{10}{559}$. & dal prodotto duplicato dell'vna parte $6\frac{8}{13}$. nell'altra $\frac{10}{559}$. Ma il quadrato dell'vna parte $6\frac{8}{13}$. gionto con il prodotto duplicato dell'vna parte $6\frac{8}{13}$. nell'altra parte $\frac{10}{559}$. fà à punto 44. *(poiche il quadrato di $6\frac{8}{13}$. è tanto minore di 44. quanto importa il prodotto di $13\frac{3}{13}$. doppio di $6\frac{8}{13}$. via $\frac{10}{559}$.)* però questi con il rimanẽte quadrato di $\frac{10}{559}$. altra parte, quali tutti insieme compongono il quadrato del totale $6\frac{354}{559}$. verranno à fare 44. & $\frac{100}{312481}$.

$\frac{100}{312481}$. cioè tanto più di 44. quanto è il quadrato di $\frac{10}{559}$. in che il $6\frac{8}{13}$. è differente dal $6\frac{354}{559}$. Se poi vorremo seguire à trouare ℞ eccedente più propinqua, noi al solito partiremo l'eccesso *(cioè quello, in che il quadrato della ℞ eccedente, che habbiamo eccede il numero proposto)* per il doppio della ℞ eccedente, che habbiamo, & l'auuenimento cauaremo dalla ℞ eccedente detta, che il restante sarà ℞ eccedente più propinqua. Et lo potremo conoscere benissimo, considerando, che essendo la differenza delli quadrati di due quantità A, maggiore, & V, minore, quello che nasce à moltiplicare la somma d'esse due quantità A, & V, per la differenza loro, & che però à partire la differenza de' suoi dui quadrati, per la somma d'esse due quãtità, ne verrà la differenza loro; ne segue, che partẽdo la differenza de'suoi dui quadrati per quantità maggiore della somma d'A, & V, l'auuenimento, & chiamiamolo G, sarà quantità minore della differenza delle dette due quantità A, & V, però cauando questo auuenimento G, dalla quantità maggiore A, conosciamo, che il restante necessariamente sarà maggiore dell'altra quantità V. Onde delle due quantità A, & V, essendo A, quantità maggiore $6\frac{354}{559}$. ℞ eccedente, & V, quantità minore la ℞ vera incognita, i quadrati delle quali sono $44\frac{100}{312481}$. & 44. & però la differenza d'essi quadrati loro è $\frac{100}{312481}$. partendo questa differenza de' quadrati per il doppio d'A, cioè per $13\frac{149}{559}$. *(che è maggiore della somma d'A, & V, essendo A, da se maggiore d'V, da se)* l'auuenimento $\frac{25}{1036386}$ G, sarà minore della differenza, che è fra A, & V, onde cauando questo auuenim. G $\frac{25}{1036386}$. dalla A, il restãte, che è $6\frac{656291}{1036386}$. necessariamente sarà maggiore della V, ℞ vera incognita, & però esso restante $6\frac{656291}{1036386}$. verrà ad essere anco ella ℞ eccedente, ma più propinqua della A, essendo minore di essa A. Et l'eccesso del quadrato di questa nuoua ℞ eccedente sopra al numero proposto 44. sarà $\frac{625}{1074095940996}$. che è il quadrato del $\frac{25}{1036386}$. differenza di questa alla ℞ eccedente. Che acciò in questo, & in ogn'altro caso si conosca à pieno essere così, Noi per commodità dando il nome alle quantità, che ci bisognano cõsiderare, chiamaremo A, la ℞ eccedente $6\frac{354}{559}$. il quadrato della quale eccede il 44. numero proposto in $\frac{100}{312481}$. quale eccesso chiamaremo C, la ℞ eccedente vltimamente trouata $6\frac{656291}{1036386}$. chiamaremo B, l'auuenimento, che nasce à partire C, per il doppio d'A, chiamaremo D, quale auuenimento D $\frac{25}{1036386}$. perche si caua dalla A, accioche il restante ci manifesti la B, è anco la differenza della A, alla B. Hora consideraremo, che nascẽdo D $\frac{25}{1036386}$. à partire C $\frac{100}{312481}$. per il doppio d'A, è necessario, che conuersamente à moltiplicare il doppio d'A, per D $\frac{25}{1036386}$. produchi C $\frac{100}{312481}$. però à moltiplicare la somma d'A, & B, che è quanto il doppio d'A, manco B, *(perche B, è minore d'A, in D,)* per D, produrrà C, manco il dutto di D, via D, cioè manco il quadrato di D. Ma questa moltiplicatione della somma d'A, & B, in D, è la differenza del quadrato d'A, maggiore al quadrato di B, minore, adunque il quadrato di B, è minore del quadrato di A, in C, manco il quadrato di D, cioè dal quadrato d'A, cauato C, manco il quadrato di D, ò vogliamo dire dal quadrato d'A, cauato C, & giontoli il quadrato di D, ne nascerà il quadrato di B. Ma il quadrato d'A, è quanto 44. & C, cioè il quadrato d'A, contiene in se il 44. numero proposto, & il C $\frac{100}{312481}$. di più; però da questo quadrato di A, cauato C, *(che resta solo 44.)* & giontoli il quadrato di D, che farà 44. & il quadrato di D, di più, ne nascerà il quadrato di B, onde il quadrato di B, è composto dal 44. numero proposto, & dal quadrato di D, & però si conosce esso quadrato di B, eccedere il 44. numero proposto nel quadrato di D, cioè nel quadrato di $\frac{25}{1036386}$. differenza, che è da A, ℞ antecedente alla B, ℞ più propinqua, che li segue, vltimamente trouata. Et il medesmo si conoscerà auuenire similmente di continuo nelle seguenti ℞ eccedenti più propinque, che di mano in mano si andassero trouando, applicandoli le istesse ragioni.

Trouisi la ℞ propinqua eccedente di 6. D'esso 6. è ℞ scarsa $2\frac{2}{5}$. Il suo quadrato mãca in $\frac{6}{25}$. quale si parta per il doppio della detta ℞ scarsa, cioè per $4\frac{4}{5}$. che è $\frac{24}{5}$. cioè $\frac{120}{25}$. & ne viene $\frac{6}{120}$. cioè $\frac{1}{20}$. quale auuenimento si gionga alla ℞ scarsa detta $2\frac{2}{5}$. & fà $2\frac{9}{20}$. & questo è ℞ propinqua eccedente, il quadrato della quale eccede il 6. proposto in $\frac{1}{400}$. che è quadrato d' $\frac{1}{20}$. gionto alla ℞ scarsa per formarne la eccedente, ò vogliamo dire, che è quadrato della differenza, che è fra questa ℞ eccedente trouata, & la ℞ scarsa à lei antecedente adoprata. Hora potremo dire. Di 6. la ℞ eccedente propinqua è $2\frac{9}{20}$. che il suo quadrato eccede il 6. proposto in $\frac{1}{400}$. Questo eccesso partito per il doppio d'essa ℞, cioè per $4\frac{18}{20}$. che è $\frac{98}{20}$. cioè $\frac{1960}{400}$. ne viene $\frac{1}{1960}$. quale auuenimento cauato da detta ℞ $2\frac{9}{20}$. che è $2\frac{882}{1960}$. resta $2\frac{881}{1960}$. & questo è ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede il 6. proposto in $\frac{1}{3841600}$. quadrato d' $\frac{1}{1960}$. differenza, che è fra questa ℞ vltimamente trouata, & la ℞ à lei antecedente adoprata.

Trouisi la ℞ non eccedente di 5. Ella è $2\frac{1}{5}$. il suo quadrato manca in $\frac{4}{25}$. nato da moltipli-

care

Trouisi la ℞ non eccedente di 6. Ella è $2\frac{2}{5}$. il suo quad. mãca in $\frac{6}{2\ 5}$.

prima ℞ scarsa $2\frac{2}{5}$

eccedente $2\frac{1}{2}$

somma $4\frac{9}{1\ 0}$) $\frac{6}{2\ 5}$. mancam.

partitore. da partire.

49   6

10   25

2   5

ne viene $\frac{1\ \ 2}{2\ 4\ 5}$. da giõgere alla prima ℞ $2\frac{2}{5}$. & fà $2\frac{1\ \ 0}{2\ 4\ 5}$. cioè $2\frac{2}{4}\frac{2}{9}$. che è la sec. ℞ scarsa più propinqua.

prima ℞   seconda ℞   ℞ eccedente

$2\frac{2}{5}$ $2\frac{2}{4}\frac{2}{9}$ $2\frac{1}{2}$

differ. $\frac{1\ \ 2}{2\ 4\ 5}$ differ. $\frac{5}{9\ 8}$

6   1

49   49

prodotto delle differenze $\frac{6}{2\ 4\ 0\ 1}$. che è il mancamento del quadrato della seconda ℞.

seconda ℞ $2\frac{2}{4}\frac{2}{9}$.

eccedente $2\frac{1}{2}$

somma $4\frac{9}{9}\frac{3}{8}$) $\frac{6}{2\ 4\ 0\ 1}$. mancam.

partitore da partire.

485   6   3395

98   2401   23765

2   49

ne viene $\frac{1\ \ 2}{2\ 3\ 7\ 6\ 5}$. da giongere alla seconda ℞, & fà $2\frac{2\ \ 1\ \ 8}{4\ 8\ 5}$. che è la terza ℞ scarsa più propinqua.

$2\frac{22}{49}$. con $\frac{12}{23765}$

485

10678

12

10682. numeratore si può schisare

1526 per 49 denomin. del rot-

218 to della ℞ $2\frac{2}{4}\frac{2}{9}$. come an

218 co sappiamo potersi schi-

fà $2\frac{218}{485}$ sare il denominat. 23765.

seconda ℞   terza ℞   ℞ eccedente

$2\frac{2}{4}\frac{2}{9}$ $2\frac{2\ \ 1\ \ 8}{4\ 8\ 5}$ $2\frac{1}{2}$

differ. $\frac{1\ \ 2}{2\ 3\ 7\ 6\ 5}$ differ. $\frac{24\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}}{485}$

485

prod. delle differ. $\frac{6}{2\ 3\ 5\ 2\ 2\ 5}$. che è il mancamento del quadrato della terza ℞.

terza ℞ $2\frac{2\ \ 1\ \ 8}{4\ 8\ 5}$

eccedente $2\frac{1}{2}$

somma $4\frac{9\ \ 9\ \ 1}{9\ 7\ 0}$) mancamento

partitore da partire.

4801   6

970   235225

2   485

485

ne viene $\frac{12}{2328485}$ 3880

da giong. alla terza ℞ $2\frac{2\ \ 1\ \ 8}{4\ 8\ 5}$. & fà $2\frac{2\ \ 1\ \ 5\ \ 8}{4\ 8\ 0\ 1}$. ch'è la quarta ℞ scarsa

1940

2328485

4801

218

1744

872   12

1046630. numeratore, che si schisa per 485. denominat. del rotto della terza ℞.

2158

766

2813

3880

terza ℞   quarta ℞   ℞ eccedente

$2\frac{2\ \ 1\ \ 8}{4\ 8\ 5}$ $2\frac{2\ \ 1\ \ 5\ \ 8}{4\ 8\ 0\ 1}$ $2\frac{1}{2}$

differ. $\frac{12}{2328485}$. differ. $\frac{242\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}}{4801}$

4801

prodotto delle differenze $\frac{6}{2\ 3\ 0\ 4\ 9\ 6\ 0\ 1}$. che è il mancamento del quadrato della quarta ℞.

quarta ℞ da moltiplic. ĩ se stessa. $2\frac{2158}{4801}$

8632

3831

30648

15324

4656964

fà $5\frac{23049595}{23049601}$

per arriuare al 6. ꝓposto li manca $\frac{6}{23049601}$

care l' $\frac{1}{5}$. rotto via $\frac{4}{5}$. differenza d'esso rotto alla vnità intiera, ò vogliamo dire, che nasce à cauare il quadr. del rotto $\frac{1}{5}$. (cioè $\frac{1}{2\ 5}$.) da esso rotto $\frac{1}{5}$. Et volendo trouare vn'altra ℞ scarsa più propinqua giongeremo questa $2\frac{1}{5}$. con vna ℞ eccedente del 5. proposto, & sia essa eccedẽte $2\frac{1}{4}$. che fà $4\frac{9}{2\ 0}$. & con questa somma partiremo il $\frac{4}{2\ 5}$. mancam. detto, & ne viene $\frac{1\ \ 6}{4\ 4\ 5}$. il che si giõge alla detta ℞ scarsa $2\frac{1}{5}$. & fà $2\frac{2}{8}\frac{1}{9}$. & questa è ℞ scarsa più ꝓpinqua. Et volendo trouare vn'altra ℞ scarsa più ꝓpinqua, giongeremo q̃sta $2\frac{2}{8}\frac{1}{9}$. con la eccedente $2\frac{1}{4}$. Ma notisi, che noi per commodità del sommare i rotti, potiamo supponere, che la eccedente sia non $2\frac{22\frac{1}{4}}{8\ 9}$. ma $2\frac{2}{8}\frac{3}{9}$. quantità più commoda, anco ella eccedente necessariamente, per essere maggiore di $2\frac{1}{4}$. Che non importa, che alla nostra ℞ scarsa gionghiamo più vna ℞ eccedente, che vn'altra, se bene quanto più propinqua sarà essa ℞ eccedente, che adopraremo, tanto più propinquità haueremo nella ℞ scarsa, che trouaremo, hora presa per ℞ eccedente $2\frac{2}{8}\frac{3}{9}$. & giongẽdola alla ℞ scarsa $2\frac{2}{8}\frac{1}{9}$. la somma sarà $4\frac{4}{8}\frac{4}{9}$. con la quale partiremo $\frac{4}{7\ 9\ 2\ 1}$. scarsezza del quadrato della nostra ℞ scarsa, & ne viene $\frac{2}{8\ 9\ 0\ 0}$. quale giongendolo alla nostra ℞ scarsa $2\frac{2}{8}\frac{1}{9}$. farà $2\frac{2\ \ 1\ \ 0\ \ 1}{8\ 9\ 0\ 0}$. che è ℞ scarsa più propinqua, il quadrato della quale mãca ad arriuare al 5. ꝓposto, nel prodotto di $\frac{1}{1\ 8\ 4\ 0}$. differenza di questa ℞ scarsa trouata alla à lei antecedente, via $\frac{1\ \ 9\ \ 9}{8\ 9\ 0\ 0}$. differenza di questa ℞ scarsa à $2\frac{2}{8}\frac{3}{9}$. ℞ eccedẽte adoprata per trouarla; qual prodotto è $\frac{1\ \ 9\ \ 9}{7\ 2\ 9\ 3\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}$. Et volẽdo trouare vn'altra ℞ scarsa più propinqua, noi alla ℞ scarsa, che habbiamo $2\frac{2\ \ 1\ \ 0\ \ 1}{8\ 9\ 0\ 0}$. giongeremo vna ℞ eccedente, & hora sarà commodo $2\frac{1}{4}$. perche $\frac{1}{4}$. si riduce commodamẽte à 8900. esimi, che è $\frac{2\ \ 2\ \ 2\ \ 5}{8\ 9\ 0\ 0}$. & fà $4\frac{4\ \ 3\ \ 2\ \ 6}{8\ 9\ 0\ 0}$. con la qual somma partiremo il mãcam. $\frac{1\ \ 9\ \ 9}{7\ 2\ 9\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}$.

& ne

Di 5. la ℞ ſcarſa è $2\frac{1}{5}$

ſia la ecced. poniamo $2\frac{1}{4}$

ſōma cō che ſi parte $4\frac{9}{20}$

$\frac{89}{20}$

Il mancam. ò ſcarſezza del ſuo quadrato è $\frac{4}{25}$.

$\frac{4}{25}$. ſcarſezza da partire

ne viene $\frac{16}{445}$. da giongere alla ℞ ſcarſa $2\frac{1}{5}$. & fà $2\frac{21}{89}$. che è ℞ ſcarſa più propinqua.

prima ℞ ſcarſa. $2\frac{1}{5}$ — ſeconda ℞ ſcarſa. $2\frac{21}{89}$ — ℞ eccedente. $2\frac{1}{4}$

differenza $\frac{16}{445}$ — differenza $\frac{1\frac{1}{4}}{89}$

prodotto delle differenze $\frac{4}{7921}$. che è il mancamento del quadrato della ſeconda ℞.

ſeconda ℞ ſcarſa $2\frac{21}{89}$

℞ eccedente $2\frac{23}{89}$

ſōma cō che ſi parte $4\frac{44}{89}$

$\frac{400}{89}$ $\frac{4}{7921}$. mancamento da partire.

(100, 1, 89)

ne viene $\frac{1}{8900}$. da giongere alla ſeconda ℞ ſcarſa $2\frac{21}{89}$. & fà $2\frac{2101}{8900}$. che è terza ℞ ſcarſa più propinqua.

℞ ſcarſa anteced. $2\frac{21}{89}$ — ℞ ſcarſa trouata. $2\frac{2101}{8900}$ — ℞ ecced. adoprata. $2\frac{23}{89}$

differenza $\frac{1}{8900}$ — differenza $\frac{199}{8900}$

prodotto delle differenze $\frac{199}{79210000}$. che è il mancamēto del quadrato della ℞ ſcarſa vltimamente trouata.

℞ ſcarſa $2\frac{2101}{8900}$

℞ ecced. $2\frac{2225}{8900}$

partitore $4\frac{4326}{8900}$

359334
319408
355341400

$\frac{39926}{8900}$ $\frac{199}{79120000}$. da partire.

(1, 8900)

ne viene $\frac{199}{355341400}$. da giongere alla ℞ ſcarſa $2\frac{2101}{8900}$

39926
39926
39926
79852
199
fà $2\frac{83884425}{355341400}$

fà $2\frac{3355389}{14213656}$. che è ℞ ſcarſa più propinqua.

Moltiplichiſi in ſe ſteſſo $2\frac{2101}{8900}$

8404
8900
75636
67232
4414201

fà $4\frac{79209801}{79210000}$

à 5. māca $\frac{199}{79210000}$

℞ ſcarſa $2\frac{2101}{8900}$

℞ ecced. $2\frac{2224}{8900}$

partit. $4\frac{4325}{8900}$ da partire

359325
319400
3553325

$\frac{39925}{8900}$ $\frac{199}{79210000}$

(1, 8900)

ne viene $\frac{199}{3553325000}$. da giōgere à $2\frac{2101}{8900}$. ℞ ſcarſa.

39925
39925
39925
79850
199
83882624
355332500

fà $2\frac{20970656}{88833125}$. che è ℞ ſcarſa più propinqua.

Ouero.

℞ ſcarſa $2\frac{2101}{8900}$

℞ ecced. $2\frac{2199}{8900}$

partit. $4\frac{43}{89}$

$\frac{399}{89}$ $\frac{199}{79210000}$. da partire.

(1, 890000)

ne viene $\frac{199}{355110000}$. da giongere à $2\frac{2101}{8900}$ ℞ ſcarſa.

39900
399
399
798
199

fà $2\frac{83830099}{355110000}$. che è ℞ ſcarſa più pp

Moltiplichisi $2\frac{83830099}{355310000}$. ℞ scarsa in se stessa.

```
        335320396
   36885243560000
  18442621780
 1005961188
        754470891
         754470891
     251490297
    670640792
     251490297
   670640792
```

fà $4\frac{126103111321909801}{126103112106000000}$

Per trouare la scarsezza del suo quad.

℞ eccedente $\frac{2199}{8900}$

```
   39900
87740100
83840099
```

3910001. differenza.
199. differenza.

```
 35190009
74290019
```

778090199. numeratore del mancamento, essendo denominatore il quadrato di 355110000.

che è $\frac{778090199}{126103112100000000}$. manco del 5. proposto, come anco s'è trouato con la regola (ordinaria.

& ne viene $\frac{199}{355341400}$. quale giongeremo alla nostra ℞ scarsa $2\frac{2101}{8900}$. & fà $2\frac{3355389}{14213656}$. che è ℞ scarsa più propinqua. Et se hauessimo preso per ℞ eccedēte $2\frac{2224}{8900}$. che è molto commoda nell'operare *(quale se bene è alquanto manco di* $2\frac{1}{4}$. *conosciamo essere eccedente, perche il suo quadrato subito si vede essere differente dal quadrato di* $2\frac{1}{4}$. *in manco d'* $\frac{1}{16}$. *in che il quadrato di* $2\frac{1}{4}$. *supera il 5. perche* $\frac{1}{8900}$. *differenza di* $2\frac{2224}{8906}$. *à* $2\frac{1}{4}$. *moltiplicato per la somma loro, che è manco di 5. fà solo manco di* $\frac{5}{8900}$.*)* giontala alla nostra ℞ scarsa $2\frac{2101}{8900}$. farà $4\frac{4325}{8900}$. con che partito il mancamento $\frac{199}{79210000}$. ne viene $\frac{99}{355332500}$. quale gionto alla nostra ℞ scarsa, fà $2\frac{20980656}{88833125}$. che è ℞ eccedente più propinqua. Ma se hauessimo preso per ℞ eccedente $2\frac{2199}{8900}$. quantità molto commoda, & molto meno eccedente, cioè più propinqua di $2\frac{1}{4}$. *(& conosciamo facilmente essere eccedente, perche il suo quadrato si vede passare il 5. proposto, considerando, che essendo il suo rotto quasi* $\frac{22}{89}$. *che moltiplicato per 4. doppio dell'intiero, fà quasi* $\frac{88}{89}$. *& però manca d'* $\frac{1}{89}$. *& alquanto più, per arriuare alla vnità, che oltre al 4. quadrato di 2. intiero si troua nel 5. proposto, & questo* $\frac{1}{89}$. *& alquanto più si vede essere superato dal quadrato d'esso rotto* $\frac{2199}{8900}$. *che essendo quasi* $\frac{22}{89}$. *faria per quadrato quasi 484. da partire per 89. via 89. che perche l'vno delli 89. in esso 484. entra molte volte, cioè più di 5. volte, conosciamo egli essere più di* $\frac{5}{89}$. *& bastaria, che fusse poco più d'* $\frac{1}{89}$.*)* giongēdola alla nostra ℞ scarsa $2\frac{2100}{8900}$. faria $4\frac{43}{89}$. con che partito il $\frac{199}{79210000}$. mancamento del quadrato della nostra ℞ scarsa, ne viene $\frac{199}{355110000}$. & questo gionto alla nostra ℞ scarsa, fà $2\frac{83830099}{355310000}$. che è ℞ scarsa più propinqua, il quadrato della quale, per le ragioni altre volte dette, sarà scarso nel numero, che si troua à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa ℞ scarsa trouata alle due dette scarsa, & eccedente adoprate à trouar questa. Et in tal modo potremo operare à trouare quant'altre ℞ scarse propinque vorremo.

Troui si la ℞ propinqua eccedente di 5. Ella è $2\frac{1}{4}$. Il suo quadrato eccede il 5. proposto in $\frac{1}{16}$. quadrato del rotto $\frac{1}{4}$. Et volendo trouare vn'altra ℞ eccedente più propinqua, giongeremo la nostra ℞ eccedente $2\frac{1}{4}$. à se stessa, che è quanto doppiarla, & farà $4\frac{1}{2}$. con che partiremo l' $\frac{1}{16}$. eccesso del quadrato della nostra ℞ eccedente, & ne viene $\frac{1}{72}$. & questo cauaremo dalla nostra ℞ eccedente $2\frac{1}{4}$. che resta $2\frac{17}{72}$. il che è ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede il 5. proposto in $\frac{1}{5184}$. quadrato dell' $\frac{1}{72}$. differenza di questa ℞ trouata alla à lei antecedente adoprata. Et volendo vn'altra ℞ eccedente più propinqua, giongeremo questa nostra ℞ $2\frac{17}{72}$. à se stessa, ò ad vn'altra ℞ eccedente, che non importa, che la somma loro sia il doppio della nostra ℞, cioè che ella si gionga à se stessa, ma potiamo giongerla à qual' altra ℞ eccedente ci piaccia; bene è vero, che quanto più propinqua sarà la ℞ eccedente, con la quale giongeremo la nostra, tanto maggior propinquità haueremo nella ℞ eccedente, che si trouarà. Hor sia, che alla nostra ℞ eccedente $2\frac{17}{72}$. si gionga $2\frac{17}{72}$. *(che è necessariamente eccedente, essendo maggiore della nostra eccedente)* & fà $4\frac{1}{2}$. con il quale si parta l' $\frac{1}{5184}$. eccesso del quadrato della nostra ℞, & ne viene $\frac{1}{23328}$. il che si caui dalla nostra ℞, & resta $2\frac{5507}{23328}$. che è ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede il 5. proposto nel numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa ℞ vltimamente trouata à ciascuna delle due ℞ gionte insieme, adoprate à trouar questa. Che hora la differenza di que-

sta ℞ al $2\frac{1}{7}\frac{7}{2}$. è $\frac{}{2}\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{}{2}\frac{1}{8}$. & à $2\frac{1}{7}\frac{7}{2}$. è $\frac{}{2}\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{}{2}\frac{1}{8}$. & $\frac{}{7}\frac{2}{2}$. di più, cioè è $\frac{}{2}\frac{}{3}\frac{6}{3}\frac{4}{2}\frac{9}{8}$. quali due differenze moltiplicate fra loro, producono $\frac{}{5}\frac{}{4}\frac{}{4}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{}{5}\frac{6}{5}\frac{4}{8}\frac{9}{4}$. & in questo il quadrato della ℞ vltimamente trouata $2\frac{}{2}\frac{5}{3}\frac{5}{3}\frac{0}{2}\frac{7}{8}$. eccede il 5. proposto. Et la causa di ciò si conosce, considerando, che se à partire $\frac{}{5}\frac{}{1}\frac{}{8}\frac{1}{4}$ E, eccesso del quadrato della nostra ℞ eccedente A, sopra al 5. proposto; per la somma di A, nostra ℞ eccedente $2\frac{1}{7}\frac{7}{2}$. & di B, altra ℞ maggiore eccedente adoprata $2\frac{1}{7}\frac{9}{2}$. ne viene $\frac{}{2}\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{1}{2}\frac{}{8}$ D, ne segue, che à moltiplicare D, via la somma di A, & B, produchi E. Considerato ancora, che; perche cauando D, da A, il restante C $2\frac{}{2}\frac{5}{3}\frac{5}{3}\frac{0}{2}\frac{7}{8}$. è la ℞ trouata, ne segue, che essa ℞ trouata è minore, & differẽte dalla A, in esso D, & che la medesma ℞ trouata C, viene ad essere minore, & differente dalla B, maggiore della A, in $\frac{}{7}\frac{2}{2}$ G, in detti D, & G, cioè nella somma di D, & G, & chiamiamola L, però la somma di A, & C, è minore della somma di A, & B, in detti D, & G, cioè in L, in che B, supera C. Onde se à moltiplicare la somma di A, & B, per D, se ne produce C, conosciamo, che à moltiplicare la somma di A, & C, per il medesmo D, se ne produrrà manco d'E, & tanto manco, quanto importa il prodotto di D, via L, & chiamiamolo M. Ma à moltiplicare la somma di A, & C, per D, *(differenza loro)* il prodotto I, saria la differenza de' loro quadrati, cioè quello, in che il quadrato d'A, maggiore supera il quadrato di C, minore; però conosciamo, che I, saria minore d'E, in quello, che nasce à moltiplicare D, via L, cioè in M. Et perche il quadrato d'A, contiene il numero proposto 5. & E $\frac{}{5}\frac{}{1}\frac{}{8}\frac{1}{4}$. di più; Et il quadrato di C, è minore di questo quadrato d'A, in I, cioè non in E, ne in quantità maggiore d'E, ma sempre in quantità minore d'E, *(che I, è minore E,)* ne segue, che se cauaremo I, dal quadrato d'A, restarà intieramente il 5. proposto, & ancora qualche cosa di più, cioè quello di più, in che I, è minore d'E, *(il che è M.)* & perche à cauare I, dal quadrato d'A, resta il quadrato di C, conosciamo, che esso quadrato di C, superarà sempre il 5. numero proposto, & lo superarà in quello, che restaria à cauare I, da E, cioè lo superarà in M, & però C, sarà sempre ℞ eccedente, & l'eccesso del suo quadrato sarà sempre M, quantità, che nasce à moltiplicare D, via L, cioè quantità, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, in che la ℞ trouata C, è superata dalla A, & dalla B, radici eccedenti, gionte insieme, & adoprate à trouare questa ℞ eccedente C. Onde quando A, & B, fussero eguali fra loro, cioè che noi ci seruissimo della sola A, doppiandola in vece di giongerli la B, che così per le due ℞ eccedenti, da trouare C, haueressimo A, & A, perche la differẽza di C, trouata, che fusse, ad A, & A, saria vna istessa, ò vogliamo dire sariano due differenze eguali, allhora vna differẽza moltiplicata, via l'altra à lei eguale, ò vogliamo dire, essa differenza moltiplicata in se stessa, produrria l'eccesso, in che il quadrato di C, supera il numero proposto, & però si potria dire, che esso quadrato di C, eccedesse il numero ꝓposto nel quadrato di D, differenza di C, ℞ trouata, ad A, ℞ à lei antecedẽte doppiata, & adoprata per trouare detta C. Et notisi, che hauendo vna ℞ eccedẽte A, d'vn numero proposto, per trouarne vn'altra C, più propinqua eccedente,

Di 5. la nostra ℞ eccedente è $2\frac{1}{7}\frac{7}{2}$ A
La ℞ eccedente, che si gionge è $2\frac{1}{8}\frac{9}{2}$ B

La somma, con la quale si parte è $4\frac{1}{2}$

$\frac{9}{2}$ $\frac{1}{5184}$ E, eccesso da partire

1 2592

ne viene $\frac{1}{23328}$ D, da cauare da

$2\frac{17}{72}$ A, nostra ℞ eccedente.

36
9
———
324
17
———
5508
1
———
resta $2\frac{5507}{23328}$ C, che è ℞ ecced. più ꝓpinqua.

Moltiplichisi $2\frac{5507}{23328}$ in se stesso

22028
186624
46656
———
513216
38549
27535
27535
———
544196233
23328
23328
———
186624
746496
536544
———
denom. 544195584

fà $5\frac{649}{544195584}$

nostra ℞ ecced. altra ℞ ecced. adoprata. ℞ ecced. trouata.

$2\frac{1}{7}\frac{7}{2}$ $2\frac{1}{7}\frac{9}{2}$ $2\frac{}{2}\frac{5}{3}\frac{5}{3}\frac{0}{2}\frac{7}{8}$

differenza $\frac{}{2}\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{}{2}\frac{1}{8}$ D, & $\frac{}{7}\frac{2}{2}$ G, cioè $\frac{}{2}\frac{}{3}\frac{6}{3}\frac{4}{2}\frac{9}{8}$ L.

differenza $\frac{}{2}\frac{}{3}\frac{}{3}\frac{}{2}\frac{1}{8}$ D

Prodotto delle differenze $\frac{}{5}\frac{}{4}\frac{}{4}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{}{5}\frac{6}{5}\frac{4}{8}\frac{9}{4}$ M, che è l'eccesso del quadrato della ℞ trouata sopra al 5. proposto, come anco s'è veduto moltiplicandola in se stessa.

dente, noi non solo potiamo giungere essa ℞ A, à se stessa, ò ad vn'altra ℞ eccedente B, maggiore della A, che habbiamo, ma anco la potiamo giongere ad vna ℞ eccedente minore di lei; Che di sopra hauendo $2\frac{17}{72}$ A, per ℞ eccedente di 5. alla quale giongessimo $2\frac{19}{72}$ B, eccedẽte, maggiore d'A, noi gli haueressimo ancora potuto giongere vna ℞ eccedente minore d'essa A, & operare nel medesmo modo, cioè con la somma d'A, & B, partire l'eccesso E, & l'auuenimẽto D, cauarlo da A, che il restante C, saria ℞ eccedente più propinqua del numero proposto. Il quadrato della quale C, ecce deria il 5. numero proposto nel numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono dalla ℞ eccedẽte C, trouata, à ciascuna delle due radici A, & B, gionte insieme, & adoprate à trouare essa C, più propinqua non solo della A, che haueuamo, ma ancora della B, giontali; che la B, eccedente mai potrà essere tanto piccola, ò tanto minore della A. che la C, in questo modo trouata non sia ancora minore di detta B, (*Et saria vanità à durar fatica di trouare la C, quando ella non hauesse ad essere più propinqua ancora della B, che già habbiamo nota*) Et accioche il tutto si manifesti à pieno, faremo il seguente discorso.

Poniamo, che di 22. proposto si dica la ℞ eccedente A, essere 5. Volendo trouare vn'altra ℞ eccedente più propinqua, Sia che ci seruiamo di 9 B, ℞ eccedente maggiore d'A. giongendo B 9. ad A 5. che fà 14. & con questa somma partendo l'eccesso del quadrato d'A, sopra al 22. proposto, quale eccesso è 3 E, ne viene $\frac{3}{14}$ D, il che si caua da A 5. & resta $4\frac{11}{14}$. che è C ℞ eccedente più propinqua d'A, il quadrato della quale supera il 22. numero proposto in $\frac{9}{196}$. prodotto delle due differenze $\frac{3}{14}$. & $4\frac{3}{14}$. che sono dalla ℞ C, trouata alle due A, & B, gionte insieme, & adoprate à trouare essa C. Et se hauessimo detto del 22. proposto la ℞ eccedẽte A, essere 9. che l'eccesso E, saria 59. Et volendo trouare vn'altra ℞ eccedente più propinqua. Sia che ci fussimo seruiti di 5. per la ℞ eccedente B, da giongere alla A, che la somma loro saria 14. con la quale partito il 59. eccesso del quadrato della A, ne viene $4\frac{3}{14}$ D, & questo cauato da A 9. resta $4\frac{11}{14}$. che saria C, ℞ eccedente trouata, più propinqua della A, & anco necessariamente più propinqua della B, minore della A. Et questa C, è la istessa, che si trouò ancora di sopra adoprando 5 A, & 9 B, in vece di 9 A, & 5 B. Et sempre, che la A, prima maggiore, & la B, seconda minore, radici eccedenti d'vn numero proposto per trouare la C, più propinqua in vn'altra operatione; cioè che il numero della A, dell'vna in vna operatione, douenti il numero B, dell'altra, nell'altra operatione, & che il B, douenti l'A, sempre ancora la C, trouata con vna delle operationi sarà la istessa, che la C, trouata con l'altra operatione. Che poniamo nel superiore esempio, tanto resultarà à partire 59. eccesso E, d'A 9. per 14. somma d'A, & B, & cauare l'auuenimento $4\frac{3}{14}$ D, da A 9. quanto resulta à partire 3. eccesso E, d'A 5. (*ò vogliamo dire eccesso del quadrato d'A* 5.) per 14. somma istessa d'A, & B, & cauare l'auuenimento $\frac{3}{14}$. da A 5. Perche essendo la differenza delli quadrati di dui numeri, quello che nasce à moltiplicare la somma d'essi dui numeri, via la differenza loro, ne segue, che à partire la differẽza delli quadrati di dui numeri per la somma loro, ne venga la differẽza d'essi dui numeri, Onde delli dui numeri 5. & 9. la differenza delli quadrati delli quali è 56. partendo questo 56. per 14. somma loro, l'auuenimento 4. sarà la differenza, che è da 5. à 9. onde se dal 9. maggiore se ne cauarà questo auuenimento 4. di necessità il restante sarà il 5. minore. Ma se con la somma d'essi 5. & 9. cioè con 14. partiremo numero maggiore di 56. differenza de' quadrati loro, di necessità l'auuenimento sarà maggiore della differenza loro, cioè di 4. perilche cauãdo questo auuenimẽto dal 9. numero maggiore, il restante sarà minore di 5. numero minore; & tanto minore di 5. quanto l'auuenimento detto sarà maggiore di 4. differenza delli dui numeri. Ma proposto vn numero da partire per vn dato, tanto resulta à fare del proposto quante parti si voglino, & partire ciascuna d'esse per il dato; & poi giongere insieme tutti gli auuenimẽti; quanto resultaria à partire il numero proposto intieramente per il dato; cioè questo solo auuenimento saria tanto, quanto la somma di tutti gli auuenimenti partiali detti gionti insieme; però hauendo 59. differenza di 22. ad 81. quadrato di 9. da partire per 14. che ne viene $4\frac{3}{14}$. se noi faremo due parti del 59. che l'vna sia 56. differenza delli quadrati di 5. & 9. & l'altra sia 3. differenza di 22. al quadrato di 5. & che si parta il 56. per 14. che ne viene 4. (*differenza di 5. à 9.*) & anco si parta il 3. per 14. che ne viene $\frac{3}{14}$. & si giongano questi dui auuenimenti 4 & $\frac{3}{14}$. insieme; la somma sarà il medesmo $4\frac{3}{14}$. auuenimento totale del 59. totale partito per 14. però tanto resultarà à cauare 4. & anco $\frac{3}{14}$. (*auuenimento trouato con l'eccesso 59.*) da 9. che restarà 5. & poi $4\frac{11}{14}$. quãto à cauare il solo $\frac{3}{14}$ (*auuenimento trouato con l'eccesso 3.*) da 5. cioè in ciascun modo ne resultarà $4\frac{11}{14}$. & questo $4\frac{11}{14}$. sarà la C, ℞ eccedẽte del 22. proposto, più propinqua di ciascuna delle due adoprate. Et perche di sopra, quando pigliando $2\frac{17}{72}$ A, per ℞ eccedente di 5. noi per trouarne vn'altra eccedente più propinqua, seruendoci in ciò di B $2\frac{19}{72}$. maggiore della A, dimostrammo, che l'eccesso $\frac{[illegible]646}{544195 5\,[illegible]4}$. del quadrato della ℞ eccedente

dente

dente C $2\frac{-}{3}\,\frac{5}{3}\,\frac{5}{3}\,\frac{0}{2}\,\frac{7}{8}$. più propinqua, che ſi trouò, era ſempre il numero, che naſce à moltiplicare fra loro le due differenze, in che ciaſcuna delle A, & B, ſupera la C; Et hora ſi è moſtrato, che quando ſcambieuolmente in vn'altra operatione *(per trouare la C, ℞ eccedente più propinqua del medeſmo numero propoſto, mediante le due A, & B,)* la A, ſia la maggiore delle due radici A, & B, & la B, ſia la minore; ne ſeguirà pure, che la C, qual trouaremo ſarà la iſteſſa, che la trouata nell'operatione antecedente, Conoſciamo beniſsimo, che ſi può ancora ſimilmente dire, trouando la C, quando la B, ſia minore della A, che l'eccesso del quadrato della C, è ſempre il numero, che naſce à moltiplicare fra loro le due differenze, che ſono dalla C, alle due ℞ A, & B, gionte inſieme, & adoprate à trouare eſſa C.

Se hora noi, ponendo inſieme le regole, & conſiderationi fatte nel trouare le ℞ ſcarſe, & le eccedenti delli numeri propoſti, vorremo farne vna raccolta generale, dando Regola vniuerſale alla inuentione continua delle radici ſcarſe, & eccedenti propinque delli numeri propoſti, potremo dire.

Data vna ℞ ſcarſa d'vn numero propoſto, Per trouare vn'altra radice ſcarſa più propinqua. Giongaſi la data con vna ℞ eccedente qual ſi vogli *(che quanto più eſſa ℞ eccedente ſarà vicino al vero, cioè di quanto manco il ſuo quadrato eccederà il numero propoſto, tanto più propinqua ſarà la radice ſcarſa, che trouaremo)* & con la ſomma di queſte due radici, ſcarſa, & eccedente, ſi parta la ſcarſezza della data, cioè il numero, in che manca il quadrato della data ad arriuare al numero propoſto, & l'auuenimento ſi gionga alla ℞ ſcarſa data, che la ſomma ſarà ℞ ſcarſa più propinqua della data, Et la ſcarſezza del quadrato d'eſſa ſarà quel numero, che naſce à moltiplicare la differenza, che è da queſta ℞ ſcarſa trouata, alla ℞ ſcarſa data, via la differenza, che è dalla medeſma ℞ ſcarſa trouata alla ℞ eccedente adoprata. Et con queſto iſteſſo modo ſi trouaranno quant'altre ℞ ſcarſe più propinque ſi vorrà.

Ancora.

Data vna ℞ ſcarſa d'vn numero propoſto, Per trouare vna ℞ eccedente propinqua. Giongaſi la ℞ ſcarſa data con ſe ſteſſa *(che ſarà quanto doppiarla)* ò con vn'altra ℞ ſcarſa à beneplacito *(che quanto più propinqua ella ſarà, tanto maggior propinquità haueremo nella ℞ eccedente da trouarſi)* & con la ſomma ſi parta la ſcarſezza del quadrato della data, & l'auuenimento ſi gionga alla ℞ ſcarſa data, che la ſomma ſarà ℞ eccedente del numero propoſto. Et l'eccesso del quadrato d'eſſa ſarà quel numero, che naſce à moltiplicare fra loro le due differenze, che ſono fra la radice eccedente trouata, & le due ℞ ſcarſe gionte inſieme, & adoprate per trouare eſſa radice eccedente.

Ancora.

Data vna ℞ eccedēte d'vn numero propoſto, Per trouarne vn'altra eccedēte più propinqua. Giongaſi la data con ſe ſteſſa *(che ſarà quanto doppiarla)* ò con vn'altra ℞ eccedēte à beneplacito *(che quanto più propinqua ella ſarà, tanto maggior propinquità haueremo nella ℞ eccedente da trouarſi)* & con la ſomma ſi parta l'eccesso del quadrato della data, & l'auuenimento ſi caui dalla ℞ eccedente data, che il reſtante ſarà ℞ eccedente più propinqua della data. Et l'eccesso del quadrato di queſta ℞ trouata ſarà il numero, che naſce à moltiplicare fra loro le due differenze, che ſono da queſta ℞ eccedente trouata alle due ℞ eccedenti gionte inſieme, & adoprate à trouar queſta. Et con queſto iſteſſo modo ſi trouarāno quāt'altre ℞ eccedēti più propinque ſi vorrāno.

Ancora.

Data vna ℞ eccedente d'vn numero propoſto, Per trouare vna ℞ ſcarſa propinqua. Giongaſi la ℞ eccedente data con vna ℞ ſcarſa qual ſi vogli *(che quanto più propinqua ella ſarà, tanto maggior propinquità haueremo nella ℞ ſcarſa da trouarſi)* & con la ſomma ſi parta l'eccesso del quadrato della data, & l'auuenimento ſi caui dalla ℞ eccedente data, che il reſtante ſarà ℞ ſcarſa del numero propoſto. Et la ſcarſezza del quadrato d'eſſa ſarà il numero, che naſce à moltiplicare fra loro le due differenze, che ſono da queſta ℞ ſcarſa trouata alle due radici, eccedente, & ſcarſa, gionte inſieme, & adoprate à trouare queſta ℞ ſcarſa.

Eſempij.

Data 4. radice ſcarſa di 22. propoſto, ſi vuol trouare vn'altra radice ſcarſa più propinqua.

La data ſcarſa è 4

Eccedente à beneplacito da giongerli 5

La ſomma, con la quale ſi parte è 9) 6. ſcarſezza del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{2}{3}$. da giongere alla data, & fà $4\frac{2}{3}$. che è ℞ ſcarſa più propinqua.

La ſcarſezza del ſuo quadrato ($22\frac{7}{9}$.) è $\frac{2}{9}$. prodotto da $\frac{2}{3}$. via $\frac{1}{3}$. differenze d'eſſa $4\frac{2}{3}$. à 4. & à 5. radici adoprate.

Ancora.

Data $4\frac{1}{2}$. radice scarsa di 22. proposto, si vuol trouare vna radice eccedente propinqua.

La data scarsa è $4\frac{1}{2}$ — $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$

Scarsa à beneplacito da giongerli 4 — via $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$

La somma, con la quale si parte è $8\frac{-}{2}$) $1\frac{3}{4}$. scarsezza del quad. della data da partire. — $21\frac{1}{1}\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}\frac{4}{8}\frac{2}{9}$ — fà $22\frac{-}{2}\frac{4}{8}\frac{2}{9}$

Ne viene $\frac{-}{3}\frac{7}{4}$. da giongere alla data $4\frac{1}{2}$. & fà $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. che è ℞ eccedente più propinqua.

Il suo quadrato $22\frac{-}{2}\frac{4}{8}\frac{2}{9}$. eccede in $\frac{-}{2}\frac{4}{8}\frac{2}{9}$. prodotto da $\frac{2\frac{1}{2}}{17}$. via $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. differenze d'essa $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. à $4\frac{1}{2}$. & 4. radici adoprate.

Ouero.

Data 4. radice scarsa di 22. proposto, si vuol trouare vna radice eccedente propinqua.

La data scarsa è 4

Scarsa à beneplacito da giongerli $4\frac{1}{2}$

La somma, con la quale si parte è $8\frac{1}{2}$) 6. scarsezza del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. da giongere alla data 4. & fà medesmamēte $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. per la ℞ eccedēte propinqua.

Il suo quadrato $22\frac{-}{2}\frac{4}{8}\frac{2}{9}$. eccede in $\frac{-}{2}\frac{4}{8}\frac{2}{9}$. prodotto medesmamente da $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. via $\frac{3\frac{1}{2}}{17}$. differenze d'essa $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. à 4. & $4\frac{1}{2}$. radici adoprate.

Ancora.

Data $4\frac{4}{5}$. radice eccedente di 22. proposto, si vuol trouare vn'altra ℞ eccedēte più propinqua.

La data eccedente è $4\frac{4}{5}$.

Eccedente à beneplacito da giongerli 5 — Moltiplichisi in se stessa $4\frac{34}{49}$

La somma, con la quale si parte è $9\frac{4}{5}$) $1\frac{-}{2}\frac{1}{5}$. eccesso del quad. della data da part. — 272

$\frac{49}{5}$ $\frac{26}{25}$ ne viene $\frac{-}{2}\frac{2}{4}\frac{6}{5}$. da cauare dalla data 5 — 27

$\frac{5}{1}$ $\frac{25}{5}$ $4\frac{4}{5}$. & resta $4\frac{1}{2}\frac{7}{4}\frac{0}{5}$. cioè $4\frac{3}{5}\frac{4}{9}$. che è ℞ eccedente più propinqua. — 1323 — 1156 — 2479 — 2401 — 78 — $22\frac{78}{2401}$

Il suo quad. $22\frac{7\ 8}{2\ 4\ 0\ 1}$. eccede il 22. proposto in $\frac{7\ 8}{2\ 4\ 0\ 1}$. prodotto da $\frac{2\ 6}{2\ 4\ 5}$. (*cioè* $\frac{5\frac{1}{5}}{49}$) & $\frac{1}{4}\frac{1}{9}$. differenze d'essa $4\frac{3}{4}\frac{4}{9}$. à $4\frac{4}{5}$. & 5. radici adoprate.

Ouero.

Data 5. ℞ eccedente di 22. proposto, si vuol trouare vn'altra ℞ eccedēte più propinqua.

La data eccedente è 5

Eccedente à beneplacito da giongerli $4\frac{4}{5}$

La somma, con la quale si parte è $9\frac{4}{5}$) 3. eccesso del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{4}\frac{5}{9}$. da cauare dalla data 5. & resta $4\frac{3}{4}\frac{4}{9}$. medesmamēte per la ℞ ecced. propinqua.

Il suo quadrato $22\frac{-}{2}\frac{-}{4}\frac{7}{0}\frac{8}{1}$. eccede in $\frac{-}{2}\frac{-}{4}\frac{7}{0}\frac{8}{1}$. prodotto medesmamente da $\frac{1}{4}\frac{5}{9}$. & $\frac{5\frac{1}{5}}{49}$. differenze d'essa $4\frac{3}{4}\frac{4}{9}$. à 5. & $4\frac{4}{5}$. radici adoprate.

Ancora.

Data 5. radice eccedente di 22. proposto, si vuol trouare vna radice scarsa propinqua.

La data eccedente è 5

Scarsa à beneplacito da giongerli 4

La somma, con la quale si parte è 9) 3. eccesso del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{3}$. da cauare dalla data 5. & resta $4\frac{2}{3}$. che è ℞ scarsa propinqua.

La scarsezza del suo quadrato $21\frac{7}{9}$. è $\frac{2}{9}$. prodotto da $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{3}$. differenze d'essa $4\frac{2}{3}$. à 5. & à 4. radici adoprate.

Però.

Data vna ℞ scarsa d'vn numero proposto, giongendoli vna eccedente. Ouero conuersamente.
Data vna ℞ eccedente, giongendoli vna ℞ scarsa, &c. Si troua vna ℞ scarsa più propinqua.
Data vna ℞ scarsa d'vn numero proposto, giongendoli vna ℞ scarsa. Ouero.
Data vna ℞ eccedente, giongendoli vna ℞ eccedēte, &c. Si troua vna ℞ ecced. più propinqua.

Alcuni auuertimenti nel pigliare la Radice quadrata propinqua delli numeri non quadrati.

VOlendo la ℞ poniamo di 98. che con le regole ordinarie si diria essere alquanto manco di $9\frac{17}{18}$. (*ouero alquanto più di* $9\frac{17}{19}$.) noi potiamo prima pigliare per ℞ il 9. & vn rotto, & sia $9\frac{1}{4}$. che il suo quadrato è $85\frac{9}{16}$. onde fino à 98. resta $12\frac{7}{16}$. & questo sia numeratore d'vn rotto, essendo denominatore il doppio del $9\frac{1}{4}$. (*preso per intiero, ò in luogo d'intiero della ℞*) cioè $18\frac{1}{2}$. & haueremo $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{199}{296}$. per rotto della ℞, essendo l'intiero, ò pigliando in vece d'intiero il $9\frac{1}{4}$. detto; onde la ℞ totale sarà $9\frac{1}{4}$. & $\frac{199}{296}$. cioè $9\frac{273}{296}$. & questa sarà più propinqua ℞ eccedente di 98. che il $9\frac{17}{18}$. poiche il quadrato di $9\frac{17}{18}$. supera il 98. nel quadrato di $\frac{17}{18}$. (*rotto accompagnato al suo intiero 9.*) Et il quadrato di $9\frac{273}{296}$. supera il 98. nel quadrato di $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. (*rotto accompagnato al suo intiero* $9\frac{1}{4}$.) qual quadrato di $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. è minore del quadrato di $\frac{17}{18}$. perche questo rotto $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. è minore di $\frac{17}{18}$. hauendo egli minor numeratore di 17. & ancora maggior denominatore di 18. Che di dui rotti dati hauend'essi denominatori eguali minore è quello, che hauerà minor numeratore, come per esempio di $\frac{17}{18}$. & $\frac{13}{18}$. minore è il $\frac{13}{18}$. Et hauendo li rotti dati, numeratori eguali, minore è quello, che hà maggior denominatore, come per esempio di $\frac{13}{18}$. & $\frac{13}{20}$. minore è il $\frac{13}{20}$. Onde se l'vno delli dui rotti hauerà non solo minor numeratore, ma ancora habbi maggior denominatore dell'altro, tanto maggiormente si conoscerà egli essere minore dell'altro. Et se per prima parte, ò in luogo dell'intiero della ℞ di 98 pigliaremo $9\frac{1}{3}$. maggiore di $9\frac{1}{4}$. che allhora il rotto verrà ad essere $\frac{10\frac{8}{9}}{18\frac{2}{3}}$. & però la ℞ totale saria $9\frac{1}{3}$. & $\frac{98}{168}$. cioè $9\frac{154}{168}$. ò vogliamo dire $9\frac{11}{12}$. questa sarà ℞ eccedente di 98. ancor più propinqua di $9\frac{273}{296}$. perche il rotto $\frac{10\frac{8}{9}}{18\frac{2}{3}}$. & però il suo quadrato, nel quale il quadrato di quest'vltima ℞ supera il 98. è minore del rotto $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. & però del suo quadrato, nel quale il quadrato di detta ℞ antecedente supera il 98 proposto. Et pigliando $9\frac{1}{2}$. maggiore di $9\frac{1}{3}$. che così haueremo $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{3}{4}}{19}$. cioè $9\frac{69}{76}$. questa sarà ancor più propinqua ℞ del 98. perche il suo rotto $\frac{7\frac{3}{4}}{19}$. (*& però il quadrato d'esso rotto, che mostra l'eccesso del quadrato della ℞*) è minore del rotto di ciascuna delle ℞ antecedenti. Et pigliando $9\frac{2}{3}$. che così haueremo $9\frac{2}{3}$. & $\frac{4\frac{5}{9}}{19\frac{1}{3}}$. cioè $9\frac{2}{3}$. & $\frac{41}{174}$. cioè $9\frac{157}{174}$. questa per la medesma causa sarà ancor più propinqua. Et pigliando $9\frac{5}{6}$. che così haueremo $9\frac{5}{6}$. & $\frac{1\frac{1}{36}}{19\frac{2}{3}}$. questa sarà ancor più propinqua. Et pigliando $9\frac{8}{9}$. che così haueremo $9\frac{8}{9}$. & $\frac{\frac{17}{81}}{17\frac{7}{9}}$. cioè $9\frac{8}{9}$. & $\frac{17}{1602}$. cioè $9\frac{1441}{1602}$. questa sarà ancor più propinqua. Et se pigliassimo $9\frac{11}{12}$. di questo il quadrato saria $97\frac{1}{2}$. & $\frac{121}{144}$. cioè $98\frac{49}{144}$. che eccede il 98. proposto, però esso $9\frac{11}{12}$. da se è ℞ eccedente, & non si può in questo caso adoprare al nostro proposito. Onde vediamo, che facilmente giongendo al 9. vn rotto tale, che il quadrato del composto sia vicino al 98. ma minore, però d'esso 98. & col restante fino al 98. formare il numeratore d'vn rotto, che habbi per denominatore il doppio della prima parte, che ci serue, ò si piglia in luogo d'intiero della ℞; questi dui, rotto, & intiero, posti insieme, formaranno subito vn numero, ò ℞ eccedente, il quadrato del quale sarà molto vicino al 98. che lo superarà sempre, solo nel quadrato del rotto formato.

Di 98. $9\frac{1}{4}$. è preso per l'intiero della ℞, & il rotto sarà $\frac{12\frac{7}{16}}{19\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{199}{312}$. quale manca ad arriuare alla vnità intiera in $\frac{113}{312}$. però moltiplicato $\frac{199}{312}$. via $\frac{113}{312}$. che fà $\frac{22487}{97344}$. q̃sto è quãto mãca al quadrato della totale ℞ scarsa $9\frac{277}{312}$. per arriuare al 98.

Quadrisi $9\frac{277}{312}$

312
4986
15
306
$15\frac{306}{312}$
95472
76729
172201
97304
fà $97\frac{74857}{97344}$
cioè $\frac{22487}{97344}$
manco di 98.

Et nel trouare la ℞ scarsa delli numeri non quadrati, potiamo ancora vsare l'istesso modo, formando però il denominatore del rotto, con il doppio

pio

Tutte le seguenti sono radici scarse di 98. trouate nell'istesso modo, il quadrato delle quali è in ciascuna scarso nel numero, che nasce à moltiplicare il rotto, ò seconda parte d'esse, per la differenza d'esso rotto alla vnità intiera.

$9\frac{1}{3}$. & $\frac{10\frac{8}{9}}{19\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{98}{177}$. che fà $9\frac{157}{177}$.

$9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{3}{4}}{20}$. cioè $\frac{31}{80}$. che fà $9\frac{71}{80}$.

$9\frac{2}{3}$. & $\frac{4\frac{5}{9}}{20\frac{1}{3}}$. cioè $\frac{41}{183}$. che fà $9\frac{163}{183}$.

$9\frac{5}{6}$. & $\frac{1\frac{11}{36}}{20\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{47}{744}$. che fà $9\frac{667}{744}$.

$9\frac{8}{9}$. & $\frac{\frac{17}{81}}{20\frac{7}{9}}$. cioè $\frac{17}{1683}$. cioè $\frac{1}{99}$. che fà $9\frac{89}{99}$.

pio più 1. del numero, ò prima parte della R℞, che haueremo preso in luogo d'intiero. Che proposto 98. la R℞ scarsa ordinaria del quale saria $9\frac{17}{19}$. il quadrato della quale saria minore del 98. nel prodotto del rotto $\frac{17}{19}$. via $\frac{2}{19}$. che li mãca ad arriuare all'intiera vnità, qual prodotto è $\frac{34}{361}$. Noi se pigliaremo per intiero, ò prima parte della R℞ $9\frac{1}{4}$. il rotto sarà $\frac{12\frac{7}{16}}{19\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{199}{312}$. & la R℞ totale saria $9\frac{277}{312}$. il quadrato della quale è scarso in $\frac{22487}{97344}$. numero, che nasce à moltiplicare il rotto, cioè la quantità presa per rotto nel formare questa R℞. che è $\frac{199}{312}$. via $\frac{113}{312}$. differenza di esso rotto alla intiera vnità. Et se pigliassimo per prima parte della R℞ $9\frac{1}{2}$. il rotto saria $\frac{7\frac{3}{4}}{20}$. cioè $\frac{31}{80}$. che è differente dalla vnità intiera in $\frac{49}{80}$. il prodotto de' quali è $\frac{1519}{6400}$. che è la scarsezza del quadrato della R℞ totale $9\frac{71}{80}$. Et pigliando per prima parte della R℞ $9\frac{8}{9}$. il rotto saria $\frac{\frac{17}{81}}{20\frac{7}{9}}$. cioè $\frac{17}{1683}$. cioè $\frac{1}{99}$. che è differente dalla vnità intiera in $\frac{98}{99}$. & il loro prodotto è $\frac{98}{9801}$. che è la scarsezza del quadrato di questa radice $9\frac{89}{99}$.

Quadrisi $9\frac{89}{99}$ fà 81. & $16\frac{2}{11}$ & $\frac{7921}{9801}$

891
891

cioè $97\frac{9703}{9801}$ mãca $\frac{98}{9801}$. p arriuare à 98.

Ma quì è da auuertire, che nel pigliare queste R℞ scarse in questo modo per ordine, elle nõ sono di mano in mano più propinque fra loro, ne più propinque continuamẽte della prima radice $9\frac{17}{19}$. ordinaria; Che queste radici scarse non seruano l'ordine delle radici eccedenti, Anzi fra queste radici scarse prese per ordine, cioè accrescẽdo sempre à beneplacito il numero, che si piglia per intiero, ò prima parte della R℞, vediamo, che solo quest'vltima $9\frac{8}{9}$. & $\frac{1}{99}$. cioè $9\frac{89}{99}$. è più propinqua della ordinaria $9\frac{17}{19}$. (*il quadrato della quale manca, cioè è scarso in* $\frac{34}{361}$.) & di ciascuna delle due sopradette $9\frac{1}{4}$. con $\frac{199}{312}$. Et $9\frac{1}{2}$. con $\frac{31}{80}$. Che di queste due $9\frac{1}{4}$. con $\frac{199}{312}$. Et $9\frac{1}{2}$. con $\frac{31}{80}$. non è però, che la $9\frac{1}{2}$. con $\frac{31}{80}$. che hà per prima parte $9\frac{1}{2}$. maggior quantità di $9\frac{1}{4}$. prima parte dell'altra sia più propinqua di detta $9\frac{1}{4}$ con $\frac{199}{312}$. anzi ella è manco propinqua, cioè più scarsa, perche $\frac{1519}{6400}$. scarsezza del suo quadrato è maggiore di $\frac{22487}{97344}$. scarsezza del quadrato di detta $9\frac{1}{4}$. con $\frac{199}{312}$. Che $\frac{1519}{6400}$. ridotto à 97344. esimi, sarà $\frac{24060\frac{24}{25}}{97344}$. Et per conoscere la causa di questa loro maggiore, ò minor propinquità al vero, bisogna auuertire, che.

$\frac{1519}{6400}$. si riduca à 97344. esimi.

$15\frac{1344}{6400}$ $\frac{84}{100}$

1519

22785 6076

$1275\frac{96}{100}$ 12552

127596

saranno $24060\frac{24}{25}$

Se la vnità, ò qual si vogli quantità A, sia diuisa per mezo, cioè in due parti eguali, & ancora sia diuisa in due parti ineguali B, & C, Tanto è il quadrato della mità della quantità A, quanto è quello, che nasce à moltiplicare fra loro le due parti ineguali B, & C, & al prodotto giongere il quadrato della differẽza D, che è da qual si vogli delle due parti ineguali alla mità della detta quantità A. Che essendo poniamo la quantita A 10. diuidendola in due parti eguali, ciascuna sua mità sarà 5. & il quadrato d'essa mità, ò vogliamo dire il prodotto delle due parti eguali 5. & 5. moltiplicate fra loro sarà 25. Et diuidendo essa quantità A, in due parti ineguali B, & C, poniamo B 2. & C 8. che così la differẽza di ciascuna d'esse 2. & 8. à 5. mità della quantità sarà 3 D, ne seguirà, che il prodotto di 2 B, via 8 C, che è 16. gionto al quadrato di D 3. che è 9. farà per somma 25. quanto è il quadrato di 5. mità della quantità A. Et la causa di ciò si

conosce

conosce di quì. Il moltiplicare 5. via 5. è quanto moltiplicare 5. via 2 B, & 5. via 3 D. perche 2 B, & 3 D, compongono 5. mità della A; però tanto resulta à dire, moltiplichisi 5. via 5. quanto resulta à moltiplicare 5. via 2 B, & 5. via 3 D, & sommare i dui prodotti 10. & 15. insieme. Ancora à moltiplicare 5. via 3 D, resulta tanto, quanto *(diuidendosi il 5. in 2. eguale à B, & in 3. eguale à D, da i quali 2. & 3. è composto il 5.)* à moltiplicare 2 B, via 3 D; & 3 D, via 3 D, *(cioè D, in se medesimo)* & giongere questi dui prodotti insieme. Onde perciò si può dire, che il moltiplicare 5. via 5. resulta tanto, quanto à moltiplicare 5. via 2 B, & 2 B, via 3 D; & 3 D, in se stesso, & sommare insieme questi tre prodotti, ò vogliamo dire questi dui prodotti, & il quadrato detto di D. Questo inteso, & serbato in mente, consideraremo hora, che à moltiplicare 2 B, via 8 C, resulta tanto, quanto se diuidendosi 8 C, in 5. mità dell'A, & in 3 D; si moltiplichi 5. via 2 B, & 3 D, via 2 B. Onde veniamo à conoscere, che il prodotto delle parti ineguali 2. & 8. è eguale alli prodotti di 5. via 2. & 3. via 2. gionti insieme, Et di sopra vedemmo, che il quadrato di 5. mità della quantità A, è eguale alli prodotti di 5. via 2 B, & di 3 D, via 2 B, *(che sono li medesimi dui prodotti detti di sopra)* & al quadrato di 3 D, gionti insieme; però conosciamo, che il quadrato di 5. supera il prodotto di 8 C, via 2 B, nel quadrato di 3 D, onde è chiaro, che quando vna quãtità data è diuisa in due parti eguali, & in due parti ineguali, il prodotto delle due parti ineguali è sempre minore del quadrato della mità della quantità data; Et perche quanto maggiore è questa differenza *(cioè quanto più ciascuna delle parti ineguali è minore della mità della quantità data)* tanto maggiore ancora è il quadrato d'essa differenza, & consequentemente tanto manco viene ad essere il prodotto delle parti ineguali *(qual prodotto è sempre quello, che rimane à cauare il quadrato di detta differenza D, dal quadrato della mità della quantità data)* conosciamo ancora, che quanto più qual si vogli delle due parti ineguali è distante, ò differente dalla mità della quantità data, tanto è minore il prodotto d'esse parti ineguali moltiplicate fra loro.

Hora applicando questo alla consideratione della propinquità delle radici scarse, trouate nel modo sopradetto, verremo à conoscere, che essendo la scarsezza del quadrato di ciascuna di loro tanto, quanto importa à moltiplicare il rotto della ℞, via la differenza, ò restante d'essa alla vnità intiera, esso restante, & rotto della ℞ vengono ad essere le due parti della vnità, quali dui parti, quanto più saranno distanti dalla mità della vnità, cioè da $\frac{1}{2}$. tanto minore sarà il prodotto loro; che quando ciascuna d'esse parti fusse $\frac{1}{2}$. à punto, cioè la mità della vnità, allhora il loro prodotto, che saria $\frac{1}{4}$. saria il maggiore, che possa occorrere, & perche questo prodotto è sempre la scarsezza del quadrato della ℞, vediamo, che sempre, che il rotto d'essa è $\frac{1}{2}$. & che perciò il restãte fino alla vnità, ò vogliamo dire l'altra parte della vnità è medesmamente $\frac{1}{2}$. cioè che la vnità viene ad esser diuisa in due parti eguali, il prodotto del quale $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{4}$. è il maggiore, che possa farsi dalle due parti, in che si diuidesse la vnità, vediamo, dico, che allhora, quando il rotto della ℞ scarsa è $\frac{1}{2}$. il quadrato d'essa ℞ è scarso $\frac{1}{4}$. & è la maggior scarsezza, che in esse possa auuenire; & quando occorre, che il rotto della ℞ sia molto distante dall'$\frac{1}{2}$. ò auuicinandosi al niente, ò alla intiera vnità, che così ancora l'altra parte, ò restante della vnità sarà ancor'ella medesmamente molto distante dall'$\frac{1}{2}$. auuicinandosi all'intiera vnità, ò al niẽte, allhora il prodotto loro verrà ad essere molto piccolo, cioè molto minore dell'$\frac{1}{4}$. sopradetto, & però la scarsezza della ℞ sarà molto piccola, & consequentemente ella sarà molto propinqua al vero.

Questo modo nel pigliare le radici scarse propinque non appare molto commodo, perche non potiamo molto facilmente conoscere la scarsezza del quadrato del numero misto d'intiero, e rotto, che si piglia per intiero, ò prima parte della ℞, se però ella non è composta d'intiero, & d'$\frac{1}{2}$. Che delli numeri simili subito si conosce il quadrato (*poiche poniamo di 13 $\frac{1}{2}$. il quadrato si compone da 13. via 13. & da 13. via $\frac{1}{2}$. due volte, cioè da 1. volta 13. & da $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. onde sarà il composto di 169. 13. & $\frac{1}{4}$. cioè 182 $\frac{1}{4}$. che è quanto moltiplicare il 13. intiero, via 1. più di lui, cioè via 14. & al prodotto 182. giongere $\frac{1}{4}$. quadrato del rotto $\frac{1}{2}$. che fà 182 $\frac{1}{4}$. Et così occorre nelli numeri misti d'intiero, e del rotto $\frac{1}{2}$.)* Et oltre di ciò non siamo poi sicuri come haueremo trouato la ℞ in questo modo, che ella sia più propinqua della ordinaria, cioè se il rotto, che si trouasse sarà più differente da $\frac{1}{2}$. di quello, che saria l'ordinario semplicemente, eccetto che quando l'ordinario fusse $\frac{1}{2}$. che allhora preso per l'intiero, ò prima parte della ℞ vn numero misto à beneplacito, sapremo che il rotto, ò seconda parte d'essa ℞, che si trouasse nõ potrà arriuare à detto $\frac{1}{2}$.

Che dicendosi. Trouisi la ℞ scarsa di 12 $\frac{1}{2}$. ella al modo ordinario saria $3\frac{3\frac{1}{2}}{7}$. cioè $3\frac{1}{2}$. & però il suo quadrato eccederia il $\frac{1}{2}$. proposto in $\frac{1}{4}$. prodotto da $\frac{1}{2}$. rotto della ℞, via $\frac{1}{2}$. che li manca ad arriuare all'vnità intiera, & questa è la maggior scarsezza, che possa occorrere. Onde se vorremo vsare il modo sopradetto, hora; trouaremo vna ℞ più propinqua dell'ordinaria;

 che

Di $12\frac{1}{2}$. la ℞ scarsa sia $3\frac{9}{20}$.& $\frac{\frac{239}{400}}{7\frac{9}{20}}$. cioè $3\frac{9}{20}$.& $\frac{239}{3160}$. che è $3\frac{1661}{3160}$

$\frac{239}{3160}$. via $\frac{2921}{3160}$

$$\begin{array}{r} 26289 \\ 67183 \\ \hline \end{array}$$

fà $\frac{698119}{9985600}$

che è la scarsezza del quadrato della ℞.

Moltiplichisi $3\frac{1661}{3160}$. in se.

$$\begin{array}{r} 3\frac{1661}{3160} \\ \hline 9966 \\ 3\frac{486}{3160} \\ \hline 18960 \\ 151680 \\ 2758921 \\ \hline \end{array}$$

fà $12\frac{4294681}{9985600}$

$$\begin{array}{r} 4992800 \\ \end{array}$$

mãca $\frac{698119}{9985600}$

che ponendo l'intiero, ò prima parte poniamo $3\frac{1}{3}$. (*che il suo quadrato è* $11\frac{1}{9}$.) la seconda parte, ò rotto della ℞ sarà $\frac{1\frac{7}{18}}{7\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{25}{138}$.& la ℞ totale verrà ad essere $3\frac{71}{138}$. il quadrato della quale sarà scarso solo in $\frac{2825}{19044}$. prodotto da $\frac{25}{138}$. rotto della ℞, via $\frac{113}{138}$. residuo d'essa alla vnità intiera. Et in questi casi se pigliaremo per intiero, ò prima parte della ℞ quantità maggiore, cioè che più s'accosti col suo rotto ad $\frac{1}{2}$. noi verremo à trouare ℞ ancor più propinqua, perche il rotto, ò seconda parte della ℞ sarà tanto più minore, ò differente dalla $\frac{1}{2}$. vnità, & però moltiplicato via la differenza d'esso alla vnità intiera, il prodotto (*che è la scarsezza del quadrato della ℞*) sarà tanto minore. Onde hora del $12\frac{1}{2}$. proposto preso per prima parte della ℞ scarsa $3\frac{9}{20}$. (*che il quadrato è* $11\frac{361}{400}$.) la seconda parte, ò rotto della ℞ sarà $\frac{\frac{239}{400}}{7\frac{9}{20}}$. cioè $\frac{239}{3160}$.& però la ℞ tolale sarà $3\frac{1661}{3160}$. il quadrato della quale sarà scarso solo nel prodotto di $\frac{239}{3160}$. rotto della ℞, via $\frac{2921}{3160}$. residuo d'esso alla vnità intiera, qual prodotto è $\frac{698119}{9985600}$. che è scarsezza minore della antecedente, onde questa ℞ $3\frac{1661}{3160}$. è più propinqua della antecedente, come conosciamo douere auuenire.

Dicendosi. Trouisi la ℞ scarsa di $56\frac{1}{2}$. al modo ordinario ella sarà $7\frac{7\frac{1}{2}}{15}$. cioè $7\frac{1}{2}$. il quadrato della quale ($56\frac{1}{4}$.) manca d' $\frac{1}{4}$. per arriuare al $56\frac{1}{2}$. Hora considerisi l'ordine delle ℞ scarse, così tolte dalli sottoscritti numeri, che sono fra li dui prossimi numeri quadrati intieri 49. & 64. che si conoscerà l'ordine delle scarsezze delli quadrati d'esse.

	50	51	52	53	54	55	56	$56\frac{1}{2}$	57	58	59	60
	$7\frac{1}{15}$	$7\frac{2}{15}$	$7\frac{3}{15}$	$7\frac{4}{15}$	$7\frac{5}{15}$	$7\frac{6}{15}$	$7\frac{7}{15}$	$7\frac{7\frac{1}{2}}{15}$	$7\frac{8}{15}$	$7\frac{9}{15}$	$7\frac{10}{15}$	$7\frac{11}{15}$
d.	14	13	12	11	10	9	8	$7\frac{1}{2}$	7	6	5	4
n.	1	2	3	4	5	6	7	$7\frac{1}{2}$	8	9	10	11
S.	14. è	26	36	44	50	54	56	$56\frac{1}{4}$	56	54	50	44

numerat. della scarsezza del □ della ℞.

Il denominat. commune à tutti questi numerat. è 225. quadrato del 15. denominat. del rotto di ciascuna delle superiori radici.

61	62	63
$7\frac{12}{15}$	$7\frac{13}{15}$	$7\frac{14}{15}$
3	2	1
12	13	14
36	26	14

Il numeratore S, del rotto del mancamento del quadrato delle radici, nasce à moltiplicare il numeratore n, del rotto della ℞, via la differenza d, che è da detto numeratore al suo denominatore, onde questa differenza, & numeratore producono il numeratore, però quanto più essi d, & n, sono differenti fra loro, tanto minore è l'S, numeratore della scarsezza, ò mancamento, perche tanto minore è il prodotto di d, & n, che quanto più le due parti del 15. totale sono differenti da $7\frac{1}{2}$. mità d'esso 15. tanto minore è il prodotto di dette due parti, & quando esse due parti del 15. sono eguali fra loro, cioè arriuano, ò non eccedono la mità del 15. totale, essendo ciascuna d'esse $7\frac{1}{2}$. allhora il prodotto loro è il maggiore, che possa farsi, & perche allhora il rotto della ℞ sarà $\frac{7\frac{1}{2}}{15}$. cioè $\frac{1}{2}$.& il quadrato del numeratore, mità del denominatore, sarà l' $\frac{1}{4}$. del quadrato del denominatore, & però il rotto della scarsezza sarà $\frac{1}{4}$. ne segue, che con questa regola la scarsezza non possa mai essere più d' $\frac{1}{4}$. che poi andando dal $56\frac{1}{2}$. al 63. viene à sminuire la scarsezza del quadrato delle radici, con quell'ordine, che è venuta crescẽdo dal 50. al $56\frac{1}{2}$. però conosciamo, che dal 7. al $7\frac{1}{2}$. di radice, la scarsezza vien sempre crescendo, & dal $7\frac{1}{2}$. all'8. ella vien sempre sminuendo. Che essendo il rotto della ℞ minore d' $\frac{1}{2}$. quanto egli è più piccolo, cioè quanto più il numeratore è differente dal commun denominatore,

tore, tanto più la ℞ sarà propinqua al vero, cioè tanto minore sarà il mancamento. Et essendo il rotto della ℞ maggiore d'$\frac{1}{2}$. similmente quanto maggiore egli sarà, cioè quanto meno il numeratore sia differente dal commun denominatore, tanto più la ℞ sarà propinqua al vero, cioè tanto minore sarà il mancamento.

Auuertimenti circa alli dui modi del pigliare la radice quadrata delli numeri non quadrati, de' quali l'vno dà radice propinqua maggior del douere, Et l'altro dà radice propinqua minore del douere.

QVando in ciascuno delli dui modi il rotto della ℞ è $\frac{1}{2}$. l'vn modo, & lo chiamaremo il primo, fà il quadrato della ℞ eccedente $\frac{1}{4}$. più del douere, Et l'altro modo, che lo chiamaremo il secondo, fà il quadrato della ℞ scarsa $\frac{1}{4}$. manco del douere.

Quando in ciascuno delli dui modi il rotto è minore d'$\frac{1}{2}$. Il primo modo fà il quadrato della ℞ eccedente manco d'$\frac{1}{4}$. più del douere, Et il secondo modo fà il quadrato della radice scarsa, manco d'$\frac{1}{4}$. mãco del douere, ma più s'accosta ad $\frac{1}{4}$. questo mãco del douere della scarsa, che il più del douere della eccedẽte, & però più propinqua è la ℞ eccedente, che non è la scarsa, poiche il quadrato della eccedente supera il vero in quantità più piccola, che non è quello, in che il quadrato della ℞ scarsa è minore del vero; Et quãto minore d'$\frac{1}{2}$. sarà il rotto della ℞, tanto più propinqua sarà la ℞ presa al primo modo, cioè la eccedente; Che d'vn rotto minore d'$\frac{1}{2}$. poniamo di $\frac{3}{10}$. minore è il suo quadrato (*che nasce à maltiplicare esso $\frac{3}{10}$. via $\frac{3}{10}$. rotto, che hà per numeratore il medesmo 3.*) che non è il prodotto, che nasce à moltiplicare esso rotto $\frac{3}{10}$. via il residuo $\frac{7}{10}$. d'esso alla vnità, qual residuo hà per numerat. numero maggiore, che non è il numeratore d'esso rotto, poiche il numeratore del residuo detto contiene il numeratore d'esso rotto, & tanto di più, quanto è il doppio della differenza, che si troua fra il numeratore d'esso rotto, & la mità del denominatore, onde minore sarà il numerat. del quadrato del $\frac{3}{10}$. che il numeratore del prodotto di $\frac{3}{10}$. via $\frac{7}{10}$. essendo denominatore di ciascun d'essi vn medesmo prodotto di 10. denominatore, via 10. denominatore.

Primo modo.	Secondo modo.
La ℞ eccedente di 30. è $5\frac{5}{10}$. cioè $5\frac{1}{2}$. Il quadrato è $30\frac{1}{4}$. che è $\frac{1}{4}$. più del douere.	La ℞ scarsa di $20\frac{1}{2}$. è $4\frac{4\frac{1}{2}}{9}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Il quadrato è $20\frac{1}{4}$. che è $\frac{1}{4}$. manco del douere.
La ℞ eccedente di 40. è $6\frac{4}{12}$. cioè $6\frac{1}{3}$. Il quadrato è $40\frac{1}{9}$. che è solo $\frac{1}{9}$. più del douere.	La ℞ scarsa di 19. è $4\frac{3}{9}$. cioè $4\frac{1}{3}$. Il quadrato è $18\frac{7}{9}$. cioè solo $\frac{2}{9}$. manco del douere.
La ℞ eccedente di 45. è $6\frac{9}{12}$. cioè $6\frac{3}{4}$. Il quadrato è $45\frac{9}{16}$. cioè $\frac{9}{16}$. più del douere.	La ℞ scarsa di $22\frac{3}{4}$. è $4\frac{6\frac{3}{4}}{9}$. cioè $4\frac{3}{4}$. Il quadrato è $22\frac{9}{16}$. cioè $\frac{3}{16}$. manco del douere.

Et quando in ciascuno delli dui modi il rotto è maggiore d'$\frac{1}{2}$. Il primo modo fà il quadrato della ℞ eccedẽte più d'$\frac{1}{4}$. più del douere, & il secondo modo fà il quadrato della ℞ scarsa n anco d'$\frac{1}{4}$. manco del douere, & però più propinqua è la ℞ presa al secondo modo, cioè la scarsa, che la ℞ presa al primo modo, che è la eccedente, poiche il quadrato della eccedente s'allontana dal vero più d'$\frac{1}{4}$. ma il quadrato della scarsa s'allontana dal vero manco d'$\frac{1}{4}$. Et quanto più il rotto della ℞ eccederà $\frac{1}{2}$. tanto più propinqua sarà la scarsa, che la eccedente.

Et notisi, che della ℞ presa al secondo modo, il suo rotto mai può arriuare alla vnità, poiche il denominatore d'esso è sempre l'intiera differẽza, ò l'intiero numero, in che il quadrato dell'intiero della ℞ è differente dal quadrato dell'intiero maggiore subito seguente; & il numeratore del rotto non arriua mai à tal differenza, & però non arriua al denominatore. Che la ℞ di $24\frac{7}{8}$. per esempio è 4. & $\frac{8\frac{7}{8}}{9}$. che 9. denominatore è la differenza di 16. à 25. num. quadrato seguente, alla quale non può mai arriuare l'$8\frac{7}{8}$. numeratore. Ma della ℞ presa al primo modo, il rotto può arriuare alla vnità, & eccederla; perche essendo il denominatore la differenza manco 1. che si troua fra il quadrato dell'intiero della ℞, & il quadraao dell'intiero seguente, ne segue, che il numeratore sarà eguale al denominatore (*& però il rotto sarà 1. vnità*) sempre che il numero, di che si piglia la ℞ è 1. manco di numero quadrato intiero. Et quando esso numero, di che si piglia la ℞ è manco d'1. mãco di numero quadrato intiero, allhora il numeratore sarà maggiore del denominatore, & però il rotto, ò quantità in forma di rotto, che egli mostrarà sarà più d'1. vnità; non potrà già passare la vnità in rotto, che hauendo l'istesso denominatore, habbi per numeratore 1; anzi esso numeratore sarà sempre manco d'1. (*perche*

il deno-

La ℞ di 24. è $4\frac{8}{8}$. cioè 4. & 1. cioè 5. Il quadrato è 25. che eccede il vero 24. nell'1. quadrato d'$\frac{8}{8}$.

Moltiplichisi $5\frac{7}{64}$. in se stesso

$$\begin{array}{r} 25 \\ 1\frac{6}{64} \quad \frac{49}{4096} \\ \hline \end{array}$$

fà $26\frac{433}{4096}$

cauisene $24\frac{7}{8}$

$$\frac{}{512}$$

resta $1\frac{945}{4096}$. eccesso eguale al quadrato di $\frac{8\frac{7}{8}}{8}$. cioè d'$1\frac{7}{64}$.

La ℞ di $24\frac{7}{8}$. è $4\frac{8\frac{7}{8}}{8}$. cioè 4. & 1. & $\frac{\frac{7}{8}}{8}$. qual $\frac{\frac{7}{8}}{8}$. non arriua ad $\frac{1}{8}$. & è $\frac{7}{64}$. & però in tutto la radice è $5\frac{7}{64}$. che il quadrato è $26\frac{433}{4096}$. quale eccede il vero $24\frac{7}{8}$. in $1\frac{945}{4096}$. quadrato del rotto $\frac{8\frac{7}{8}}{8}$.

Moltiplichisi $\frac{8\frac{7}{8}}{8}$. via $\frac{8\frac{7}{8}}{8}$

$$8)\ 78\frac{49}{64}$$

$$8)\ 9\frac{433}{512}$$

fà $1\frac{945}{4096}$

il numeratore non può arriuare alla total differenza, che è dal quadrato dell'intiero della ℞, al quadrato del numero intiero seguente) cioè il numeratore nõ può arriuare ad essere 1. più del denominatore, & però il quadrato della ℞ presa al primo modo nõ può mai eccedere il vero nel quadrato di $\frac{3}{2}$. cioè in $2\frac{1}{4}$, ma sempre l'eccesso sarà manco di $2\frac{1}{4}$. poiche di $3\frac{7}{8}$. ò altro numero, che non arriui à 4. non può la radice arriuare ad $1\frac{3}{2}$. & però il rotto, ò quãtità in forma di rotto accompagnata all'intiero della ℞ *(che hora è 1.)* nõ può arriuare ad $1\frac{1}{2}$. ne però il suo quadrato *(che è l'eccesso)* arriuarà à $2\frac{1}{4}$.

Auuertimento notabile nella estratione delle radici, per formare subico vn rotto, che accompagnato all'intiero, formi quantità, il quadrato della quale sia minore del vero, ma à lui molto più propinquo, che formandolo al modo ordinario.

PEr pigliare la ℞ propinqua non eccedente il vero d'vn numero proposto, poniamo di 19. l'intiero è 4. & auanza 3. per numeratore del rotto, il denominatore del quale al primo modo saria 8. formãdo $\frac{3}{8}$. & al secondo modo saria 9. formando $\frac{3}{9}$. Ma noi formiamolo al primo modo, che sarà $\frac{3}{8}$. Hora, perche sappiamo, che 8. è denominatore più piccolo del douere, & 9. è più grande del douere; poniamolo fra 8. & 9. giongendo all'8. quel pezzo d'vnità, che è mostrato dal $\frac{3}{8}$. formato al primo modo, cioè giongiamoli $\frac{3}{8}$. & farà per denominatore $8\frac{3}{8}$. & il rotto allhora con il 4. intiero, fà $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. *(cioè $4\frac{24}{67}$.)* & questo è ℞ del 19. minore del vero, più propinqua, che $4\frac{3}{9}$. Et lo conosciamo di quì. Perche il quadrato di questo $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. consta, cioè è composto del quadrato di 4. che è 16. *(che sino al 19. proposto resta 3.)* & delle due moltiplicationi di 4. via $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. & del quadrato di $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. se consideraremo esse due moltiplicationi, ò prodotti d'esse, & il quadrato del rotto, conosceremo la somma loro non potere arriuare al 3. detto; Che se il rotto fusse $\frac{3}{8}$. le due moltiplicationi, ò prodotti fariano 3. intieri, cioè $\frac{24}{8}$. ma perche il rotto è minore di $\frac{3}{8}$. *(poiche $8\frac{3}{8}$. denominatore è maggiore, che se fusse 8.)* ne segue, che il doppio di 4. via $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. non possa arriuare à 3. intieri, come fà il doppio di 4. via $\frac{3}{8}$. Anzi, perche in vn modo si moltiplica 3. numeratore, via 8. doppio del 4. intiero, & il prodotto 24. si parte per 8. denominatore. Et nell'altro modo si moltiplica pure 3. numeratore, via 8. doppio del 4. intiero, ma il prodotto 24. si parte per $8\frac{3}{8}$. denominatore. Vediamo, che in quest'altro modo, accioche l'auuenimento fusse 3. vi viene à mancare il prodotto di 3. numeratore, via la differenza delli dui denominatori, cioè via la differenza, che è da 8. ad $8\frac{3}{8}$. qual differenza è $\frac{3}{8}$. *(cioè essa differenza è sempre quanto saria il rotto $\frac{3}{8}$. eccedente il vero gionto al 4. intiero, formando $4\frac{3}{8}$. al primo modo)* onde moltiplicato 3. numeratore, via $\frac{3}{8}$. *(rotto aggiunto al denominatore primiero 8.)* che fà $\frac{9}{8}$. conosciamo questo $\frac{9}{8}$. mancare al 24. accioche la somma $24\frac{9}{8}$. partita per $8\frac{3}{8}$. denominatore ci desse per auuenimento 3. *(restante di 16. à 19.)* cioè conosciamo, che le due moltiplicationi di 4. intiero, via $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. rotto, non arriuano à 3. ma vi manca $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. cioè $\frac{9}{8}$. esimo di $8\frac{3}{8}$. ò vogliamo dire 9. esimo del prodotto di 8. via $8\frac{3}{8}$. al che conosceremo non poter supplire, cioè non arriuare il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. Considerando, che il quadrato del numeratore 3. è 9. & questo 9. è sempre eguale al 9. numeratore, che forma il $\frac{9}{8}$. nel $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$.

(poiche

(poiche ancora in esso il 9. nasce dal moltiplicare 3. numeratore di $\frac{}{8\frac{3}{8}}$*. via il 3. à lui dal supposito eguale, che è numeratore del* $\frac{3}{8}$*. parte dell'*$8\frac{3}{8}$*. denominatore totale del rotto da noi formato)* & il quadrato del denominatore $8\frac{3}{8}$. è il prodotto di $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. però il quadrato d'esso rotto sarà 9. esimo d'$8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. & questo denominatore, cioè $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. è sempre maggiore del denominatore del 9. esimo d'8. via $8\frac{3}{8}$. quale è solo 8. via $8\frac{3}{8}$. *(poiche l'vno* $8\frac{3}{8}$*. è sempre eguale à l'vno* $8\frac{3}{8}$*. ma l'altro* $8\frac{3}{8}$*. è sempre maggiore dell'altro 8.)* Et perche stando fermo il numeratore, quando il denominatore s'accresce, allhora il rotto si viene à sminuire, ne segue, che $\frac{9}{8\frac{3}{8}.\ \text{via}\ 8\frac{3}{8}}$. sia minore, che $\frac{9}{8.\ \text{via}\ 8\frac{3}{8}}$. però minore è il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. che nõ è il $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. quale manca alle due moltiplicationi, ò prodotti già detti, per arriuare à 3. Onde conosciamo, che il quadrato di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. nòn può arriuare à 19. ma vi mãca tanto, quanto è la differẽza di $\frac{9}{8.\ \text{via}\ 8\frac{3}{8}}$. à $\frac{9}{8\frac{3}{8}.\ \text{via}\ 8\frac{3}{8}}$ & questa si troua ponendo per numeratore il prodotto, che nasce à moltiplicare 9. commune numeratore *(quadrato del 3. numeratore del* $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$*.)* via la differenza delli dui denominatori, cioè via la differenza, che è da 8. via $8\frac{3}{8}$. ad $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. ma questa è quanto $\frac{3}{8}$. *(differenza d'8. ad* $8\frac{3}{8}$*. primi numeri, ò vogliamo dire rotto aggiunto all'8. per formare il denominatore)* via $8\frac{3}{8}$. *(denominatore da noi formato)* cioè quanto li $\frac{3}{8}$. d'$8\frac{3}{8}$. che sono $3\frac{9}{64}$. & però il numeratore verrà ad essere 9. via $3\frac{9}{64}$. cioè $28\frac{17}{64}$. Et il denominatore sarà il prodotto, che nasce à moltiplicare i dui denominatori fra loro, cioè 8. via $8\frac{3}{8}$. che è l'vno, via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. che è l'altro. Per trouare dunque il numeratore, bisogna moltiplicare 3. via 3. via $\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. Et per trouare il denominatore, bisogna moltiplicare 8. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. però leuando $8\frac{3}{8}$. da ciascuna parte, il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via $\frac{3}{8}$. Et il denominatore moltiplicando 8. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. Ma moltiplicare per $\frac{3}{8}$. è quanto moltiplicare per 3. & partire per 8. però Il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via 3. & partendo per 8. Et il denominatore si trouarà moltiplicando 8. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. Et volendo nel numeratore leuare il partire per 8. bisogna nel denominatore moltiplicare conuersamente per l'istesso 8. Onde il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via 3. Et il denominatore moltiplicãdo 8. via 8. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. Cioè il numeratore si trouarà cubando il 3. & il denominatore si trouarà moltiplicando il quadrato d'8. via il quadrato d'$8\frac{3}{8}$. cioè 64. via $70\frac{9}{64}$. ò vogliamo dire moltiplicando il prodotto d'8. via $8\frac{3}{8}$. in se stesso, cioè 67. via 67. che fà 4489. però haueremo $\frac{27}{4489}$. Il mancamento dunque *(pigliando la ℞ in questo modo)* si troua ponendo il cubato dell'auanzo sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denominatore, ponendoui quel numero, che nasce à moltiplicare il quadrato del denominatore preso al primo modo, cioè il quadrato del doppio dell'intiero della ℞, via il quadrato del denominatore, secondo questa regola formato, O vogliamo dire *(che resulta l'istesso)* di sotto alla riga per denominatore, ponendoui il quadrato del numero, che nasce à moltiplicare il doppio dell'intiero della ℞, via il denominatore del rotto della ℞, secondo questa regola formato.

Ma se vorremo dar modo di trouare di quanto il quadrato della ℞ trouata sia minore del numero proposto da trouarne la ℞, qual modo sia conforme più che si può al modo, che si tiene formandosi il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intiero *(come se di 19. dicessimo ella essere* $4\frac{3}{9}$*, che per trouare il mancamento si moltiplica la differenza, che è da* $\frac{3}{9}$*. ad 1. intiero, & è* $\frac{6}{9}$*. via esso rotto* $\frac{3}{9}$*. che fà* $\frac{18}{81}$*.)* noi potremo dire. Scritto l'intiero della ℞, & posto l'auãzo sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto il doppio dell'intiero, veggasi, che rotto se ne forma, & l'istesso rotto si giunga al doppio dell'intiero, che il composto sarà il denominatore del rotto, che con l'intiero formarà quãtità, il quadrato della quale sarà poco minore del numero

La ℞ di 19. Saria $4\frac{3}{8}$. propinqua eccedente, Ma giongendo il rotto $\frac{3}{8}$. al denominatore 8. facciamolo essere $8\frac{3}{8}$. che così il rotto d'hora sarà $\frac{\frac{3}{8}}{8\frac{3}{8}}$. cioè $\frac{24}{67}$. Et la ℞ d'hora sarà $4\frac{24}{67}$. propinqua nõ ecced'. Però di 19. la ℞, diciamo essere $4\frac{\frac{3}{8}}{8\frac{3}{8}}$. Trouisi il suo quadrato. Il quadrato dell'intiero è 16. li dui rettangoli, ò prodotti dall'intiero 4. via il rotto, sono $\frac{24}{8\frac{3}{8}}$. cioè non arriuano à 3. che bisognaria fussero $\frac{24\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. però vi manca $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. qual $\frac{9}{8}$. numeratore è 3. volte $\frac{3}{8}$. cioè è il prodotto, che nasce à moltiplicare 3. numeratore del rotto

$8\frac{3}{\frac{3}{8}}$. via $\frac{3}{8}$. parte dell' $8\frac{3}{8}$. aggiunta; però il 9. del $\frac{9}{8}$. è sempre il quadrato del 3 primiero restante della ℞, ò numeratore principale del rotto della ℞; & l'8. del medesmo $\frac{9}{8}$. è sempre quella parte del denominat. che serue in esso per intiero, Et esso $\frac{9}{8\frac{3}{8}}$. è quanto dire 9 *(quadrato di 3 primiero restãte)* da partire per il prodotto d'8. che faria eccedere via $3\frac{3}{8}$. *(di detto 8. maggiore)* denominat. da noi poi formato. Il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. è quadrato di 3. numeratore, ò primiero restante da partire per il prodotto d'$8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. & però l'auuenimento sarà manco, che à partire il medesmo 9. *(quadrato di 3. numeratore, ò primiero restante)* per il prodotto d'8. via $8\frac{3}{8}$. come accade nella quantità, che mostra quello, che manca alli dui rettangoli già detti per arriuare à 3. che per essere 8. manco d'$8\frac{3}{8}$. minore è il prodotto di 8. via $8\frac{3}{8}$. che il prodotto di $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. cioè minore è 67 che $70\frac{9}{64}$. Onde partendo 9 per $70\frac{9}{64}$. ne verrà manco, che à partire 9. istesso per 67. cioè il $70\frac{9}{64}$. entra manco volte nel 9. che non vi entra il 67. *(che quanto più vn numero è grande, tante manco volte entra in vn numero proposto)* & però essendo la quantità, che nasce à partire 9. per $70\frac{9}{64}$. *(& è $\frac{9}{70\frac{9}{64}}$. che mostra il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$.)* minore di quella, che nasce à partire 9. per 67. & è $\frac{9}{67}$. che mostra quello, che manca alli dui rettangoli già detti per arriuare à 3. conosciamo, che più manca alli dui rettangoli, che non è il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. cioè il quadrato d'esso rotto nõ arriua à detto mancamento; però il quadrato della ℞ detta, cioè di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. nõ arriuarà à 19. come si diceua voler mostrare. Anzi vi manca tanto, quãto è da $\frac{9}{70\frac{9}{64}}$. quadrato del rotto à $\frac{9}{67}$. mancamento delli dui rettangoli, qual differenza di $\frac{9}{70\frac{9}{64}}$. à $\frac{9}{67}$. si trouarà moltiplicando $3\frac{9}{64}$. differenza delli denominatori, via 9. numeratore commune, che fà $9\frac{81}{64}$. cioè $10\frac{17}{64}$. per numeratore, & sarà denominatore il prodotto delli dui denominatori $70\frac{9}{64}$. & 67. fra loro, che fà $4690\frac{603}{64}$. però haueremo $\frac{27\frac{8}{64}}{4690\frac{603}{64}}$. cioè $\frac{1809}{300763}$. che schisato per 67. è $\frac{27}{4489}$. che è la differenza cercata, & però è quello, che manca al quadrato di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. per arriuare à 19.

proposto da pigliarne la ℞. Et per trouare in quãto egli è minore senza quadrare la ℞; noi del denominatore formato pigliaremo la istessa parte, che mostra il rotto gionto al doppio dell'intiero, & postolo, ò consideratolo per numeratore sopra ad vna riga, di sotto vi poneremo il denominatore totale, poi con la differenza, che è dal nostro rotto à questo si moltiplichi il nostro rotto, che il prodotto sarà quello, in che il quadrato della ℞ sarà minore del numero proposto da pigliarne la ℞. Onde dicendo in questo modo la radice di 19. essere è ò $4\frac{3}{8}$. ma $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. perche habbiamo all 8. gionto nõ 1. intiero, cioè $\frac{8}{8}$. ma solo $\frac{3}{8}$. non si pigli vna volta il 9. denominatore, formando nuouo numerat. che habbi per denominatore il medesmo 9. & saria $\frac{9}{8}$. da cauarne il $\frac{3}{8}$. che resta $\frac{6}{8}$. & con questo moltiplicare il $\frac{3}{8}$. che faria $\frac{18}{64}$. per il mãcamento; ma perche, dico, all' 8. habbiamo gionto $\frac{3}{8}$. facendolo essere $8\frac{3}{8}$. pigliși li medesmi $\frac{3}{8}$. di q̃sto $8\frac{3}{8}$. che è $3\frac{9}{64}$. ponẽdolo per numeratore, & il denominatore sia il medesmo denominatore $8\frac{3}{8}$. che formarà $\frac{3\frac{9}{64}}{8\frac{3}{8}}$. & di questo si caui il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. che resta $\frac{\frac{9}{64}}{8\frac{3}{8}}$. col quale si moltiplichi il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. che farà $\frac{\frac{27}{64}}{8\frac{3}{8}.\ \text{via}\ 8\frac{3}{8}}$. per il mancamento cercato.

Et perche nel pigliare li $\frac{3}{8}$. d'$8\frac{3}{8}$. delli quali poi s'hà da cauare 3. sappiamo, che quãto all'8. solo, li suoi $\frac{3}{8}$. sono il medesmo 3. che s'hà da cauare, bastarà pigliare li $\frac{3}{8}$. del $\frac{3}{8}$. che vi è oltre all'8. & sono $\frac{9}{64}$. & questa è la differenza, che si cerca; però haueremo da moltiplicarlo per il 3. numeratore, che fà $\frac{27}{64}$ per numeratore, & il denominatore sarà il quadrato d'$8\frac{3}{8}$. che questa è la operatione, che si fà moltiplicando $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. via $\frac{\frac{9}{64}}{8\frac{3}{8}}$. Onde si potria anco dire. Presi li $\frac{3}{8}$. del $\frac{3}{8}$. gionto all'8. cioè moltiplicato in se stesso il $\frac{3}{8}$. gionto, & il prodotto moltiplicato per 3. numeratore. O vogliamo dire moltiplicato il quadrato del $\frac{3}{8}$. aggionto per 3. numeratore, il prodotto si pona sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denominatore vi si pona il

quadrato

quadrato del nostro denominatore $8\frac{1}{8}$. che il rotto così formato sarà il mancamento cercato. Et ben si vede qual si vogli di questi modi di dire, ò operare, hauere la deriuatione dal discorso già fatto di sopra, che perciò non ne dirò altro.

Et perche d'vn rotto, ò quantità posta in forma di rotto, stando fermo il numeratore, quanto più si accresce il denominatore, tanto più piccolo diuenta esso rotto, ne segue, che se nel pigliare la ℞ di 19. al modo detto, che hauerà per intiero 4. & per rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. & questo $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. è sempre minore del douere, ne segue, dico, che se all'8. dell'$8\frac{3}{8}$. giongeremo rotto maggiore di $\frac{3}{8}$. come sariano $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{8}$. ò altro, allhora il denominatore sarà maggiore dell'$8\frac{3}{8}$. & però il rotto, che giongendo all'8. poniamo $\frac{1}{2}$. saria $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. sarà minore di $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. Onde $4\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. ò vogliamo dire $4\frac{6}{17}$. sarà minore di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. Onde il suo quadrato sarà ancora minore del 19. più che non è il quadrato di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. cioè $4\frac{6}{17}$. sarà anco ella ℞ propinqua di 19. non eccedente il vero, ma non così propinqua, quanto era il $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. ò vogliamo dire $4\frac{24}{67}$.

La ℞ di 19. è $4\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. cioè $4\frac{6}{17}$. Hora moltiplicando 3. auanzo, via $\frac{1}{2}$. rotto del denominatore, fà $\frac{3}{2}$. per numeratore, essendo denominatore il totale denominatore $8\frac{1}{2}$. che però significarà $\frac{3}{17}$. dal che si caui il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{2}}$. cioè di $\frac{6}{17}$. che però cauaremo 36. 289. esimi da 3. via 17. cioè da 51. 289. esimi, & resta 15. 289. esimi, cioè $\frac{15}{289}$. che è quanto manca al quadrato di $4\frac{6}{17}$. per arriuare à 19.

Et per vedere quanto manca al quadrato di $4\frac{6}{17}$. ad arriuare al 19. vediamo, che se l'$8\frac{1}{2}$. denominatore fusse 8. ò vogliamo dire il 17. fusse 16. allhora li dui rettangoli, ò moltiplicationi di 4. intiero, via il rotto, produrriano il 3. che mãca fino al 19. ma perche $8\frac{1}{2}$. è $\frac{1}{2}$. più d'8. ouero il 17. è 1. più di 16. vi mancarà 3. volte $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{3}{2}$. esimi d'$8\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire, 3. volte 1. cioè 3. esimi di 17. che sono $\frac{3}{17}$. Vi è mò il quadrato del $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. ò vogliamo dire di $\frac{6}{17}$. da cauare dal $\frac{3}{17}$. qual quadrato è $\frac{36}{289}$. che cauato da $\frac{3}{17}$. cioè da 3, via 17. 51. 289. esimi, resta $\frac{15}{289}$. per quello, che manca al quadrato di $4\frac{6}{17}$. ad arriuare à 19 Ma questo mancamento con Regola vniuersale si può ancora trouare così. Del denominatore totale piglisi la parte mostrata dal rotto accompagnato al doppio dell'intiero, per formare il denominatore totale, & posta sopra ad vna riga per numeratore, di sotto per denominatore vi si pona il denominatore totale, & di quello, che ne nasce, si caui il rotto nostro formato al modo detto, & il restante si moltiplichi via il detto rotto nostro, che il prodotto sarà il mancamento cercato. Però hora all'8. hauendo gionto $\frac{1}{2}$. noi pigliaremo la mità d'$8\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{4}$. formando $\frac{4\frac{1}{4}}{8\frac{1}{2}}$. & di questo cauaremo $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. che resta $\frac{1\frac{1}{4}}{8\frac{1}{2}}$. quale moltiplicaremo per $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. & fà $\frac{3\frac{3}{4}}{72\frac{1}{4}}$. cioè $\frac{15}{289}$. che è il mancamẽto cercato. Potressimo anco dire per Regola generale da trouare il mancamento. Cauisi il rotto nostro dal rotto aggiunto al doppio dell'intiero, & il restante si moltiplichi con il rotto nostro, che il prodotto sarà il mancamento cercato. Onde cauato $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. da $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{6}{17}$. da $\frac{8\frac{1}{2}}{17}$. resta $\frac{2\frac{1}{2}}{17}$. & questo moltiplicato per $\frac{6}{17}$. fà $\frac{15}{289}$. per il mancamento cercato.

Piglisi la ℞ di 108. eccedente, con il modo detto. Ella è $10\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. Che dicendo $10\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. sarà $10\frac{10}{27}$. Per trouare il mancamento si diria, da $\frac{10}{27}$. à $\frac{2}{5}$. rotto aggiunto, vi è $\frac{\frac{4}{5}}{27}$. che moltiplicato via $\frac{10}{27}$. fà $\frac{8}{729}$. che saria il mancamento.

Moltiplichisi $10\frac{10}{27}$. in se stesso $\frac{200}{27}$ $7\frac{11}{27}$ $\frac{100}{729}$.

Fà $107\frac{397}{729}$. però manca in $\frac{332}{729}$. che non si conforma con l'$\frac{8}{729}$. trouato con la regola vniuersale. Et di più vediamo, che esso mancamento è più d'$\frac{1}{4}$. quale $\frac{1}{4}$. è il maggior mancamento, che possa occorrere nella ℞, presa al modo ordinario (*che hora saria* $10\frac{8}{21}$. *& il mancamento saria solo* $\frac{64}{441}$) però la nostra ℞ $10\frac{10}{27}$. saria mãco propinqua della ordinaria $10\frac{8}{21}$. onde haueressimo fatto cõtro al nostro intẽto, che è di hauere ℞ più propinqua dell'ordinaria. Quì dunque notisi, che ponendo la ℞ di 108. essere $10\frac{8}{20}$. & poi gionto il medesmo $\frac{8}{20}$. al 20.

che fà

Di 19. la ℞ non eccedente sia $4\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. cioè $4\frac{9}{26}$. $4\frac{9}{26}$. via $4\frac{9}{26}$.

$$\overset{16}{2}\,\frac{20}{26}.\ \&\ \frac{3\frac{3}{26}}{26}$$

fà $18\frac{23\frac{3}{26}}{26}$. mãca in $\frac{2\frac{3}{26}}{26}$. cioè ĩ $\frac{75}{676}$

Per trouare il mancamento.

A moltiplicare 3. via $\frac{2}{3}$. fà 2. che è esimo d'$8\frac{2}{3}$. però significa $\frac{6}{26}$. Il quadrato di $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. cioè di $\frac{9}{26}$. è $\frac{81}{676}$. da cauare da $\frac{6}{26}$. cioè da *(6. via 26.)* 156.679. esimi, & resta $\frac{75}{676}$. che è il mancamento cercato.

Ouero.

Li $\frac{2}{3}$. d'$8\frac{2}{3}$. denominatore sono $\frac{17\frac{1}{3}}{3}$. p numeratore, essendo denominatore il denominatore totale, però si hauerà $\frac{5\frac{7}{9}}{8\frac{2}{3}}$. Cauisene il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. che resta $\frac{2\frac{7}{9}}{8\frac{2}{3}}$. da moltiplicare via il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. & se ne produce $\frac{8\frac{1}{3}}{8\frac{2}{3}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{8\frac{1}{3}}{676\frac{}{9}}$. cioè $\frac{75}{676}$. che è il mancamento.

Ouero.

Cauisi il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. da $\frac{2}{3}$. rotto aggiunto, cioè da $\frac{5\frac{7}{9}}{8\frac{2}{3}}$. che resta $\frac{2\frac{7}{9}}{8\frac{2}{3}}$. & questo si moltiplichi con il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. & produce $\frac{8\frac{1}{3}}{676\frac{}{9}}$ cioè $\frac{75}{676}$. che è il mancamento.

Piglisi la ℞ scarsa di 110. con il modo vltimamente mostrato. Ella è $10\frac{10}{20\frac{1}{2}}$. cioè $10\frac{20}{41}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{20}{41}$. ad $\frac{1}{2}$. aggiunto, vi è di differenza $\frac{\frac{1}{2}}{41}$. che moltiplicato via $\frac{20}{41}$. fà $\frac{10}{1681}$. che è il mancamento.

Ouero. Hora, che la ℞ $10\frac{10}{20\frac{1}{2}}$. è trouata con il modo mostrato, cioè giongendo al 20. denominatore eccedẽte $\frac{1}{2}$. rotto mostrato dal $\frac{10}{20}$. che fà $20\frac{1}{2}$. per il denominatore totale. Cubisi il 10. auãzo della ℞, ò numeratore non alterato del nostro rotto, & fà 1000. per numeratore, poi moltiplichisi 20 denominatore eccedente, via $20\frac{1}{2}$. denominatore totale, che fà 410. & questo si moltiplichi in se stesso, che fà 168100. per denominatore, che haueremo $\frac{1000}{168100}$. cioè $\frac{10}{1681}$. per il mancamento cercato.

che fà $20\frac{8}{20}$. ouero $20\frac{2}{5}$. che è il medesimo, per denominatore, & così haueremo $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. che saria la ℞ propinqua del 108; quando si disse, che $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. era $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. poiche $\frac{8}{20}$. è $\frac{2}{5}$. & $\frac{8}{20}$. secondo è similmente $\frac{2}{5}$. però $\frac{2}{2\frac{2}{3}}$. si pose essere quanto $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. ouero quanto $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. in questo è errore, ne è vero, che tanto sia $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. cioè 2. esimo di $5\frac{2}{5}$. cioè 2. da partire per $5\frac{2}{5}$. quanto $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. cioè 8. esimo di $20\frac{2}{5}$. cioè 8. da partire per $20\frac{2}{5}$. *(che partendo 2. per $5\frac{2}{5}$. ne viene $\frac{10}{27}$. & à partire 8. per $20\frac{8}{20}$. ò per $20\frac{2}{5}$. ne viene $\frac{20}{51}$.)* la causa è, che se à 20. si giunge $\frac{2}{5}$. esso $\frac{2}{5}$. viene ad essere $\frac{1}{50}$. di 20. però quello, che era 50. douenta 51. Ma se à qual si vogli altro numero si giunge il medesmo $\frac{2}{5}$. non se gli viene à giungere il suo $\frac{1}{50}$. perche solo di 20. è $\frac{2}{5}$. l'$\frac{1}{50}$. però non si viene con la istessa aggiunta à mantenere in diuersi numeri la istessa proportione d'augumento; onde bisogna auuertire bene à ciò, & però non occorre, ò vogliamo dire, anzi nõ s'hà da mouere il primo rotto fatto dall'auãzo, & dal doppio dell'intiero della ℞ dal suo essere, per non variare la quantità del suo denominatore, ò doppio dell'intiero. Et che $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. non sia l'istesso, che $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. lo conosceremo benissimo schisando esso $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. per 4. cioè partendo così il denominatore, come il numeratore per 4. che il 4. in 8. entra 2. volte, cioè à partire 8. per 4. ne viene 2. per numeratore, & à partire $20\frac{8}{20}$. per 4. ne viene $5\frac{2}{20}$. cioè $5\frac{1}{10}$. per denominatore; onde haueremo $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. & questo è quanto $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. però diressimo la ℞ propinqua non eccedente di 108. essere $10\frac{2}{5\frac{1}{10}}$, che così questo, come $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. significa $10\frac{20}{51}$. Et notisi, che se dicessimo la ℞ di 108. essere $10\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. perche il 2. numeratore non è il vero auanzo 8. come ne il 5. intiero del denominatore non è il doppio di 10. intiero della ℞, ne anco il $\frac{2}{5}$. rotto del denominatore non è quel rotto, che saria quando il 2. numeratore di detto $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. fusse il vero auãzo 8; & però non potiamo dire il nostro rotto essere $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. cioè significare $\frac{10}{27}$. & perciò la ℞ di

Moltiplichisi $10\frac{20}{41}$

via $10\frac{20}{41}$

400

100

$9\frac{31}{41}$ $\frac{400}{1681}$

1271

fà $109\frac{1671}{1681}$. che manca in $\frac{10}{1681}$. come si troua ancora con la regola vniuersale.

108. essere $10\frac{10}{27}$. ma perche il 2. numeratore è alterato, douendo essere 8. vediamo, che esso 2. è la quarta parte dell'8. però il $5\frac{2}{5}$. anco egli similmente *(essendo schisato l'8. numeratore primiero, & consequentemente il denominatore per 4.)* è la quarta parte del denominatore primiero, del quale ci habbiamo da seruire, però moltiplicando $5\frac{2}{5}$. per 4. che fà $20\frac{8}{5}$. questo saria il denominatore primiero, però il total rotto saria $\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. per ilche non $\frac{8}{20}$. ma $\frac{8}{5}$. molto maggiore, haueressimo gionto al 20. denominatore, ò doppio dell'intiero 10. onde molto minore saria l'$\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. che l'$\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. *(che quello significaria $\frac{40}{108}$. cioè $\frac{10}{27}$. & questo $\frac{160}{408}$. cioè $\frac{20}{51}$.)* & però minore saria il quadrato di $10\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. cioè $10\frac{10}{27}$. *(& è $107\frac{397}{729}$. che al 108. li mãca $\frac{332}{729}$.)* che il quadrato di $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. cioè di $10\frac{20}{51}$. *(& è $107\frac{2593}{2601}$. che al 108. li manca $\frac{8}{2601}$.)*

Et notisi, che quello, in che il quadrato di $10\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. è minore del 108. si può pur trouare con la

Pigliando la ℞ di 108. con il modo vltimamente mostrato, ella sarà veramente $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. cioè $10\frac{40}{102}$. cioè $10\frac{20}{51}$. Per trouare il mancamento; Da $\frac{20}{51}$. à $\frac{2}{5}$. aggiunto, vi è $\frac{2}{255}$. che moltiplicato con $\frac{20}{51}$. fà $\frac{40}{13005}$. cioè $\frac{8}{2601}$. che è il mancamento. Ouero. Cubisi l'8. numeratore non alterato, ò auanzo dell'intiero della ℞, & fà 512. per numeratore, poi moltiplichisi 20. denominatore eccedente per $20\frac{2}{5}$. denominatore totale, che fà 408. & questo si moltiplichi in se stesso, che fà 166464. per denominat. & così haueremo $\frac{512}{166464}$. cioè $\frac{64}{20808}$. cioè $\frac{8}{2601}$. che è il mancamento cercato.

Quadrisi $10\frac{20}{51}$

400

100

$7\frac{43}{51}$ $\frac{400}{2605}$

2193

fà $107\frac{2593}{2601}$. che manca in $\frac{8}{2601}$.

regola vniuersale, che sempre serue, giongasi quello, che si vogli al denominatore intiero doppio della ℞ trouata; onde per vsarla, hora che l'aggiunto è $\frac{8}{5}$. diremo da $\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. cioè da $\frac{10}{27}$. rotto totale ad $\frac{8}{5}$. aggiunto, resta $\frac{166}{135}$. & questo moltiplicato via $\frac{10}{27}$. rotto totale, fà $\frac{332}{729}$. che è quello, in che il quadrato di $10\frac{10}{27}$. è minore del 108. proposto.

Notisi ancora, che nel dire la ℞ di 108. essere 10. & $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. noi potiamo bene schisare il rotto $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. ma si deue schisare al modo ordinario, cioè partendo il numeratore 8. & ancora il denominatore $20\frac{8}{20}$. per vn medesmo numero; che se hora schisaremo per 4. il 4. in 8. numeratore entra 2. volte per nuouo numeratore, & il medesmo 4. nel 20. & $\frac{8}{20}$. denominatore entra volte 5. & $\frac{2}{20}$. per nuouo denominatore, onde il nuouo rotto sarà $\frac{2}{5\frac{2}{20}}$. che si potrà dire essere $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. poiche tanto è $5\frac{1}{10}$. quanto $5\frac{2}{20}$. Et hora facilmente ancora conosciamo, che nel dire la ℞ di 108. essere 10. & $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. non può essere, che il rotto $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. si riduca à $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. perche se partiremo il $20\frac{8}{20}$. ò vogliamo dire il $20\frac{2}{5}$. denominatore *(che è il medesmo)* per 4. come si è partito l'8. numeratore *(essendone venuto 2. numeratore nuouo)* ne verrà $5\frac{2}{20}$. ò vogliamo dire $5\frac{1}{10}$. & non $5\frac{2}{5}$. però à $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. & non à $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. si ridurrà l'$\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. Che schisando, ò partendo l'8. numeratore per 4. che ne viene 2. numeratore nuouo, non si può poi, quanto al denominatore $20\frac{2}{5}$. schisare solo il 20. sua parte, che ne viene 5. & accompagnarli l'altra parte $\frac{2}{5}$. non schisata, che faria $5\frac{2}{5}$. & dire, che il denominatore nuouo sia $5\frac{2}{5}$. & però il rotto nuouo essere $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. ma bisogna partire il totale denominatore $20\frac{2}{5}$. per il 4. detto, con che s'è partito

l'8. nu-

l'8. numeratore, & così l'auuenimento $5\frac{1}{10}$. sarà il vero auuenimento, ò denominatore nuouo, formando $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. per nuouo rotto eguale all'$\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. Et se vorremo ancora schisare questo nuouo $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. per 2. partendo con esso 2. il 2. numeratore, ne verrà 1. per nuouo numeratore, & partendo medesmamente con l'istesso 2. il $5\frac{1}{10}$. denominatore, ne verrà $2\frac{11}{20}$. per nuouo denominatore, & il rotto nuouo sarà $\frac{1}{2\frac{11}{20}}$. che è quanto $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. & quanto $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. Et se hauessimo schisato per 8. l'$\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. l'haueressimo ridutto con questa sola schisatione all'$\frac{1}{2\frac{11}{20}}$. che l'8. in 8 numeratore entra 1. volta per nuouo numeratore, & l'8. in $20\frac{2}{5}$. entra volte $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{20}$. cioè volte $2\frac{11}{20}$. per nuouo denominatore. Et perche $\frac{1}{2\frac{11}{20}}$. è ò vogliamo dire significa $\frac{20}{51}$. *(che nasce à moltiplicare così il numeratore 1. come il denominatore $2\frac{11}{20}$. per 20. denominatore dell' $\frac{11}{20}$. rotto del $2\frac{11}{20}$.)* sappiamo similmente $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. essere $\frac{20}{51}$. Et ben vediamo, che $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. è $\frac{40}{102}$. & però si riduce à $\frac{20}{51}$. Et se volessimo trouar caso doue secondo la regola conuenisse totalmente per rotto il $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. sappiasi, che bisogna, che il 2. numeratore del $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. sia il vero auãzo, & che il 5. intiero del denominatore sia il vero doppio dell' intiero della ℞ *(intendendosi però sempre in queste occorrenze per intiero, ò seruendo per intiero quella prima quantità, che si troua, alla quale poi s'accompagna la seconda come rotto)* onde preso la mità del 5. che è $2\frac{1}{2}$. questo sarà la prima quantità della ℞ presa per intiero; Il suo quadrato è $6\frac{1}{4}$. che giontoli il 2. che deue essere il vero restante fà $8\frac{1}{4}$. & questa è la quãtità, della quale presa la ℞ propinqua, secondo la regola, potremo dire ella essere $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{10}{27}$. cioè $2\frac{47}{54}$. che al suo quadrato manca per arriuare al vero $8\frac{1}{4}$. solo $\frac{8}{729}$. qual mancamẽto per trouarlo secondo la regola vniuersale potremo dire, da $\frac{10}{27}$. rotto totale à $\frac{2}{5}$. aggiunto al denominatore, vi è $\frac{\frac{4}{5}}{27}$. che moltiplicato con $\frac{10}{27}$. rotto totale, fà $\frac{8}{729}$. per il mancamento detto.

La ℞ scarsa d'$8\frac{1}{4}$. saria $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{10}{27}$. cioè $2\frac{47}{54}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{10}{27}$. à $\frac{2}{5}$. aggiunto vi è $\frac{\frac{4}{5}}{27}$. che moltiplicato con $\frac{10}{27}$. fà $\frac{8}{729}$. che è il mancamento. Ouero. Il cubato di 2. auanzo della prima parte della ℞, qual cubato è 8. si pona sopra vna riga per numeratore, poi si moltiplichi 5. denominatore eccedente, via $5\frac{2}{5}$. denominatore totale, che fà 27. & il quadrato di questo, che è 729. si pona sotto alla riga per denominatore, che haueremo $\frac{8}{729}$. per il mancam. cercato.

Quadrisi $2\frac{47}{54}$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \hline 188 \end{array}$$

$$4 \qquad 3\frac{26}{54} \qquad \frac{2209}{2916}$$

$$\begin{array}{r} 1404 \\ \hline 3613 \end{array}$$

fà $8\frac{697}{2916}$. però ad $8\frac{1}{4}$. cioè ad $8\frac{729}{2916}$. manca $\frac{32}{2916}$. cioè $\frac{8}{729}$.

Di $8\frac{1}{4}$. la ℞ scarsa sarà 2. & $\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{4}{4}\frac{1}{4}}$. cioè 2. & $\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{17}{16}}$. cioè $2\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{16}}$. cioè $2\frac{68}{81}$.

Da $\frac{68}{81}$. à $\frac{17}{16}$. vi è $\frac{289}{1296}$. che moltiplicato via $\frac{68}{81}$. fà $\frac{4913}{26244}$. che è il mancamento.

$$\begin{array}{r} 1377 \\ 1088 \\ \hline 289 \\ \hline 1296 \\ 324 \end{array} \quad . \text{ via } \frac{\overset{17}{68}}{81} . \text{ fà } \frac{4913}{26244}.$$

Quadrisi $2\frac{68}{81}$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \hline 272 \end{array}$$

$$4 \qquad 3\frac{29}{81} \qquad \frac{4624}{6561}$$

$$\begin{array}{r} 2349 \\ \hline 6973 \\ 1640 \end{array}$$

fà $8\frac{412}{6561}$ che è $\frac{1228\frac{1}{4}}{6561}$ cioè $\frac{4913}{26244}$. mãco d'$8\frac{1}{4}$.

Ma proponendosi $8\frac{1}{4}$. da pigliarne la ℞, noi ponendo la prima parte essere numero intiero veramente, cioè 2. l'auanzo saria $4\frac{1}{4}$. per numeratore, essendo per denominatore 4. doppio dell'intiero, & haueremo $\frac{4\frac{1}{4}}{4}$. qual quãtità *(senza mouerla però)* conosciamo, che significa $\frac{17}{16}$. & questo gionto al 4.

Ouero. Il numeratore $4\frac{1}{4}$. Cubisi, che fà $\frac{289}{16}$. via $4\frac{1}{4}$. cioè $\frac{4913}{64}$. per numeratore. Il denominatore eccedente 4. via $4\frac{17}{16}$. denominatore totale, fà $20\frac{1}{4}$. il suo quadrato è $410\frac{1}{16}$. per denominatore, però il rotto, che mostra il mancamẽto sarà $\frac{\frac{4913}{64}}{410\frac{1}{16}}$. che moltiplicato così il denominatore, come il numeratore per 64. si riduce à $\frac{4913}{26244}$.

Di $8\frac{1}{4}$. la ℞ scarsa sia $2\frac{3}{4}$. & $\frac{\frac{1}{16}}{5\frac{1}{2}.\ \&\ \frac{1}{8}}$. cioè $2\frac{3}{4}$. & $\frac{\frac{1}{16}}{5\frac{1}{8}}$. cioè $2\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{90}$. che è $2\frac{157}{180}$.

Operatione per trouare il mancamento.

$\frac{\frac{1}{16}}{5\frac{1}{2}.\ \&\ \frac{1}{8}}$

121. via 11. fà 1331.
256. via 16. fà 4096.
$5\frac{1}{2}$. via $5\frac{5}{8}$. cioè 11. via $2\frac{13}{16}$. fà $22\frac{144}{16}$. cioè $30\frac{15}{16}$.
Et $30\frac{15}{16}$. via $30\frac{15}{16}$. fà $957\frac{33}{256}$. però il mancamẽto sarà

$900\frac{225}{257}$
$56\frac{4}{6}$
$957\frac{33}{256}$

$\frac{\frac{1330}{2096}}{957\frac{33}{256}}$

cioè $\frac{1331}{3920400}$. cioè $\frac{121}{356400}$. che è $\frac{11}{32400}$.

	957
	245025
	16
	3920400

Quadrisi $2\frac{157}{180}$

628
$3\frac{88}{180}$
15840
24649
40489
fà $8\frac{8089}{32400}$. che ad $8\frac{1}{4}$. manca $\frac{11}{32400}$.

Ouero.

Da $\frac{1}{90}$. rotto totale, ad $\frac{1}{8}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{1}{360}$. che moltiplicato via $\frac{1}{90}$. rotto totale, fà $\frac{1}{32400}$. che è il mancamento cercato.

to al 4. denominatore, fà $4\frac{17}{16}$. & il rotto totale sarà $\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{17}{16}}$. che con il 2. intiero, fà $2\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{17}{19}}$. che saria la ℞ propinqua non eccedente, & *(moltiplicãdo così il numeratore, come il denominat. del rotto per 16.)* significaria $2\frac{68}{81}$. il quadrato del quale manca per arriuare all'$8\frac{1}{4}$. i $\frac{4}{26}$ $\frac{93}{244}$. come anco si trouaria con la regola vniuersale, moltiplicãdo $\frac{12}{896}$. in che il rotto totale $\frac{68}{81}$. è minore del $\frac{17}{16}$. aggiũto al denominatore primiero, via esso $\frac{68}{8}$. rotto totale, che pure se ne produce $\frac{4913}{26244}$. quale $\frac{4913}{26244}$. potiamo anco dire essere il cubato del $4\frac{1}{4}$. auanzo, partito per il prodotto del quadrato di 4. via il quadrato di $5\frac{1}{16}$. ò vogliamo dire partito per il quadrato del prodotto di 4 via $5\frac{1}{16}$.

Et così conosciamo, che è più propinqua ℞ $2\frac{1}{2}$. & $\frac{10}{27}$. cioè $2\frac{47}{54}$. che non è $2\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{17}{16}}$. cioè $2\frac{68}{81}$. *(che è ben più* $\frac{47}{54}$. *cioè* $\frac{3807}{54.\ via\ 81}$. *che non è* $\frac{68}{81}$. *cioè* $\frac{3672}{54.\ via\ 81}$.*)* perche quanto minore è il rotto della ℞, tanto minore è il mancamento, & quanto minore è l'auanzo numeratore, tanto minore è esso rotto, poiche anco di più sminuendosi l'auanzo, si viene ad accrescere la prima parte della ℞, che si piglia per intiero, & però anco si viene ad accrescere il suo doppio, che è denominatore del rotto, dal che conosciamo, che quanto maggiore facciamo la prima parte, tanto minore poi viene ad essere l'auanzo, & consequentemente il rotto, & consequentemente il mancamento del quadrato della ℞ al numero proposto, qual mancamento nasce per causa d'esso auanzo, ò rotto; poiche esso mancamento si troua, partendo il cubato del numeratore del detto rotto per il quadrato del prodotto del doppio della prima parte della ℞ *(& chiamiamolo D,)* via il denominatore totale d'esso rotto *(& chiamiamolo T, che il prodotto loro si chiamarà P, & il quadrato d'esso chiamaremo Q,)* & però quanto minore sarà l'auanzo, ò numeratore del nostro rotto, tanto più piccolo sarà il suo cubato, & allhora tanto maggiore sarà il quadrato del prodotto P, poiche allhora tanto maggiori saranno li dui producenti D, & T, & consequentemente tanto minore sarà l'auuenimento, ò il rotto, che nascerà à partire il cubato detto per il quadrato Q. quale auuenimẽto, ò rotto, nelle radici in questo modo trouate è sempre quello, che manca al quadrato d'esse radici, per arriuare al numero proposto da trouarne la ℞. Onde nel pigliare la ℞ d'$8\frac{1}{4}$. se accostandoci più dicessimo la prima parte essere $2\frac{3}{4}$, ouero $2\frac{5}{6}$. con il $2\frac{3}{4}$. trouaressimo ℞ più propinqua, che saria $2\frac{3}{4}$. $\frac{\frac{1}{16}}{5\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}}$. cioè $2\frac{3}{4}$. $\frac{\frac{1}{16}}{5\frac{5}{8}}$. cioè $2\frac{3}{4}$. $\frac{1}{90}$. che è $\frac{157}{180}$[sic]. il quadrato di che è $8\frac{8089}{32400}$. quale manca di $\frac{11}{32400}$. per arriuare all'$8\frac{1}{4}$. Et con il $2\frac{5}{6}$. maggiore, trouaressimo ℞ ancor più propinqua, che non

è detto

è detto $2\frac{157}{4810}$. qual ℞ saria $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{1}{3}.\&}$.cioè $2\frac{5}{6}$.& $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{12}{17}}$.cioè $2\frac{5}{6}$.& $\frac{34}{873}$.che è $2\frac{1523}{1746}$. il quadrato della quale è solo $\frac{8}{762129}$. minore dell'$8\frac{1}{4}$.

Di $8\frac{1}{4}$. la ℞ scarsa sia $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{2}{51}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{12}{17}}$.cioè $2\frac{5}{6}$.& $\frac{34}{873}$.che è $2\frac{1523}{1746}$. Per trouare il mancamento, diremo da $\frac{34}{873}$. rotto totale à $\frac{2}{51}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{4}{14841}$. che moltiplicato via $\frac{34}{873}$. rotto totale, fà $\frac{8}{762129}$.per il mãcam. cercato. Ouero.

$\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{2}{51}}$ Il cubato è $\frac{8}{729}$. che è numeratore. $5\frac{2}{3}$.via $5\frac{12}{17}$.fà $32\frac{1}{3}$.che moltiplicato in se stesso, fà $1045\frac{4}{9}$. che è denominatore, però il rotto del mancamento sarà $\frac{\frac{8}{729}}{1045\frac{4}{9}}$.cioè $\frac{8}{9409}$.via 81: cioè $\frac{8}{84681.\text{via }9}$. cioè $\frac{8}{762129}$.

Quadrisi $2\frac{1523}{1746}$

5015
5015
25150225.
3048516
762097
fà $8\frac{762097}{3048516}$
762129

che è $\frac{32}{3048516}$. cioè $\frac{8}{762129}$. mãco d'$8\frac{1}{4}$.

Di $8\frac{1}{4}$.la ℞ scarsa sia $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{1}{18}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{13}{18}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{4}{103}$. che è $2\frac{539}{618}$. Per trouare il mãcam. Da $\frac{4}{103}$. rotto totale ad $\frac{1}{18}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{31}{1854}$. che moltiplicato via $\frac{4}{103}$. rotto totale, fà $\frac{124}{190962}$. cioè $\frac{62}{95481}$. & questo è il mancamento.

Quadrisi $2\frac{539}{618}$

2156
$3\frac{302}{618}$
186636
290521
477157
95233
fà $7\frac{381924}{95482}$
248

cioè $\frac{62}{95481}$. manco d'$8\frac{1}{4}$.

Et se per maggior facilità, nel pigliare la ℞ d'$8\frac{1}{4}$. diremo la prima parte essere $2\frac{5}{6}$. & il primo rotto $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}}$ noi al denominatore di questo, cioè al $5\frac{2}{3}$. non giongeremo il medesmo rotto, ma vn rotto facile, à nostro beneplacito, vicino al valor d'esso, ma che però non sia minore di lui, poniamo $\frac{1}{18}$. formando $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{1}{18}}$. pure haueremo ℞ propinqua d'$8\frac{1}{4}$. non eccedente il vero; ma non sarà così propinqua quanto saria stata giongendo solo esso $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{2}{51}$. à detto $5\frac{2}{3}$. poiche essendo l'$\frac{1}{18}$. *(tolto à beneplacito facilmente)* maggiore, che non saria $\frac{2}{51}$. maggiore sarà $5\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{18}$. denominatore, che non saria $5\frac{2}{3}$. & $\frac{2}{51}$. però così il rotto della ℞, & consequentemente la totale ℞ sarà minore giongendo l'$\frac{1}{18}$. che giongendo il $\frac{2}{51}$. perilche il suo quadrato sarà similmente minore, che non saria.

Di 98. la ℞ scarsa ordinaria saria $9\frac{17}{19}$. che è scarsa nel prodotto di $\frac{2}{19}$. via $\frac{17}{19}$. cioè in $\frac{34}{361}$. Ma con il modo vltimamente mostrato dicendosi di 98. la ℞ scarsa essere $9\frac{17}{18.\&\frac{17}{18}}$. cioè $9\frac{306}{341}$. la scarsezza sarà $\frac{4913}{116281}$.

$\frac{17}{18.\&\frac{17}{18}}$ 289. 4913. numeratore. 18. via $18\frac{17}{18}$. fà 341. & il quadrato di questo è 116281. per denominatore, però il mancamento sarà $\frac{4913}{116281}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{306}{341}$. rotto totale à $\frac{17}{18}$. giunto al primo denominatore, vi è $\frac{16\frac{1}{18}}{341}$. & questo moltiplicato via $\frac{306}{341}$. rotto totale, fà $\frac{4913}{116281}$. che è il mancamento.

Ouero.

da $\frac{306}{341}$. à $\frac{17}{18}$

$18\frac{17}{18}$
$\frac{17}{16\frac{1}{18}}$
306
$\frac{322\frac{1}{18}}{341}$. è il $\frac{17}{18}$.

Quadrisi $9\frac{306}{341}$

5508
$16\frac{52}{341}$
17732
93636
fà $97\frac{111368}{116281}$

manca in $\frac{4913}{116281}$

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{1}{4}$. & $\frac{12-\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}.\&\frac{199}{296}}$. cioè & $\frac{12-\frac{7}{16}}{19\frac{51}{296}}$

cioè la ℞ sia $9\frac{1}{4}$. & $\frac{7363}{11350}$

592	592
$19\frac{51}{296}$	$12-\frac{7}{16}$

$2837\frac{1}{2}$

102

numeratore $10200\frac{1}{2}$ | 37

11248 | 259

che è $9\frac{20401}{22700}$ | 11350. denom. | 7104

7363. numerat.

Operatione per trouare il mancamento.

$\frac{12-\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}.\&\frac{199}{296}}$ | $\frac{199}{16}$

199
199
39601
199
356409
752419
7880599

Quadrisi $9\frac{20401}{22700}$
367218
16
4018
22700
4086C0
90800
20401
81604
40802
$97\frac{507409401}{515290000}$
è il suo [illegible] mãca
in $\frac{7880599}{515290000}$

Il cubato del numerat. è $\frac{7880599}{4096}$. p numerat.

quale moltiplicato per 4096. fà 7880599. per numeratore.

$18\frac{1}{2}$. via $19\frac{51}{296}$

$\frac{37}{2}$ | 37
1887
111
$709\frac{}{296}$
fà $354\frac{407}{592}$
via $354\frac{407}{592}$
296) 144078
486
2567
1998
222
$486\frac{444}{592}$
262848
165649
427497

$125803\frac{78033}{350464}$
via 4096
312132
7491168
31962316 8
912
420556
700928
503212
12077088
fà $\frac{912}{515290000}$

Ouero per trouare il mancamento.

Da $\frac{7363}{11350}$. à $\frac{199}{296}$

44178 | 10215
66267 | 21565
14726 | 2258650
2179448 | 2179448
6810 | 79202
10215 | 3359600
2270 | 39601
resta | 1679800

fà $\frac{7880599}{515290000}$
che è il mãcam.

$\frac{7363}{11350}$. via $\frac{39601}{1679800}$

118803
1425636
277207
291582163. nu.

83990
50394
184778
1906573 0000. denom. si schifano per 37.
515290000

fà $125803\frac{78033}{350464}$. p denominatore, quale moltiplicato per 4096. fà 515290000. per denominatore, però il mancamento è $\frac{7880599}{515290000}$

7880599
325 | 333
298
221
366

56
195
107
333

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{1}{3}$. & $\frac{10\frac{8}{9}}{18\frac{2}{3}.\ \&\ \frac{9}{1}\frac{8}{6}\frac{8}{8}}$ .cioè $9\frac{1}{3}$. & $\frac{10\frac{8}{9}}{19\frac{1}{4}}$ .cioè $9\frac{1}{3}$. & $\frac{9}{7}\frac{8}{\frac{9}{7}}{4}$

cioè $9\frac{1}{3}$. & $\frac{3}{6}\frac{9}{9}\frac{2}{3}$. cioè $9\frac{1}{3}$. & $\frac{5}{9}\frac{6}{9}$. che è $9\frac{8}{9}\frac{9}{9}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{5}{9}\frac{6}{9}$. rotto totale à $\frac{9}{1}\frac{8}{6}\frac{8}{8}$. cioè à $\frac{7}{1}\frac{}{2}$. rotto aggiunto al denominatore primiero, cioè da $\frac{5}{9}\frac{6}{9}$. à $\frac{5}{9}\frac{7}{9}\frac{3\frac{7}{}}{4}$. vi è $\frac{}{9}\frac{1}{9}\frac{3}{4}$. da moltiplicare via $\frac{5}{9}\frac{6}{9}$. rotto totale, & fà $\frac{9\ 8}{9\ 8\ 9}$. & questo è il mancamento. Ouero.

Quadrisi $9\frac{88}{99}$

$16\frac{2}{11}$

$\frac{7921}{9801}$

891
891

fà $97\frac{9703}{9801}$

mãca $\frac{98}{9801}$

$\frac{18\frac{8}{9}}{18\frac{2}{3}.\ \&\ \frac{7}{2}}$

$18\frac{2}{3}$. via $19\frac{1}{4}$

56   77
3   4

12) 4312

$359\frac{1}{3}$. in se stesso

718

$128821\frac{1}{9}$

$239\frac{1}{3}$

fà $129120\frac{4}{9}$. ch'è il den.

$\frac{9}{}\frac{8}{9}$. via $\frac{9}{}\frac{8}{9}$. via $\frac{9}{}\frac{8}{9}$. è il numeratore.

9604. via 98

134456

941192 .è il numerat. da partire per

729   $\frac{1\ 1\ 6\ 2\ 8\ 4\ 8\ 4}{}$ $\frac{4}{8}$ .denomin.
81   1

941192. num.
235298
33614
4802
686
98

10458756
94128804 denomin.
23532201
3361743
480449
68607
9801

però $\frac{98}{9801}$. è il mancamento.

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{3}{4}\frac{}{}}{19.\ \&\ \frac{3}{7}\frac{1}{6}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{3}{4}}{19\frac{3}{7}\frac{1}{6}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{589}{1475}$

che è $9\frac{2653}{2950}$ Moltiplichisi in se stesso

47754

$16\frac{554}{2950}$

1634300
7038409
8672709

fà $97\frac{8672709}{8702500}$

mãca ī $\frac{29791}{8702500}$

$\frac{737\frac{1}{2}}{1326\frac{1}{2}}$

2653

2950

Operatione per trouare il mancamento.

rotto totale   rotto aggiunto al denom.

da $\frac{589}{1475}$ à $\frac{31}{76}$ 5900

2356   45725   112100

44764

resta $\frac{961}{112100}$. via $\frac{589}{1475}$ .fà $\frac{29791}{8702500}$ .che è il manca

31

5900

13275
7375
8702500

Il medesmo mancamento si trouaria con l'altro modo seruiente alle radici scarse così trouate, cioè Cubando l'auanzo del quadrato della prima parte della ℞, fino al numero proposto, & ponendo esso cubato per numeratore d'vn rotto, il denominatore del quale sia il quadrato del prodotto, che nasce à moltiplicare il denominatore primiero del rotto della ℞, ò vogliamo il doppio della prima parte della ℞, via il denominatore totale del suo rotto, ò seconda parte. Et questo rotto, che formaremo sarà il mancamento, ò scarsezza del quadrato della ℞.

$\frac{7\frac{3}{4}}{19.\ \&\ \frac{3}{7}\frac{1}{6}}$ $\frac{4}{1}\frac{6}{4}\frac{1}{6}$ $\frac{2\ 9\ 7\ 9}{}\frac{1}{6\ 4}$. numerat.

19. via $19\frac{3}{7}\frac{1}{6}$

fà $368\frac{3}{4}$. che quadrato $\frac{1475}{4}$

fà $\frac{2175625}{16}$. per denominat. $\frac{2175625}{16}$

questo denominatore, & anco il numeratore moltiplicati per 64. si riducono à $\frac{2\ 9\ 7\ 9\ 1}{8\ 7\ 0\ 2\ 5\ 0\ 0}$. che è il mancamento.

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{2}{3}$. & $\frac{4\frac{8}{9}}{19\frac{1}{3}}$. & $\frac{4}{1}\frac{1}{7}\frac{1}{4}$. cioè $9\frac{2}{3}$. & $\frac{4\frac{5}{9}}{19\frac{3}{5}\frac{3}{8}}$.
cioè $9\frac{2}{3}$. & $\frac{41}{171}\frac{2\ 9\ 7}{5\ 8}$. cioè $9\frac{2}{3}$. & $\frac{2\ 3\ 7\ 8}{1\ 0\ 2\ 1\ 5}$. cioè $9\frac{0\ 9\ 1\ 8\ 8}{1\ 0\ 2\ 1\ 5}$.
3405

Per trouare il mancamento.

rotto totale rotto aggiunto al den.

da $\frac{2378}{10215}$. à $\frac{41}{174}$

40860
173655
1777410

9512 418815
40426 413772
413772

resta $\frac{5043}{1777410}$. via $\frac{2378}{10215}$

2666115 7134
355482 9512
177741 11890

den. 18156243150 11992254. num.

29) 30260405 25 1998709
104346225 68921

pò il mancam. sarà $\frac{68921}{104346225}$

Quadrisi $9\frac{9188}{10215}$

165384
$16\frac{1944}{10215}$
29160
3888
1944
73504
82692
165384
fà $97\frac{104277304}{104346225}$
68921
mãca i $\frac{}{104346225}$

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{5}{6}$. & $\frac{1\frac{1}{3}\frac{1}{6}}{19\frac{2}{3}}$. & $\frac{4\ 7}{1\ 0\ 8}$. cioè $9\frac{5}{6}$. & $\frac{1\frac{1}{3}\frac{1}{6}}{19\frac{1}{2}\frac{7}{3}\frac{3}{6}}$.

cioè $9\frac{5}{6}$. & $\frac{2773}{41913}$

16638
209565
226203

che è $9\frac{75401}{83826}$. Trouisi il suo quad.

1357210
$16\frac{16002}{83826}$
167652

1341216
75401
301604
5655075

83826
83826
502956
167652
670608
251478
670608
7026798276

fà $97\frac{7026694453}{7026798276}$. che è manco di 98.

in $\frac{193823}{7026798276}$

47 36
59 59
2773 2124
numerat.

$\frac{2124}{1557}$. prodotto di 173. via 9.

$\frac{40356}{41913}$. denominatore.

Operatione per trouare il mancamento.

da $\frac{2773}{41913}$. à $\frac{47}{708}$

22184 293399
19411 167652
1963294 1969911
335304 1963284
293391 nu. 6627
29674404. denom. 47

resta $\frac{2209}{9891468}$. via $\frac{2773}{41913}$

59) 167652
399
451
384
306
318

2179476
3185388
670608
7026798276. denominatore.

fà $\frac{103823}{7026798276}$

che è il mancamento,

Di 98. sia la ℞ scarsa $9\frac{8}{9}$. & $\frac{1\frac{7}{8}}{19\frac{7}{9}}$. & $\frac{17}{1602}$. cioè $8\frac{8}{9}$. & $\frac{17}{19\frac{263}{1602}}$

cioè $9\frac{8}{9}$. & $\frac{3026}{285309}$ 178 $\frac{17}{179\frac{263}{178}}$

31701
253608

che è $9\frac{256634}{285309}$. Moltiplichisi in se stesso.

4619412
54468
16 285309
2282472
1711854
1141236
15406686
1026536
769902
1539804
1539804
6415850
81401220568

285309
285309
2567781
855927
1426545
2282472
570618
8140 1225481

fà $97\frac{81401220568}{81401225481}$. māca ī $\frac{4913}{81401225481}$

$1539\frac{17}{\frac{263}{178}}$ 687

$63\frac{153}{178}$

1539

17. esimo di $1602\frac{153}{178}$

cioè $\frac{3026}{285309}$ 356 2848 285309

Operatione per trouare il mancamento.

rotto totale rotto aggiunto al denom.

da $\frac{3026}{285309}$. à $\frac{17}{1602}$

12510 $178 - \frac{17}{178}$ 289

12969 $3027\frac{1}{178}$

153 3026

resta $\frac{1\frac{1}{178}}{285309}$. via 3026 178. in 3026

285309 17

1887 1246

3026

4913

fà $\frac{4913}{81401225481}$. che è il mancamento.

Ouero per trouare il mancamento.

Cubisi $\frac{17}{81}$ $\frac{289}{6561}$ $\frac{4913}{531441}$. è il cubato, che è numeratore del rotto del mancamento. Questo numeratore moltiplicato per 531441. fà 4913. per nuouo numeratore, con il quale 531441. medesmo moltiplicaremo il denominatore, & ne nascerà il nuouo denominatore.

59049

$19\frac{7}{9}$. via $19\frac{421}{534}$

178 955

9 $2\frac{995}{4806}$ 178

169990

178 35

1780 25810

$35\frac{1780}{4806}$ 1780

356

fà $391\frac{890}{2403}$. Quadrisi 391

792100 695980

152881 289

5774409 21538

3635739 23140

289 5774409 1513

fà $153170\frac{4427839}{5774409}$. che è den. del rotto del mancam. 2403

4539

36312

3635739

Moltiplichisi $153170\frac{4427839}{5774409}$. partitore. 531441. moltiplicante.

via 531441 5774409 59049

90344970 641601 6561

1594323 71289 729. moltiplicante.

7981615 7921. partitore. 559. via

407511 4427839 407511. prodotto.

1780 fà 81401225481 ne vie. 559 per causa del rotto.

che è il nuouo denomin. però il mancamẽto è 46733

71289

$\frac{4913}{81401225481}$

Di $8\frac{1}{4}$. dicasi la ℞ scarsa essere $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}. \& \frac{1}{20}}$. cioè $2\frac{5}{6}$.& $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{43}{60}}$

che è $2\frac{5}{6}$. & $\frac{13\frac{1}{3}}{343}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{40}{1029}$

$171\frac{1}{2}$
$857\frac{1}{2}$
$897\frac{1}{2}$

che è $2\frac{1795}{2058}$. Quadrisi

5911
5911

34939921. numeratore.
4235364. denominatore.

fà $8\frac{1057009}{4235364}$
1058841

che in $\frac{1832}{4235364}$. cioè in $\frac{458}{1058841}$
manca per arriuare ad $8\frac{1}{4}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{40}{1029}$. rotto totale ad $\frac{1}{20}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{229}{20580}$.che moltiplicato via $\frac{40}{1029}$.rotto totale, fà $\frac{458}{1058841}$. che è quanto manca al quadrato di $2\frac{1795}{2058}$. per arriuare ad $8\frac{1}{4}$.

$\frac{40}{1029}$. via $\frac{229}{20580}$. fà $\frac{458}{1058841}$

2
1029

Et di sopra nel pigliare la ℞ d'$8\frac{1}{4}$. se hauessimo detto ella essere $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}. \& \frac{1}{20}}$. ella saria stata più propinqua, che dicẽdosi essere $2\frac{5}{6}$.& $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\& \frac{1}{18}}$. perche $\frac{1}{20}$. è minore d' $\frac{1}{18}$. & però il totale denominatore $5\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{20}$. saria minore del totale denominatore $5\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{18}$. & però conuersamẽte il rotto $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\& \frac{1}{20}}$. saria maggiore del rotto $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\& \frac{1}{18}}$. onde la totale ℞ $2\frac{1795}{2058}$. saria maggiore della totale ℞ $2\frac{539}{618}$.& però il suo quadrato più s'approssimarà all'$8\frac{1}{4}$. proposto di quello, che facci il quadrato di $2\frac{539}{618}$.

Et notisi, che ancora di sopra quando nel pigliare la ℞ scarsa d'$8\frac{1}{4}$. si disse ella essere 2. & $\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{4}{4}\frac{1}{4}}$. cioè 2. & $\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{16}}$. perche il denominatore $5\frac{1}{16}$. è maggiore di 5. che saria denominatore ordinario, pigliando la ℞ al modo ordinario, cioè giongendo 1. al doppio dell'intiero della ℞ per formare il denominatore del suo rotto, ne segue, che più propinqua ℞ scarsa saria la simplice ordinaria $2\frac{4\frac{1}{4}}{5}$. cioè $2\frac{17}{20}$.che la detta $2\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{16}}$.cioè $2\frac{68}{81}$. pche maggior rotto è $\frac{4\frac{1}{4}}{5}$. cioè $\frac{17}{20}$. che $\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{16}}$. cioè $\frac{68}{81}$. Et il quadrato di $2\frac{17}{20}$. sarà minore dell'$8\frac{1}{4}$. nel solo prodotto di $\frac{17}{20}$. via $\frac{3}{20}$. al solito, qual prodotto è $\frac{51}{400}$. Et questo occorrerà sempre *(cioè la ℞ scarsa presa al modo ordinario semplicemẽte, sarà sempre più propinqua della scarsa presa all'altro modo)* quando l'auãzo del quadrato dell'intiero, ò prima parte della ℞, sino al numero proposto, sia maggiore, che il doppio dell'intiero detto, ò prima parte della ℞. Ma quando l'auanzo del quadrato dell'intiero, ò prima parte della ℞, sino al numero proposto, sia eguale al doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, allhora tanto sarà propinqua la ℞ scarsa presa al modo ordinario semplicemente, quanto la presa all'altro modo; perche l'vna ℞ sarà à punto eguale all'altra. Che nel trouare la ℞ d'8. ella al modo ordinario saria $2\frac{4}{5}$. & all'altro modo saria $2\frac{4}{4.\& \frac{4}{4}}$. cioè $2\frac{4}{5}$. similmente, ciascuna delle quali è scarsa in $\frac{4}{25}$, prodotto di $\frac{4}{5}$. rotto, via $\frac{1}{5}$. differenza d'esso rotto ad 1. intiero. Et se al modo ordinario accrescendo la prima parte della ℞

Di 8. la ℞ sia $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{3}{4}}{6}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{7}{24}$

che è $2\frac{19}{24}$. Quadrisi

$3\frac{4}{24}$
$4\frac{361}{576}$ 96

fà $7\frac{457}{576}$. manca in $\frac{119}{576}$

Di 8. la ℞ sia $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{3}{4}}{5.\& \frac{7}{20}}$

cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{35}{107}$

che è $2\frac{177}{214}$. Quadrisi

708 14124
$3\frac{66}{214}$ $\frac{31329}{45453}$

il ■ è $7\frac{45453}{45796}$.mãca in $\frac{343}{45796}$

Per trouare il mancamento.

da $\frac{35}{107}$. à $\frac{7}{20}$

$5\frac{7}{20}$
$2\frac{9}{20}$

$\frac{35}{107}$. via $\frac{2\frac{9}{20}}{107}$.resta

fà $\frac{85\frac{3}{4}}{11449}$. cioè $\frac{343}{45796}$.che è il mãcam.

 haues-

hauesſimo detto d'8. la ℞ eſſere $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{3}{4}}{6}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{\ 7}{2\ 4}$. che è $2\frac{1}{2}\frac{9}{4}$. Queſta non perciò ſaria più propinqua della ſimplice ordinaria $2\frac{4}{5}$. che haueſſe per prima parte della ℞ il ſolo 2. intiero; anzi ſaria manco propinqua, poiche il rotto $\frac{\ 7}{2\ 4}$. di queſta è manco diſtante dal ſuo cõpagno $\frac{1\ 7}{2\ 4}$. di quello, che ſia il $\frac{4}{5}$. rotto di quella da $\frac{1}{5}$. ſuo compagno *(cioè in parti meno inequali è diuiſa la vnità con li* $\frac{\ 7}{2\ 4}$. *&* $\frac{1\ 7}{2\ 4}$. *che con li* $\frac{4}{5}$. *&* $\frac{1}{5}$.*)* & però maggiore è il prodotto di $\frac{\ 7}{2\ 4}$. via $\frac{1\ 7}{2\ 4}$. cioè $\frac{1\ 1\ 9}{5\ 7\ 6}$. che il prodotto di $\frac{4}{5}$. via $\frac{1}{5}$. cioè di $\frac{\ 4}{2\ 5}$. Ma ſe all'altro modo hauendo detto d'8. la prima parte della ℞ eſſere $2\frac{1}{2}$. ſi diceſſe il rotto eſſere $\frac{1\frac{3}{4}}{5.\ \&\ \frac{\ 7}{2\ 0}}$. queſta ſaria ben più propinqua di qual ſi vogli di quelle; che eſſendo il rotto totale $\frac{\ 3\ 5}{1\ 0\ 7}$. da eſſo al $\frac{\ 7}{2\ 0}$. aggiunto al primo denominatore 5. vi è $\frac{\ \ 4\ 9}{2\ 1\ 4\ 0}$. che moltiplicato via il $\frac{\ 3\ 5}{1\ 0\ 7}$. rotto totale, fà $\frac{\ \ 3\ 4\ 3}{4\ 5\ 7\ 9\ 6}$. che è il mancamento del quadrato di queſta ℞ $2\frac{1}{2}$. & $\frac{\ 3\ 5}{1\ 0\ 7}$. cioè $2\frac{1}{2}\frac{7}{1}\frac{7}{4}$.

Di $41\frac{5}{8}$. ſia la ℞ ſcarſa propinqua $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\frac{3}{7}\frac{7}{2}}{12\frac{2}{3}.\ \&\ \frac{1}{8}}$. cioè $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\ 0\ 9}{9\ 2\ 1}$.

che è $6\frac{416}{921}$. Quadriſi

5942
5942
11884
23768
53478
29710

848241) 35307364 q
41
1377724
il ℞ è $41\frac{529483}{848241}$
$106030\frac{1}{8}$
$530150\frac{5}{8}$
$667\frac{5}{8}$

Et dicendo di $41\frac{5}{8}$. la ℞ eſſere $6\frac{5\frac{5}{8}}{13}$. che è $\frac{\ 4\ 5}{1\ 0\ 4}$.

$\frac{\ 4\ 5}{1\ 0\ 4}$. via $\frac{\ 5\ 9}{1\ 0\ 4}$. fà $\frac{\ 2\ 6\ 5\ 5}{1\ 0\ 8\ 1\ 6}$. che è il manc.

Quadriſi $6\frac{45}{104}$

669
669
10816) 447561
41
14921
il ℞ è $41\frac{4105}{10816}$
1352
6761
mãca in $\frac{2655}{10816}$

Et dicendo di $41\frac{5}{8}$. la ℞ eſſere $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\frac{3}{7}\frac{7}{2}}{13\frac{2}{3}}$. cioè $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\ 0\ 9}{9\ 8\ 4}$. che è $6\frac{4\ 3\ 7}{9\ 8\ 4}$.

Quadriſi $6\frac{437}{984}$

5244
$5\frac{324}{984}$
318816
190969
il ℞ è $41\frac{509785}{968256}$
121032
605160
mãca ĩ $\frac{95375}{968256}$

Ouero. Per trouare il mancamento. Da $\frac{1\ 0\ 9}{9\ 8\ 4}$. rotto totale ad 1. intiero gionto al numero, che ſaria denominatore primiero *(cioè al doppio di* $6\frac{1}{3}$. *prima parte della ℞, che ſaria* $12\frac{2}{3}$. *facendolo eſſere* $13\frac{2}{3}$.*)* vi è $\frac{8\ 7\ 5}{9\ 8\ 4}$. che moltiplicato via $\frac{1\ 0\ 9}{9\ 8\ 4}$. rotto, fà $\frac{\ 9\ 5\ 3\ 7\ 5}{9\ 6\ 8\ 2\ 5\ 6}$. per il mãcamento al $41\frac{5}{8}$. Onde vediamo, che è di molto aiuto all'approſſimarſi, il giongere vn rotto facile nõ minore, cioè eguale *(ſe è commodo)* ò poco maggiore dell' $\frac{1\frac{3}{7}\frac{7}{2}}{12\frac{2}{3}}$. al $12\frac{2}{3}$. denominatore, come s'è fatto di ſopra giongendoli $\frac{1}{8}$. Et notiſi, che al $12\frac{2}{3}$. giongendoli 1. intiero, ſe li viene à giongere $\frac{12\frac{2}{3}}{12\frac{2}{3}}$. quantità, ò rotto, non già poco, ma anzi molto, maggiore dell' $\frac{1\frac{3}{7}\frac{7}{2}}{12\frac{2}{3}}$. perilche anco la ℞, che ne deriua non è tanto propinqua, quanto ſaria giongendoli ſolo vn rotto, che non eccedeſſe di tanto l' $1\frac{3}{7}\frac{7}{2}$. eſimo di $12\frac{2}{3}$.

Ancora ſe pigliando la ℞ propinqua non eccedente di $41\frac{5}{8}$. diremo la prima parte eſſere $6\frac{1}{3}$. che auanzarà $1\frac{3}{7}\frac{7}{4}$. per numeratore, eſſendo denominatore $12\frac{2}{3}$. del qual rotto conoſciamo $\frac{1}{8}$. rotto facile non eſſere minore, eſſo $\frac{1}{8}$. perciò ci potrà ſeruire da giongere al $12\frac{2}{3}$. denominatore, che così la ℞ propinqua ſarà $6\frac{4\ 1\ 0}{9\ 2\ 1}$. il quadrato della quale manca ſolo in $\frac{\ \ \ 5\ 3\ 4\ 1}{6\ 7\ 8\ 5\ 9\ 2\ 8}$. ad arriuare al $41\frac{5}{8}$. Che ſe con il modo ordinario, cioè formãdo il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, diremo ella eſſere $6\frac{5\frac{5}{8}}{13}$. cioè $6\frac{\ 4\ 5}{1\ 0\ 4}$. queſta ſaria manco propinqua, & il ſuo quadrato ſaria $\frac{\ \ 2\ 6\ 5\ 5}{1\ 0\ 8\ 1\ 6}$. manco del $41\frac{5}{8}$.

Ma ſe pure al modo ordinario formando il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, diremo ella eſſere $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\frac{3}{9}\frac{7}{2}}{13\frac{2}{3}}$. cioè $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\ 0\ 9}{9\ 8\ 4}$. cioè $6\frac{4\ 3\ 7}{9\ 8\ 4}$.

$6\frac{437}{984}$. il ſuo quadrato ſarà $41\frac{509785}{968256}$. che fino al $41\frac{5}{8}$. mancarà $\frac{95375}{968256}$. come anco ſi troua eſſo mancamento con la regola vniuerſale di queſto modo di pigliare la ℞, cioè dicendo da $\frac{109}{984}$. rotto, ò ſeconda parte della ℞, ad 1. intiero, che è $\frac{984}{984}$. *(gionto à $12\frac{2}{3}$. doppio del $6\frac{1}{3}$. prima parte, per formarne il $13\frac{2}{3}$. denominatore del rotto, ò ſeconda parte della ℞,)* vi è $\frac{875}{984}$. che moltiplicato via detto $\frac{109}{984}$. rotto, ò ſeconda parte della ℞, fà $\frac{95375}{968256}$. che è quanto manca al quadrato della ℞, per arriuare al $41\frac{5}{8}$. Onde conoſciamo, che è di molto vantaggio per trouare ℞ più proſsima al vero, il giõgere al doppio della prima parte della ℞, non intieramente vn'intiero, ma ſolo vn rotto facile, che non ſia minore, cioè che ſia eguale, ò poco maggiore di quello, che è formato dall'auanzo, & dal doppio di detta prima parte della ℞, & così formarne il vero denominatore propinquo, come ſi è fatto in queſto caſo di ſopra, giongendo $\frac{1}{8}$. al $12\frac{2}{3}$. & facendo eſſere il denominatore $12\frac{19}{24}$. & però il rotto, ò ſeconda parte della ℞ $\frac{1\frac{37}{72}}{12\frac{19}{24}}$. cioè $\frac{109}{921}$. eſſendo la prima parte $6\frac{1}{3}$. & però la ℞ totale $6\frac{416}{921}$.

Et dicẽdo di $41\frac{5}{8}$. la ℞ ſcarſa eſſere $6\frac{5\frac{5}{8}}{12.\&\frac{15}{32}}$

Quadriſi $6\frac{60}{133}$ cioè $6\frac{180}{399}$. cioè $6\frac{60}{133}$

	720
	$5\frac{55}{133}$
	7315
	3600
	10915

il ℞ è $41\frac{10915}{17689}$. pò mãca ĩ $\frac{1125}{141512}$

l'$\frac{1}{8}$. $2211\frac{1}{8}$

li $\frac{5}{8}$. $11055\frac{5}{8}$

manca $140\frac{5}{8}$

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{60}{133}$. rotto totale à $\frac{15}{32}$. rotto aggiunto al primo denomin. vi è $\frac{75}{4256}$. che moltiplicato via $\frac{60}{133}$. fà $\frac{1125}{141512}$. che è il mancamento detto.

Et dicẽdo di $41\frac{5}{8}$. la ℞ ſcarſa eſſere $6\frac{5\frac{5}{8}}{12.\&\frac{1}{2}}$. cioè $6\frac{45}{100}$. che è $6\frac{9}{20}$. il ſuo quadrato ſarà $41\frac{241}{400}$. che per arriuare à $41\frac{5}{8}$. vi manca $\frac{9}{400}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{9}{20}$. rotto totale, ad $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto al primiero denominat. 12. vi è $\frac{1}{20}$. che moltiplicato via $\frac{9}{20}$. rotto totale, fà $\frac{9}{400}$. che è il mãcam.

Et queſto modo è molto facile da vſare non vi occorrendo tanti rotti, come ne gl'altri, ma però è manco propinquo al vero.

Altri eſempij.

Pigliſi la ℞ di 20. Ella è $4\frac{4}{8\frac{1}{2}}$. cioè $4\frac{8}{17}$.

Da $\frac{8}{17}$. rotto totale ad $\frac{1}{2}$. aggiũto all'8. primo denominatore, vi è $\frac{1}{34}$. che moltiplicato via $\frac{8}{17}$. rotto totale, fà $\frac{4}{289}$. per quello, che manca al quadrato di $4\frac{8}{17}$. ad arriuare à 20.

Pigliſi la ℞ di 18. Ella è $4\frac{2}{8\frac{1}{4}}$. cioè $4\frac{8}{33}$.

Quadriſi $4\frac{8}{33}$ — 64, 1023, $\frac{1087}{1089}$; $1\frac{31}{33}$. Il quad. è $17\frac{1087}{1089}$ manca in $\frac{2}{1089}$

Ouero. Cauato $\frac{8}{33}$. rotto totale da $\frac{1}{4}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, reſta $\frac{1}{132}$. che moltiplicato via $\frac{8}{33}$. fà $\frac{2}{1089}$. che è il mancamento.

Pigliſi la ℞ di $130\frac{3}{4}$. Ella è $11\frac{9\frac{3}{4}}{22.\&\frac{1}{2}}$. cioè $11\frac{39}{90}$. che è $11\frac{13}{30}$.

Quadriſi 30) $\frac{286}{9\frac{16}{30}}$ 169, 480, $130\frac{649}{900}$. è il ℞.

225
3
che ſino à $130\frac{675}{900}$ mãca $\frac{26}{900}$. cioè $\frac{13}{450}$

Per trouare il mãcamẽto.

Da $\frac{13}{30}$. rotto totale ad $\frac{1}{2}$. aggiunto al 22. primo denominatore, vi è $\frac{2}{30}$. quale moltiplicato via detto $\frac{13}{30}$. fà $\frac{13}{450}$. che è il mancamento.

Et queſta ℞ $11\frac{9\frac{3}{4}}{22\frac{1}{2}}$. è ancora più propinqua, che ſe laſſando andare il $\frac{3}{4}$. del $130\frac{3}{4}$. & pigliando ſolo il 130. ſi diceſſe la ſua ℞ eſſere $11\frac{9}{22}$. formãdo il denominatore del rotto col ſolo doppio dell'intiero; Cioè laſſando il $\frac{3}{4}$. del $130\frac{3}{4}$. in vece dell'$\frac{81}{4}$. quad. del rotto $\frac{9}{2}$. in che il quad. di $11\frac{9}{22}$. ſuperaria il 130. Però conoſciamo, ch'il pigliare la ℞ ſcarſa nel modo già detto ſuperiore, è bello, & facile.

Et notiſi, che ſe bene s'è dato per regola, che al denominatore primiero ſi gionga rotto, che ſia eguale, ò maggiore *(cioè non minore)* del rotto formato dall'auanzo, & da eſſo primiero denominatore *(cioè dal doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞)* non è perciò, che ſi voglia inferire, che non ſi poſſano trouare delli rotti minori d'eſſo primiero rotto, che gionti à detto primiero denominatore, non faccino ℞ tale, che ſia alquanto minore del douere; ma ſi è data la regola in quel modo, perche giongendoli rotto eguale, ò maggiore del detto rotto primiero, allhora ſiamo ſicuri, che di neceſsità la ℞ così formata ſarà alquanto minore del douere, che quando ſe li gionceſſe rotto minore del primiero, potria bene eſſere, che egli fuſſe tale, che la ℞ fuſſe minore del douere, ma potria anco eſſer tale, che la ℞ ſaria maggiore del douere. Che nel pigliare la ℞ di 18. dicendo ella eſſere $4\frac{2}{8}$. *(maggior del vero)* ſe al denominatore 8. giongeremo ſolo $\frac{49}{200}$. rotto minore del $\frac{2}{8}$. Ouero $\frac{50}{201}$. rotto pur minore del $\frac{2}{8}$. in l'vno, ò in l'altro

modo

modo la ℞ sarà minore del douere, Et si potranno trouare innumerabili rotti minori di $\frac{2}{8}$. *(poiche fra* $\frac{2}{8}$. *&* $\frac{49}{200}$. *ò fra* $\frac{2}{8}$. *&* $\frac{50}{201}$. *si trouano innumerabill rotti)* che gionti all'8. denominatore primiero, formaranno ℞ minore del vero.

Di 18. la ℞ sia $4\frac{2}{8\frac{49}{200}}$. cioè $4\frac{400}{1649}$. il quadrato di 4. intiero con $\frac{3200}{1649}$. doppio di 4. intiero, via $\frac{400}{1649}$. rotto, fà $17\frac{1551}{1649}$. che fino à 18. vi manca $\frac{98}{1649}$. Ma vi è anco il quadrato di $\frac{400}{1649}$. che importa $\frac{160000}{1649}$. 1649. esimi, che nõ arriua à $\frac{98}{1649}$. ma vi manca $\frac{1602}{1649}$. 1649. esimi, cioè $\frac{1602}{2719201}$. Il che anco si troua moltiplicando la differenza, che è da $\frac{400}{1649}$. rotto totale à $\frac{49}{200}$. rotto aggiũto al primiero denominatore, qual differẽza è $\frac{801}{329800}$. via $\frac{400}{1649}$. rotto aggiunto, & fà $\frac{1602}{2719201}$.

160000 / 1649 / 97 / 11590 / 47 — $97\frac{47}{1649}$

40401 / 829 / 48 / 7241 — $48\frac{609}{829}$

Et dicẽdosi di 18. la ℞ essere $4\frac{2}{8\frac{50}{201}}$. cioè $4\frac{402}{1658}$. cioè $4\frac{201}{829}$. Il quadrato di 4. intiero con $\frac{1608}{829}$. doppio di 4. intiero, via $\frac{201}{829}$. rotto, fà $17\frac{779}{829}$. che fino à 18. vi manca $\frac{50}{829}$. Ma vi è anco il quadrato del rotto $\frac{201}{829}$. che importa $\frac{40401}{829}$. 829. esimi, cioè $48\frac{609}{829}$. 829. esimi, il che non arriua à $\frac{50}{829}$. ma vi manca $1\frac{220}{829}$. 829. esimi, cioè $\frac{1049}{829}$. esimi, ch'è $\frac{1049}{687241}$. Questo anco si troua dicendo. Il rotto totale $\frac{201}{829}$. è minore di $\frac{50}{201}$. rotto aggiũto all'8. primiero denomin. in $\frac{1049}{166629}$. quale moltiplicato via $\frac{201}{829}$. rotto totale, fà $\frac{1049}{821.\ \text{via}\ 821}$. Questa ℞ $4\frac{201}{829}$. è più scarsa, che la $4\frac{400}{1649}$. perche $4\frac{201}{829}$. è più piccolo di $4\frac{400}{1649}$. poiche il denominatore $8\frac{50}{201}$. è maggiore, che l'$8\frac{49}{200}$. perche al $\frac{50}{201}$. manca solo $\frac{\frac{1}{4}}{201}$. cioè $\frac{1}{804}$. per arriuare ad $\frac{1}{4}$. ma al $\frac{49}{200}$. manca più, cioè manca $\frac{1}{200}$. per arriuare medesmamente ad $\frac{1}{4}$. onde essendo $8\frac{50}{201}$. denominat. maggiore di $8\frac{49}{200}$. il rotto $\frac{2}{8\frac{50}{201}}$. è perciò minore del rotto $\frac{2}{8\frac{49}{200}}$. *(che quando il numeratore è vn'istesso, chi hà maggior denominatore è minor rotto, come si vede in* $\frac{5}{8}$. *paragonato ad* $\frac{1}{6}$. *ò ad* $\frac{1}{4}$. *&c.)* & consequentemente il quad. di $4\frac{2}{8\frac{50}{201}}$. è minore *(& però più s'allontana dal vero* 18.*)* che nõ fà il quad. di $4\frac{2}{8\frac{49}{200}}$.

Et dicendosi di 18. la ℞ essere $4\frac{4}{8\frac{39}{160}}$. cioè $4\frac{320}{1319}$. Il quadrato di 4. intiero con $\frac{2560}{1319}$. doppio di 4. intiero, via il rotto, fà $17\frac{1241}{1319}$. al che per arriuare à 18. manca $\frac{78}{1319}$. Ma vi è anco il quadrato del $\frac{320}{1319}$. rotto della ℞, quale importa $\frac{102400}{1319}$. 1319. esimi, cioè $77\frac{837}{1319}$. 1319. esimi, il che non arriua à 78. 1319. ma vi manca $\frac{482}{1319}$. 1319. esimi, cioè $\frac{482}{1739761}$.

102400 / 1319 / 77 / 10070 / 837 — $77\frac{837}{1319}$

Ouero da $\frac{320}{1319}$. rotto totale à $\frac{39}{160}$. aggiunto al primiero denominatore, vi è $\frac{241}{160}$. 1319. esimi, che moltiplicato via $\frac{320}{1319}$. rotto totale, fà medesmamente $\frac{482}{1739761}$. che è il mancamento detto.

$\frac{320}{1319}$ $\frac{39}{160}$ — 17147 / 51441 / 51200 / 241 — $\frac{320}{1319}$. via $\frac{241}{160.\ \text{via}\ 1319}$ fà $\frac{482}{1739761}$. che è il mãc.

Et dicendosi di 18. la radice essere $4\frac{2}{8\frac{29}{120}}$. cioè $4\frac{240}{989}$. Il quadrato di 4. con li dui prodotti di 4. & 4. cioè con il prodotto di 8. doppio di 4. via $\frac{240}{989}$. farà $17\frac{931}{989}$. che manca al 18. in $\frac{58}{989}$. ma vi è il quadrato del rotto $\frac{240}{989}$. che è $58\frac{238}{989}$. 989. esimi; però egli arriua, anzi passa, ò supera il $\frac{58}{989}$. detto in $\frac{238}{989.\ \text{via}\ 989}$. di più.

$\frac{240}{989}$ $\frac{39}{120}$ — 28800 28681 — $\frac{119}{118680}$. via $\frac{240}{989}$ fà $\frac{238}{978121}$. di più.

Onde si vede, che il $\frac{29}{120}$. rotto aggiunto all'8. denominatore primiero è troppo, cioè $4\frac{240}{989}$. è più del douere. Il che si conosce anco dal vedere, che $\frac{240}{989}$. rotto totale non si può cauare dal $\frac{29}{120}$. rotto aggiunto all'8. poiche il $\frac{29}{120}$. aggiunto non è maggiore del rotto totale, anzi il rotto totale è maggiore di lui in $\frac{119}{118680}$. & questo moltiplicato via $\frac{240}{989}$. rotto totale, fà $\frac{238}{978121}$. che è quello, in che il quadrato di $4\frac{240}{989}$. supera il 18.

$4\frac{240}{989}$ — 57600 / 58 / 8150 — $58\frac{238}{989}$

Di quì

Di quì conosciamo, che quando il rotto aggiunto al denominatore primiero *(cioè al doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞,)* è maggiore del rotto totale, allhora la ℞ così formata è minore del douere, & il quadrato d'essa manca ad arriuare al numero proposto, di che s'è presa la ℞, tanto, quanto importa à moltiplicare quello, in che il rotto totale è minore dell'aggiunto, via esso totale. Ma quando il rotto aggiunto al denominatore primiero è minore del rotto totale, allhora la ℞ così formata sarà maggiore del douere, & il quadrato d'essa supera il numero proposto, di che s'è presa la ℞ in tanto, quanto importa à moltiplicare quello, in che il rotto totale è maggiore dell'aggiunto, via esso rotto totale. Onde quando il rotto totale fusse à punto eguale all'aggiunto, allhora la ℞ così formata saria precise la vera ℞, & però conosceressimo il numero proposto di che ella si fusse presa essere numero quadrato. Cioè quando occorra, che al denominatore primiero si possa aggiungere rotto tale, che sia poi eguale al rotto totale, allhora il numero di che si piglia la ℞, sarà numero quadrato precise, & la ℞ così formata sarà precise la sua vera ℞, poiche anco di necessità il quadrato d'essa sarà anco egli eguale al numero di che si sarà presa la ℞. Ma quando occorra, che non sia possibile trouarsi rotto, che gionto al denominatore primiero formi rotto totale eguale ad esso aggiunto, allhora non sarà similmente possibile, che si troui quantità, che moltiplicata in se stessa, produchi numero eguale al proposto da pigliarne la ℞, & però esso numero proposto non potrà essere quadrato. Et conuersamente quando il numero proposto sia quadrato, sarà sempre possibile trouarsi rotto tale, che gionto al denominatore primiero, formarà rotto totale eguale ad esso aggiunto. Ma quando il numero proposto non sia quadrato, sarà sempre impossibile *(come s'è detto)* potersi trouare rotto tale, che gióto al denominat. primiero, formi rotto totale eguale ad esso rotto aggiunto. Et che si possa, ò non si possa nel pigliare la ℞ d'vn numero proposto nel modo detto, trouare rotto, che gionto al denominatore primiero, formi rotto totale eguale al rotto, che si dice di giongere, noi poriamo chiarircene, mediante l'Algebra, ò Regola della Cosa, del che si daranno li seguenti esempij, per satisfare alli curiosi, & vaghi della diuersità, che intendono essa Regola della Cosa.

Nel pigliare la ℞ di $23\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. sia che si dica ella essere 4. & $\frac{7\frac{1}{3}\frac{3}{6}}{8}$. Hora cerchisi vn rotto, che gionto ad 8. formi rotto totale eguale al cercato; però poniamo egli essere 1 ɫ. che gionto ad 8. fà 8. p̄ 1 ɫ. & così il rotto totale sarà $\frac{7\frac{1}{3}\frac{3}{6}}{8\ \bar{p}\ 1\ ɫ}$. & questo douerà essere eguale ad 1 ɫ. aggiunto; Onde haueremo $\frac{7\frac{1}{3}\frac{3}{6}}{8\ \bar{p}\ 1\ ɫ}$. eguale ad 1 ɫ. per trouare il valore della ɫ. moltiplichisi ciascuna parte per 8 p̄ 1 ɫ. *(denominatore della prima parte)* & haueremo $7\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. eguale ad 8 ɫ p̄ 1 ʒ. perilche al quadrato del numero della mità delle ɫ. cioè à 16. gionto il numero della equatione $7\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. fà $23\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. del che presa la ℞ quadrata, ella è $4\frac{5}{6}$. & di questo cauato 4. mità del numero delle ɫ. resta $\frac{5}{6}$. per il valore della Cosa, & però il rotto cercato posto 1 ɫ. sarà $\frac{5}{6}$. che gionto all'8. denominatore primiero, fà $8\frac{5}{6}$. & così haueremo $\frac{7\frac{1}{3}\frac{3}{6}}{8\frac{5}{6}}$. che è à punto $\frac{5}{6}$. dal che concluderemo, che $23\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. è numero quadrato *(come anco ci è bisognato cercare, con la operatione Algebratica, & noi al suo luogo mostraremo come si conosca se vn numero rotto, ò misto è quadrato, & come si troui la sua ℞)* & che la sua ℞ è precise $4\frac{7\frac{1}{3}\frac{3}{6}}{8\frac{5}{6}}$. cioè $4\frac{5}{6}$. Et dicendosi la ℞ di detto $23\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. essere $4\frac{1}{2}$. & $\frac{3\frac{1}{9}}{9}$. Cercando hora il rotto, che gionto à 9. formi rotto totale eguale al cercato, poneremo egli essere 1 ɫ. che gionto à 9. fà 9 p̄ 1 ɫ. & così il rotto totale sarà $\frac{3\frac{1}{9}}{9\ \bar{p}\ 1\ ɫ}$. & questo douerà essere eguale ad 1 ɫ. aggiunto; onde hauendo $\frac{3\frac{1}{9}}{9\ \bar{p}\ 1\ ɫ}$. eguale ad 1 ɫ. per trouare il valore della ɫ. moltiplichisi ciascuna parte per 9 p̄ 1. ɫ. *(denominatore della prima parte)* & haueremo $3\frac{1}{9}$. eguale à 9 ɫ p̄ 1 ʒ. perilche al quadrato della mità del numero delle ɫ. cioè al quadrato di $4\frac{1}{2}$. che è $20\frac{1}{4}$. giongeremo il numero della equatione, che è $3\frac{1}{9}$. & fà $23\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. del che si piglia la ℞ quadra, cioè di $\frac{8}{}\frac{4}{3}\frac{1}{6}$. & ella è $\frac{2}{}\frac{9}{6}$. cioè $4\frac{5}{6}$. & di questo si caua $4\frac{1}{2}$. mità del 9. numero delle ɫ. & resta $\frac{1}{3}$. il che è il valore della ɫ. & però il rotto cercato posto 1 Cosa, sarà $\frac{1}{3}$. che gionto al 9. denominatore primiero, fà $9\frac{1}{3}$. & così haueremo $\frac{3\frac{1}{9}}{9\frac{1}{3}}$. che è à punto $\frac{1}{3}$. cioè à punto eguale all'$\frac{1}{3}$. rotto aggiunto; dal che si concluderia, che il $23\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. è numero quadrato, & che la sua ℞ è precise $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. cioè $4\frac{5}{6}$.

Di quì

Di quì si vede *(come anco facilmente si può conoscere col semplice giudicio)* che nelli numeri quadrati quel rotto, che gionto al denominatore primiero, deue fare rotto totale eguale ad esso rotto aggiunto, è necessariamente quel rotto, che si troua, sottrando la prima parte della ℞, dalla ℞ vera totale del numero quadrato proposto; perilche di $23\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. numero quadrato, la vera ℞ del quale è $4\frac{5}{6}$. se diremo la prima parte della ℞ essere 4. & con l'auanzo formaremo $\frac{7\frac{1}{3}\frac{3}{6}}{8}$. all'8. doueremo giongere il $\frac{5}{6}$. che si troua à cauare 4. prima parte della ℞, dal $\frac{5}{6}$. che veramente è la ℞ totale, che così il rotto $\frac{7\frac{1}{3}\frac{3}{6}}{8\frac{5}{6}}$. sarà à punto il $\frac{5}{6}$. che gionto al 4. formarà la vera ℞ totale $4\frac{5}{6}$. Et dicendosi di $23\frac{1}{3}\frac{3}{6}$. la prima parte della ℞ essere $4\frac{1}{2}$. & con l'auanzo formando $\frac{3\frac{1}{2}}{9}$. al 9. doueremo giongere l'$\frac{1}{3}$. che si troua à cauare $4\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, dal $4\frac{5}{6}$. che veramente è la ℞ totale, che così il rotto $\frac{3\frac{1}{2}}{9\frac{1}{3}}$. sarà à punto l'$\frac{1}{3}$. quale gionto al $4\frac{1}{2}$. formarà la vera ℞ totale $4\frac{5}{6}$.

Et pigliando la ℞ di $21\frac{1}{2}$. se diremo ella essere 4. & $\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. Per cercare vn rotto, che gionto ad 8. facci rotto totale eguale all'aggiunto. Poneremo egli essere 1 co. che gionto ad 8. fà 8 p̃ 1 co. però haueremo $\frac{5\frac{1}{2}}{8\ \tilde{p}\ 1\ co.}$. per rotto totale, & questo douerà essere eguale ad 1 co. & consequentemente $5\frac{1}{2}$. douerà essere eguale ad 8 co. p̃ 1 ce. onde per trouare il valore della Cosa, à 16. quadrato della mità del numero delle co. giongeremo $5\frac{1}{2}$. numero della equatione, & fà $21\frac{1}{2}$. del che pigliaremo la ℞ quadrata, che sarà ℞ $21\frac{1}{2}$. & di questo cauaremo 4. mità del numero delle co., che resta ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. il che è il valore della Cosa, & però questo ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. sarà la quantità da giongere all'8. primiero denominatore, & allhora per rotto totale haueremo $\frac{5\frac{1}{2}}{8\ \tilde{p}\ ℞\ 21\frac{1}{2}\ \tilde{m}\ 4}$. cioè $\frac{5\frac{1}{2}}{℞\ 21\frac{1}{2}\ \tilde{p}\ 4}$. che è $5\frac{1}{2}$. da partire per ℞ $21\frac{1}{2}$ p̃ 4. onde moltiplicando ciascuna delle due quantità per ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. *(reciso, ò residuo del binomio partitore)* si ridurrà ad hauere $5\frac{1}{2}$. per partitore, & per quantità da partire il prodotto di $5\frac{1}{2}$. via ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. Et hora partito ciascuna delle due quantità per $5\frac{1}{2}$. il partitore si ridurrà ad 1. & la quantità da partire à ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. sì che l'auuenimento sarà ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. & questo sarà il valore del rotto totale *(che bene è eguale alla quantità aggiunta all'8. denominatore primiero)* quale gionto à 4. intiero, ò prima parte della ℞, fà ℞ $21\frac{1}{2}$. & questo è la ℞ del proposto $21\frac{1}{2}$. Onde vediamo, che dall'operare in questo modo, ritorniamo ad hauere quello, che haueuamo in prima, cioè non habbiamo trouato qual sia la vera ℞ di $21\frac{1}{2}$. come si domandaua, & ciò nasce, perche la vera ℞ di $21\frac{1}{2}$. non si può dire essere altro, che ℞ $21\frac{1}{2}$. poiche detto $21\frac{1}{2}$. è numero non quadrato. Cerchisi dunque con questo modo di trouarla almeno propinquamente, così. Noi sappiamo, che essendo l'intiero, ò prima parte della ℞ il 4. allhora il rotto totale trouato, come di sopra, douerà essere $\frac{5\frac{1}{2}}{4\ \tilde{p}\ ℞\ 21\frac{1}{2}}$. però vediamo di trouare il valore di questo rotto vicino al vero, & per farlo, cominciando al denominatore, consideriamo con le regole ordinarie, quanto importa ℞ $21\frac{1}{2}$ *(parte d'esso denominatore)* che vedremo ella importare quasi $4\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. ma essere maggiore di $4\frac{5\frac{1}{2}}{9}$. però il totale denominatore 4 p̃ ℞ $21\frac{1}{2}$. nõ arriuarà ad $8\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. ma passarà $8\frac{5\frac{1}{2}}{9}$. Et perche quãdo il denominatore è più grande del douere, allhora il rotto, che se ne forma è manco del douere, & quando il denominatore è più piccolo del douere, allhora il rotto, che se ne forma è più del douere; se diremo il denominatore essere $8\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. maggiore del douere, il rotto poi $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{8}}$. sarà manco del douere, & però gionto al 4. intiero, ò prima parte della ℞, che sarà 4. & $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{3}}$. cioè $4\frac{8}{1}\frac{8}{3}\frac{8}{9}$. questo sarà manco del douere, cioè sarà ℞ scarsa del $21\frac{1}{2}$. proposto. Ma se diremo il denominatore essere $8\frac{5\frac{1}{2}}{9}$. minore del douere, il rotto poi $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{8}}$ sarà più del douere, & però giõto al 4. intiero, ò prima parte della ℞, che sarà $4\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{a}}$. cioè $4\frac{9}{1}\frac{9}{5}\frac{9}{6}$. questo

sarà

farà maggiore del douere, cioè farà ℞ eccedente del $21\frac{1}{2}$. proposto, però concluderemo, che di $21\frac{1}{2}$. la ℞ propinqua minore del douere è $4\frac{88}{139}$. ma la ℞ propinqua maggiore del douere è $4\frac{99}{155}$. Et la differenza di queste due radici, cioè quello, che resta à sottrare $\frac{88}{139}$. da $\frac{99}{155}$. è $\frac{121}{21545}$.

Cauisi $\frac{88}{139}$. da $\frac{99}{155}$. è maggiore d' 88. in 11. è maggiore di 139. in 16. caua 1408. da 1529. resta 121. per numeratore, essendo denominatore 139. via 155. cioè 21545. però il restante sarà $\frac{121}{21545}$.

$\frac{88}{139}$ B A $\frac{99}{155}$ 139. via 99. consta di 139. via 88. Et di 139. via 11.
155. via 88. consta di 139. via 88. Et di 16. via 88.

Però remosso communemente 139. via 88. haueremo dalla parte d'A, 139. via 11. cioè 1529. Et dalla parte di B 16. via 88. cioè 1408. che cauato il pertinente al B, dal pertinente all'A, resta 121. per numeratore della differenza di B, ad A. Essendo denominatore il prodotto de' denominatori d'A, & B, fra loro.

Dalle cose dette si viene à conoscere, che per formare il denominatore al rotto totale, ò seconda parte della ℞; se noi vogliamo, che la ℞ sia scarsa, cioè minore del vero, noi formato il denominatore primiero con il doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, ad esso giongeremo vn rotto eguale à questo primo rotto trouato, cioè che habbi l'istesso numeratore, & l'istesso denominatore *(Onde per trouare la ℞ di $21\frac{1}{2}$. dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. & il rotto primiero $\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. all'8. denominatore si giongerà il medesmo rotto $\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. & farà $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{9}}$.)* & il rotto totale formatone insieme con l'intiero, ò prima parte, componeranno ℞ scarsa, ò minore del douere, la quantita della scarsezza del quadrato della quale si troua sempre nel modo già detto, cioè moltiplicando il rotto totale per quello, che resta à cauare esso rotto totale dal rotto aggiunto al denominatore primiero, che il prodotto sarà la scarsezza detta. Ma se vorremo, che la ℞ sia eccedente, cioè maggiore del vero *(propinquamente però)* noi formato il denominatore primiero con il doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, ad esso denominatore primiero giongeremo vn rotto, che per numeratore habbi l'istesso numero, che hà per numeratore il denominatore primiero *(cioè che sia l'auanzo della radice)* ma che per denominatore habbi 1. più di quello, che è il denominatore primiero, cioè che sia 1. più del doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, onde per trouare la ℞ di $21\frac{1}{2}$. dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. & il rotto primiero $\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. all'8. denominatore giongeremo $\frac{5\frac{1}{2}}{9}$. *(rotto, che hà il numeratore eguale al numeratore primiero, & il denominatore 1. vnità maggiore, che l'8. denominatore primiero)* & haueremo $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{9}}$ per rotto, ò secōda parte della ℞, qual e giōto al 4. intiero, ò prima parte, formarà $4\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{9}}$ che sarà ℞ eccedente. La quantità dell'eccesso del quadrato della quale si troua sempre con la regola vniuersale già detta, che è moltiplicando il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera il rotto aggiunto al denominatore primiero, che il prodotto sarà l'eccesso cercato.

Et per mostrare ancora più intrinsecamente il modo di pigliare le radici scarse, & le eccedenti propinque delli numeri proposti non quadrati, dico che dall'operare d'Algebra nel pigliare la ℞ di $21\frac{1}{2}$. che trouiamo ella essere 4 & $\frac{5\frac{1}{2}}{4\ \tilde{p}\ ℞\ 21\frac{1}{2}}$. *(cioè 4. & vn rotto, che hà per numeratore il $5\frac{1}{2}$. auanzo della ℞. & per denominatore vn numero, che è composto dall'Intiero 4. detto, & dalla ℞ totale incognita del $21\frac{1}{2}$. proposto)* si viene à conoscere, che sempre, che al 4. parte del totale denominatore giongeremo quantità, che veramente ecceda il valore di ℞ $21\frac{1}{2}$. all'hora *(perche il denominatore totale sarà più del douere, & perciò conuersamente il rotto così formato sarà manco del douere)* la ℞ così trouata, cioè composta dall'intiero, & rotto vltimamente formato sarà minore del douere. Ma sempre, che al 4. parte del total denominatore *(& è sempre l'intiero, ò prima parte della ℞)* giongeremo quantità, che veramente sia minore del valore di ℞ $21\frac{1}{2}$. allhora *(perche il denominatore totale sarà manco del douere, & perciò conuersamente il rotto così formato sarà maggiore del douere)* la ℞ così trouata sarà maggiore del douere. Perilche noi potiamo dar Regola di trouare la ℞ propinqua delli numeri, dicendo.

Proposto vn numero, per trouarne la sua ℞ quadra propinqua. Piglisi per prima parte della ℞ l'intiero propinquo, ò vn numero misto d'Intiero, è rotto più propinquo à nostro beneplacito,

cito; & quello, che resta à cauare il quadrato di questa prima parte, dal numero proposto, si pona sopra ad vna riga per numeratore, poi se vorremo, che la ℞ propinqua cercata sia minore del vero, cioè scarsa, noi presa vna quantità, che ecceda il valore della ℞ del numero proposto *(& di quanto manco lo eccederà, tanto maggiore propinquità haueremo)* la giõgeremo alla prima parte della ℞ trouata, & la somma poneremo sotto alla riga per denominatore, che il rotto così formato gionto alla prima parte della ℞, componerà ℞ propinqua del numero proposto, minore del vero. Ma se vorremo, che la ℞ cercata sia maggiore del vero, cioè eccedente, noi presa vna quantità, che non ecceda, cioè che sia minore del valore della ℞ del numero proposto *(& di quanto manco sarà minore, tanto maggior propinquità haueremo)* la giõgeremo alla prima parte trouata della ℞, & la somma poneremo sotto alla riga per denominatore, che il rotto così formato gionto alla prima parte della ℞, componerà ℞ propinqua eccedente del numero proposto. Et notisi, che quando auuenisse, che si potesse trouare vna quantità, quale fusse precisemente eguale al valore della ℞ del numero proposto *(cioè che il numero proposto fusse quadrato)* allhora gionta essa quantità nel modo detto alla prima parte della ℞ trouata, & la somma posta sotto alla riga per denominatore, il rotto così formato gionto alla prima parte della ℞, componeria ℞ precise del numero proposto. Che per esempio proponendosi $18\frac{7}{9}$. da trouarne la ℞, noi dicendo l'intiero, ò prima parte d'essa essere 4. & l'auanzo $2\frac{7}{9}$. posto sopra ad vna riga per numeratore, poi presa vna quantità eguale alla ℞ del $18\frac{7}{9}$. che hora si può pigliare, & è $4\frac{1}{3}$. & giontala à 4. intiero, ò prima parte della ℞, fà $8\frac{1}{3}$. & questo è il denominatore, però il rotto sarà $\frac{2\frac{7}{9}}{8\frac{1}{3}}$. che con il 4. intiero, ò prima parte della ℞, fà $4\frac{2\frac{7}{9}}{8\frac{1}{3}}$. cioè $4\frac{1}{3}$. & questa è la ℞ precise del $18\frac{7}{9}$. Ancora proposto $14\frac{11}{29}$. da trouarne la ℞, dicendo l'intiero, ò prima parte d'essa essere 3. & l'auanzo $5\frac{11}{25}$. posto sopra ad vna riga per numeratore, poi presa vna quantità eguale alla ℞ del $14\frac{11}{25}$. che hora si può pigliare, & è $3\frac{4}{5}$. & giontala à 3. intiero, ò prima parte della ℞, fà $6\frac{4}{5}$. & questo è il denominatore, però il rotto sarà $\frac{5\frac{11}{25}}{6\frac{4}{5}}$. quale con l'intiero, ò prima parte della ℞, fà $3\frac{5\frac{11}{25}}{6\frac{4}{5}}$. cioè $3\frac{136}{170}$. che è $3\frac{4}{5}$. & questa è la ℞ precise del $14\frac{11}{25}$. Et se nel trouare la ℞ del $14\frac{11}{25}$. hauessimo detto la prima parte d'essa essere $3\frac{1}{2}$. l'auanzo del suo quadrato $12\frac{1}{4}$. sino al $14\frac{11}{25}$. saria $2\frac{19}{100}$. da ponere sopra ad vna riga per numeratore, poi presa la quantità eguale alla ℞ del $14\frac{11}{25}$. che è $3\frac{4}{5}$. & giontala à $3\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, farà $7\frac{3}{10}$. da ponere sotto alla riga per denominatore, & però il rotto sarà $\frac{2\frac{19}{100}}{7\frac{3}{10}}$. cioè $\frac{219}{730}$. che è $\frac{3}{10}$. quale con il $3\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, fà $3\frac{1}{2}$. & $\frac{3}{10}$. cioè $3\frac{4}{5}$. che è la ℞ precise del $14\frac{11}{25}$. proposto. Et così sempre, che il numero proposto da trouarne la ℞ sia quadrato, ne seguirà, che se posto per prima parte della sua ℞, che numero si vogli, & l'auanzo posto sopra ad vna riga per numeratore, poneremo sotto ad essa riga per denominatore il numero, che nasce à sommare la prima parte della ℞, con la ℞ d'esso numero proposto, allhora il rotto così formato giõto alla prima parte della ℞, cõponerà di nuouo la precise ℞ del num. proposto.

Esempio nella ℞ scarsa. Piglisi la ℞ scarsa di $32\frac{1}{2}$. Sia 5. la prima parte, che auanzarà $7\frac{1}{2}$. per numeratore del rotto, ò seconda parte della ℞, Et per trouare il denominatore, diremo, la ℞ propinqua, ma eccedente del proposto $32\frac{1}{2}$. è $5\frac{7\frac{1}{2}}{10}$. cioè $5\frac{3}{4}$. quale si giõga à 5. prima parte trouata della ℞, & fà $10\frac{3}{4}$. & questo sarà il denominatore, però il rotto totale, ò secõda parte della ℞, sarà $\frac{7\frac{1}{2}}{10\frac{3}{4}}$. cioè $\frac{30}{43}$. che con il 5. intiero, ò prima parte, fà $5\frac{30}{43}$. che è la ℞ cercata. Et questo modo si conforma à punto con l'altro modo vniuersale già detto, cioè formano à punto vna istessa ℞ scarsa, quando noi poniamo la prima parte d'essa essere realmente numero intiero. Et nel pigliare la ℞ scarsa del $32\frac{1}{2}$. proposto, dicendosi la prima parte essere $5\frac{1}{2}$. auanzarà $2\frac{1}{4}$. per numeratore, & quanto al denominatore, la ℞ propinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$. è $5\frac{7\frac{1}{2}}{10}$. cioè $5\frac{3}{4}$. quale gionto al $5\frac{1}{2}$. prima par-

$5\frac{30}{43}$. Quadrisi

$6\frac{42}{43}$ $\frac{900}{1849}$

fà $31\frac{857}{1849}$ $\frac{924\frac{1}{2}}{67\frac{1}{2}}$

mãca in $\frac{115}{3698}$

Per trouare il mancamento. Da $\frac{30}{43}$. rotto totale à $\frac{3}{4}$. in che il $10\frac{3}{4}$. denom. supera il doppio del 5. prima parte della ℞, vi è $\frac{9}{172}$. quale moltiplicato per $\frac{30}{43}$. rotto totale, fà $\frac{135}{3698}$. che è il mancamento cercato.

te tro-

te trouata della ℞, fà $11\frac{1}{4}$. che sarà il denominatore, onde per rotto totale haueremo $\frac{2\frac{1}{4}}{11\frac{1}{4}}$. cioè $\frac{9}{45}$. che è $\frac{1}{5}$. & questo, insieme con il $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, fà $5\frac{7}{10}$. per la ℞ scarsa propinqua cercata. Il quadrato della quale per arriuare al $32\frac{1}{2}$. è scarso in $\frac{1}{100}$. che si troua dicendo. Da $\frac{1}{5}$. rotto totale ad $\frac{1}{4}$. in che l'$11\frac{1}{4}$. denominatore supera 11. doppio di $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, vi è $\frac{1}{20}$. quale moltiplicato via $\frac{1}{5}$. rotto totale, fà $\frac{1}{100}$. che è il mancamento cercato. Ma quando noi poneremo la prima parte della ℞ essere numero intiero, & rotto, cioè misto, allhora l'altro modo vniuersale ci darà ℞ più propinqua al vero, cioè manco scarsa, perche allhora il rotto totale sarà maggiore del $\frac{2\frac{1}{4}}{11\frac{1}{4}}$. di sopra trouato, cioè il denominatore allhora sarà alquanto minore dell'$11\frac{1}{4}$. poiche verrà ad essere $12\frac{2\frac{1}{4}}{11}$. cioè $11\frac{9}{44}$. & il rotto totale sarà $\frac{2\frac{1}{4}}{11\frac{9}{44}}$. cioè $\frac{99}{493}$. che con il $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, fà $5\frac{691}{986}$.

Di $32\frac{1}{2}$. la ℞ scarsa sia $5\frac{1}{2}$. & $\frac{2\frac{1}{4}}{11.\&\frac{2\frac{1}{4}}{11}}$. cioè & $\frac{2\frac{1}{4}}{11.\&\frac{9}{44}}$. che è $5\frac{1}{2}$. & $\frac{99}{493}$.

cioè $5\frac{691}{986}$. Quadrisi

6190
8
7986
7888
477481
485369

il ■ è $32\frac{485369}{972196}$. che è 972196
486098. mãco di $32\frac{1}{2}$.

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{99}{493}$. rotto totale à $\frac{9}{44}$. aggiunto all'11. primiero denominatore (*doppio di* $5\frac{1}{2}$. *prima parte della* ℞) vi è $\frac{81}{493.\text{via }44}$. che moltiplicato via $\frac{99}{493}$. rotto totale, fà $\frac{729}{493.\text{via }493.\text{via }4}$. cioè $\frac{729}{493.\text{via }493.\text{via }2.\text{via }2}$. cioè $\frac{729}{986.\text{via }986}$. cioè $\frac{729}{972196}$. che è il mancamento.

Notisi q̃sto modo di cauare $\frac{99}{493}$. da $\frac{9}{44}$. $\frac{99.\ B}{493}$ $\frac{9.\ A}{44.\ c}$ 493. consta di 44. volte 11. & 9. di più, però 494 via 9 A, è quanto 44. volte 11. via 9 A. Et 9. via 9 A. Hora 44 c. via 99 B, è quanto 44. volte 11. via 9. perche 11. via 9. constituisce il 99. onde leuato questo 44. volte 99. cioè 44. volte 11. via 9. da ciascuna parte, noi haueremo solo verso A, il 9. via 9 A, che produce 81. quale sarà numeratore, essendo denominatore 493. via 44. però il restante sarà $\frac{81}{493.\text{ via }44}$

A moltiplicare $\frac{99}{493}$. via $\frac{81}{493.\text{via }44}$ partito il 99. superiore sinistro, & il 44. inferiore destro per 11. si riduce à moltiplicare $\frac{9}{493}$. via $\frac{81}{493.\text{via }4}$ che fà $\frac{729}{243049.\text{via }4}$. cioè $\frac{729}{972196}$

Di $34\frac{1}{2}$. la ℞ scarsa sia $5\frac{1}{2}$. & $\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{2}.\&\,5\frac{9}{20}}$. cioè & $\frac{4\frac{1}{4}}{11\frac{9}{20}}$. che è $5\frac{1}{2}$. & $\frac{85}{229}$.

cioè $5\frac{399}{458}$. Quadrisi

3990
$8\frac{326}{458}$
149308
159201
308509

il ■ è $34\frac{98745}{109764}$. è scarso in
204882 $\frac{6137}{209764}$

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{85}{229}$. rotto totale à $\frac{9}{20}$. in che il denominat. totale $11\frac{9}{20}$. supera 11. doppio del $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, vi è $\frac{361}{4580}$. quale moltiplicato via $\frac{85}{229}$. rotto totale (*che è quanto moltiplicare* $\frac{17}{229}$. *via* $\frac{361}{916}$. *ouero* $\frac{17}{458}$. *via* $\frac{361}{458}$.) fà $\frac{6137}{209764}$. che è il mancamento.

Et se il numero proposto da pigliarne la ℞ scarsa sia $34\frac{1}{2}$. ponendo la prima parte essere 5. il rotto saria $\frac{9\frac{1}{2}}{5.\&\,5.\frac{9\frac{1}{2}}{10}}$. cioè & $\frac{9\frac{1}{2}}{10\frac{19}{20}}$. cioè & $\frac{190}{219}$. che è $5\frac{190}{219}$. come anco si trouaria à punto con l'altro modo vniuersale, poiche essendo la prima parte della ℞, 5. il rotto verria ad essere $\frac{9\frac{1}{2}}{10.\&\frac{9\frac{1}{2}}{10}}$. cioè $\frac{9\frac{1}{2}}{10\frac{19}{20}}$. cioè $\frac{190}{219}$. & però la radice totale saria $5\frac{190}{219}$. medesmamente.

 Et nel-

Et nell'altro modo vniuersale. Dicendo la ℞ scarsa di $34\frac{1}{2}$. essere $5\frac{1}{2}$. & $\frac{4\frac{1}{4}}{11. \& \frac{4\frac{1}{4}}{11}}$. cioè & $\frac{4\frac{1}{4}}{11. \& \frac{17}{44}}$. che è $5\frac{1}{2}$. & $\frac{187}{501}$. cioè $5\frac{875}{1002}$. il suo quadrato sarà minore del $34\frac{1}{2}$. proposto in $\frac{4913}{1004004}$. Per trouare il mancamento. Da $\frac{187}{501}$. rotto totale à $\frac{17}{44}$. aggiunto all'11. primiero denominatore *(doppio di $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞)* vi è $\frac{289}{22044}$. quale moltiplicato via $\frac{187}{501}$. rotto totale *(che è quanto moltiplicare $\frac{289}{2004}$. via $\frac{17}{501}$.)* fà $\frac{4913}{1004004}$. che è il mancamento.

$$5\frac{875}{1002}$$
$$8750$$
$$8\frac{734}{1002}$$
$$735468$$
$$765625$$
$$1501093$$
$$34\frac{497089}{1004004}$$
$$502002$$
$$\text{manca}\ \frac{4913}{1004004}$$

Et se nel trouare la radice del $34\frac{1}{2}$. ponessimo la prima parte essere $5\frac{1}{2}$. il rotto saria $\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{2}.\&5\frac{19}{20}}$. cioè $\frac{4\frac{1}{4}}{11\frac{19}{20}}$ cioè $\frac{85}{229}$. però la ℞ totale verria ad essere $5\frac{1}{2}$. & $\frac{85}{229}$. che è $5\frac{399}{468}$. il quadrato del la quale saria scarso, cioè minore del $34\frac{1}{2}$. pposto in $\frac{6137}{204764}$.

Ma se ponendo pure la prima parte della ℞ di $34\frac{1}{2}$. essere $5\frac{1}{2}$. allhora formaremo il rotto con l'altro modo vniuersale, egli sarà $\frac{4\frac{1}{4}}{11. \& \frac{4\frac{1}{4}}{11}}$. cioè $\frac{4\frac{1}{4}}{11\frac{17}{44}}$. cioè $\frac{187}{501}$. che è alquanto maggiore dell' $\frac{85}{224}$. trouato di sopra *(perche il denominatore 11. & $\frac{4\frac{1}{4}}{11}$. cioè $11\frac{17}{44}$. è alquanto minore del denominatore $5\frac{1}{2}$. & $5\frac{19}{20}$. cioè di $11\frac{19}{20}$. trouato di sopra)* & con il $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞ faria $5\frac{875}{1002}$. che perciò saria ℞ più propinqua, cioè manco scarsa, che non è il $5\frac{399}{468}$. trouato di sopra, & il suo quadrato saria minore del $34\frac{1}{2}$. solo in $\frac{4913}{1004004}$.

Piglisi la ℞ propinqua eccedēte di $32\frac{1}{2}$. Sia la prima parte 5. che auāzarà $7\frac{1}{2}$. per numeratore del rotto, ò seconda parte. Et per trouare il denominatore, dicasi. La ℞ propinqua scarsa del proposto $32\frac{1}{2}$. è $5\frac{7\frac{1}{2}}{11}$. questa si giōga à 5. prima parte della ℞, & fà $10\frac{7\frac{1}{2}}{11}$. cioè $10\frac{15}{22}$. quale sarà il denominatore, & così il rotto totale, ò seconda parte della radice sarà $\frac{7\frac{1}{2}}{10\frac{15}{22}}$. cioè $\frac{165}{235}$. ch'è $\frac{33}{47}$ quale con il 5. prima parte fà $5\frac{33}{47}$. per la ℞ ppinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$. proposto. Per trouare l'eccesso,

Esempio nella ℞ eccedente.

$$\text{Quadrisi}\ 5\frac{33}{47}$$
$$330$$
$$7\frac{1}{47}$$
$$1089$$
$$\text{il ▪ è}\ 32\frac{1136}{2209}\ \text{però}$$
$$\text{eccede in}\ \frac{31}{2209}.\ \text{che è}\ \frac{63}{4418}$$

$$\text{da}\ \frac{11}{22}.\ \text{à}\ \frac{33}{47}\quad \begin{matrix}3\\3\end{matrix}$$
$$66$$
$$45\quad 3$$
$$\text{resta}\ \frac{21}{1034}.\ \text{via}\ \frac{33}{47}$$
$$94$$
$$\text{fà}\ \frac{63}{4418}$$

$$\text{Quadrisi}\ 5\frac{115}{164}$$
$$1150$$
$$2$$
$$7\frac{}{164}$$
$$328$$
$$13225$$
$$\text{il ▪ è}\ 32\frac{13553}{26896}$$
$$13448$$
$$\text{l'eccesso è}\ \frac{105}{26896}$$

$$\text{da}\ \frac{2}{11}.\ \text{à}\ \frac{33}{164}$$
$$363$$
$$328\quad 3$$
$$\text{è}\ \frac{35}{11.\text{via}164}.\ \text{via}\ \frac{33}{164}$$
$$\text{fà}\ \frac{105}{26896}.\ \text{che è}$$

l'eccesso dl ▪ dlla ℞.

In questo sottrare da vna parte si lassa 22. via 30. & dall'altra 44. via 15. che produce il medesmo *(perche così è 44. doppio à 22. come conuersamente 15. è la mità di 30.)* però dalla parte destra haueremo solo 3. via 22. che fà 66. & dalla sinistra 15. via 3. che fà 45. quale 45. cauato da 66. restarà 21. per numeratore del restante, essendo denominatore il prodotto di 22. via 47. cioè 1034. & però restarà $\frac{21}{1034}$.

Per trouare l'eccesso. Il $\frac{33}{164}$. rotto totale eccede $\frac{2}{11}$. rotto, in che $11\frac{2}{11}$. denominatore totale supera 11. doppio di $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, ī $\frac{35}{1804}$. quale moltiplicato via $\frac{33}{164}$. rotto totale *(che è quanto moltiplicare $\frac{35}{164}$. via $\frac{3}{164}$.)* fà $\frac{105}{26896}$. il che è l'eccesso cercato.

diremo $\frac{33}{47}$. rotto totale è maggiore, cioè eccede $\frac{15}{22}$. *(rotto, in che il denominatore totale eccede 10. doppio del 5. prima parte della ℞)* in $\frac{21}{1034}$. quale moltiplicato via $\frac{33}{47}$. rotto totale, fà $\frac{63}{4418}$. che è l'eccesso. Et se nel pigliare la ℞ propinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$. proposto, dicessimo la prima parte essere $5\frac{1}{2}$. auanzaria $2\frac{1}{4}$. per numeratore del rotto, ò seconda parte

della ℞,

della ℞, & per trouare il denominatore si diria, la ℞ propinqua minore, cioè scarsa del $32\frac{1}{2}$. proposto è $5\frac{7\frac{1}{2}}{11}$. quale si giongeria à $5\frac{1}{2}$. prima parte trouata della ℞, & fà $11\frac{2}{3}$. & questo saria il denominatore, & però il rotto totale verria ad essere $\frac{2\frac{1}{4}}{11\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{\ }{4}\frac{9}{9}\frac{9}{2}$. che è $\frac{\ }{1}\frac{3}{6}\frac{3}{4}$. quale gionto à $5\frac{1}{2}$. ptima parte della ℞, fà $5\frac{7}{1}\frac{1}{0}\frac{5}{4}$. che saria la ℞ propinqua eccedēte di $32\frac{1}{2}$. proposto. Ma noi hora trattando delle ℞ eccedenti senza hauer cognitione dell'Algebra, ò Regola della Cosa, seruendoci solo del discorso naturale, Se bene da quanto si è considerato nel trouare la ℞ scarsa, si viene anco in cognitione del modo di trouare la eccedente, potiamo nondimeno di più dare vna regola assai facile in trouare ℞ eccedente, à similitudine della data nella ℞ scarsa, che non è maggiore del vero. Però si dice, che per trouare la ℞ eccedeute d'vn numero proposto, noi preso l'intiero, ò prima parte della ℞, ò in vece d'esso intiero, ò prima parte preso vn numero misto *(cioè composto d'intiero, e rotto)* à beneplacito, per formare poi il rotto, ò seconda parte della ℞, Mettasi l'auanzo *(cioè quello, che manca al quadrato dalla prima parte per arriuare al nnmero proposto)* sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denominatore vi si pona il doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, & vn rotto di più, quale per numeratore habbi il medesmo auanzo detto della ℞, ma per denominatore habbi il doppio più 1. dell'intiero, ò prima parte detta della ℞, & allhora questo denominatore totale così composto insieme con il numeratore *(auanzo della ℞ detto)* formarà il rotto totale, che giunto all'intiero, ò prima parte della ℞ già trouato, componerà quantità, ò ℞ totale eccedente, cioè il quadrato della quale superarà il numero proposto da pigliarne la ℞. Et il superamento sarà tanto, quanto è il prodotto, che nasce à moltiplicare il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera quel rotto, che fù aggiunto al primiero denominatore, cioè al doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, quando se ne compose il denominatore totale. Et sappiasi, che non solo il rotto detto, che si gionge al denominatore primiero, componendone il denominatore totale, è à proposito per formare il rotto totale, che con l'intiero, ò prima parte componga ℞ eccedente, ma ancora sarà à proposito ciascun'altro rotto, che gionto al denominatore primiero, componga denominatore totale, che insieme con il numeratore formi rotto totale, tale, che sia maggiore del detto rotto gionto al denominatore primiero. Et quanto maggiore sarà il rotto, che si giunge al denominatore primiero *(& però di quanto manco il rotto totale eccederà il rotto aggiunto al denominatore primiero)* tanto più propinqua sarà la ℞ eccedente, che trouaremo, cioè tanto manco sarà l'eccesso del quadrato d'essa ℞, sopra al numero proposto da pigliarne la ℞.

Sia per esempio proposto 18. da pigliarne la ℞ propinqua eccedente. Dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. auanzarà 2. per numeratore del rotto, ò seconda parte, Il denominatore primiero sarà 8. doppio al 4. prima parte della ℞, & il rotto da giongere à questo 8. sarà $\frac{2}{9}$. *(che hà per numeratore il 2. medesmo auanzato, & per denominatore hà 9. che è più dell'8. ò del doppio del 4. prima parte della ℞)* & così il denominatore totale sarà $8\frac{2}{9}$. & il rotto totale $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. che sarà sempre maggiore del $\frac{2}{9}$. *(rotto aggiunto all'8. primiero denominatore)* poiche sempre il numeratore di ciascuno di loro è l'istesso 2. auanzo, ma il denominatore del totale, cioè $8\frac{2}{9}$. non arriuarà mai à 9. che è vna vnità più dell'8. sempre, & così il denominatore totale sarà sempre minore del denominatore del rotto aggiunto, & consequentemente il rotto totale *(che hà minor denominatore)* sarà maggiore del rotto aggiunto *(che hà maggior denominat.)* Questo rotto totale gionto al 4. intiero, ò orima parte della ℞, fà 4. & $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. per la ℞ eccedente di 18. proposto, Et che ella necessariamente sia eccedente, cioè che il suo quadrato superi il 18. d'alquanto lo conosceremo cercando il quadrato d'essa così. Il quadrato di 4. intiero, ò prima parte della ℞ è 16. *(che sino al 18. proposto vi auanza 2.)* li dui rettangoli, ò prodotti, che nascono à moltiplicare il 4. prima parte della ℞, via $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. seconda parte, sono $\frac{16}{8\frac{2}{9}}$. che è manco di $\frac{16\frac{4}{9}}{8\frac{2}{9}}$. cioè di 2. in $\frac{\frac{4}{9}}{8\frac{2}{9}}$. Il che mostra, che li dui rettangoli, ò prodotti detti sono sempre minori del 2. *(auanzo da 16. quadrato della prima parte à 18. numero proposto)* di tanto, quanto è il dutto di $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al denominatore primiero in 2. auanzo detto; esimo del denominatore totale, cioè essi dui rettangoli sono sempre minori dell'auanzo, che resta à cauare il quadrato della prima parte della ℞ dal numero proposto, in vn rotto, che per numeratore habbi il prodotto, che nasce à moltiplicare il vero auāzo detto, nel rotto aggiunto al denominatore primiero *(che è il quadrato dell'auanzo, esimo del denominatore del rotto aggiunto al denominatore primiero)* & per denominatore habbi

habbi il denominatore totale, qual rotto hora è $\frac{\frac{4}{9}}{8\frac{2}{9}}$. Et perche moltiplicando così il numeratore $\frac{4}{9}$. come il denominatore $8\frac{2}{9}$. per 9. denominatore del $\frac{4}{9}$. & ne nascerà $\frac{4}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. questo rotto sarà del medesimo valore del primo, cioè sarà quanto $\frac{\frac{4}{9}}{8\frac{2}{9}}$. Et questo così nato hauerà per numeratore 4. prodotto di 2. auanzo in 2. numeratore di $\frac{2}{9}$, rotto aggiunto all'8. denominatore primiero, ò vogliamo dire, questo rotto hauerà sempre per numeratore il quadrato del 2. auanzo, & per denominatore il prodotto di 9. *(denominatore del $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto)* in $8\frac{2}{9}$. *(denominatore totale)* noi perciò potiamo dire, che il rotto, in che li dui rettangoli detti mãcano ad arriuare al vero auanzo della ℞, hà sempre per numeratore il quadrato d'esso vero auanzo, & per denominatore il prodotto, che nasce à moltiplicare il denominatore del rotto aggiunto, nel denominatore totale. Ma questo ancora si può dire essere il rotto, che nasce à moltiplicare $\frac{2}{9}$. via $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. cioè il rotto, che nasce à moltiplicare il rotto aggiunto, via il rotto totale, che produce $\frac{4}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. Hora considerando il quadrato del $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. rotto totale *(che il quadr. della ℞ 4. & $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. consta del quadrato di 4. prima parte, ò intiero della ℞, delli dui rettangoli del 4. intiero in $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. rotto, ò vogliamo dire delli dui rettangoli della prima parte nella seconda, & anco del quadrato del rotto $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. ò seconda parte della ℞)* qual quadrato hauerà sempre per numeratore il 4. quadrato del 2. auanzo della ℞, & per denominatore $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. & però sarà $\frac{4}{8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. conosceremo questo quadrato douere essere sempre maggiore del mancamento delli dui rettangoli detti *(cioè di quello, che manca alli detti dui rettangoli, per arriuare al 2. auanzo già detto)* perche esso quadrato, & il mancamento delli dui rettangoli, che è $\frac{4}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. hauendo vn medesmo numeratore 4. hanno poi diuersi denominatori, & quello del quadrato del rotto totale è sempre minore, poiche è solo $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. doue l'altro è 9. via $8\frac{2}{9}$. Et in essi denominatori auuiene, che l'vno, cioè quello, che serue al quadrato del rotto totale è sempre il prodotto di $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto totale nel medesmo $8\frac{2}{9}$. ma nell'altro, cioè nel mancamento de' dui rettangoli è il prodotto pure di $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto totale, ma via 9. denominatore del $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto, qual 9. è sempre maggiore dell'$8\frac{2}{9}$. denominatore totale, però essendo sempre il denominatore del quadrato del rotto totale minore del denominatore del rotto mancante alli dui rettangoli; & quello, che hà minore denominatore è sempre maggior rotto, ne segue, che il quadrato del rotto totale è sempre maggiore di quello, che manca alli dui rettangoli; onde il quadrato della ℞ totale *(che consta del quadrato dell'intiero, del quadrato del rotto, & delli dui rettangoli dell'intiero nel rotto)* conosciamo douer superare il 18. proposto, & però essa ℞ essere eccedente. Vediamo hora di conoscere di quanto ella è eccedente, cioè di quanto il quadrato del rotto della ℞ è maggiore del mancamento delli dui rettangoli, che nascono à moltiplicare il rotto, via l'intiero. A sottrare $\frac{4}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. che manca alli dui rettangoli, da $\frac{4}{8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$ conuien moltiplicare 9. via $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto minore, via 4. numeratore del rotto maggiore *(& ne verrà nuouo numeratore del maggior rotto ridotto al commune denominatore, che nasce à moltiplicare il denominatore del minore, via il denominatore del maggiore)* & dal prodotto conuien sottrare il prodotto, che nasce à moltiplicare $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto maggiore, via 4. numeratore del minore *(& esso prodotto sarà nuouo numeratore del rotto minore ridotto alla detta commune denominatione)* che il restante sarà numeratore del rotto, restante della sottrattione, che cerchiamo, essendo suo denominatore il prodotto delli dui denominatori; ma perche 9. via $8\frac{2}{9}$. denominatore del minor rotto è maggiore di $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. denominatore del maggior rotto in $\frac{7}{9}$. *(in che 9. supera $8\frac{2}{9}$.)* via $8\frac{2}{9}$. il numeratore del restante, che cerchiamo si trouarà moltiplicando 4. numeratore del rotto maggiore *(che è eguale all'altro numeratore)* via $\frac{7}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. Che il 4. è sempre il quadrato del 2. restante della ℞, ò vogliamo dire è sempre quel prodotto, che nasce à moltiplicare il 2. numeratore del rotto totale della ℞, via il 2. numeratore del rotto aggiunto al denominatore primiero. Et il $\frac{7}{9}$. è sempre quello, che resta à cauare il denominatore totale, cioè $8\frac{2}{9}$. dal denominatore del rotto aggiunto, cioè da 9. Et si può anco dire esso $\frac{7}{9}$. essere quello, che nasce à cauare $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto da 1. intiero, cioè da $\frac{9}{9}$. in che il 9. denominatore del rotto aggiunto supera 8. denominatore primiero. L'$8\frac{2}{9}$. poi è il denomi-

nominatore totale. Et perche il numeratore da trouare nel modo detto, hà da hauere per denominatore il prodotto delli denominatori, che sono 9. via $8\frac{2}{9}$. Et $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. cioè esso numero, che serue per numeratore và partito per 9. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. Vedendo noi che l'$8\frac{2}{9}$. che hà da seruire per moltiplicante nel trouare il numeratore è eguale à vno delli $8\frac{2}{9}$. che hà da seruire per partitore, potiamo leuare questo $8\frac{2}{9}$. da ciascuna parte, & haueremo solo 4. via $\frac{7}{9}$. da partire per 9. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. Et perche il moltiplicare 4. via $\frac{7}{9}$. è quanto moltiplicare 4. via 7. & partire per 9. *(qual 9. è sempre il denominatore del rotto aggiunto al denominatore primiero)* douendosi poi quello, che nasce partire per 9. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. potiamo dire questa operatione essere quanto il moltiplicare 4. *(quadrato del 2. restante della ℞, ò vogliamo dire prodotto da 2. restante, ò numeratore del rotto totale moltiplicato via 2. numeratore del rotto aggiunto al denominatore primiero)* via 7. *(differenza del numeratore del rotto aggiunto al suo denominatore)* & partire il prodotto 28. per 9. via 9. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. cioè per 9. denominatore del rotto aggiunto, via il medesmo 9. Et via $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto totale, via il medesmo $8\frac{2}{9}$. ò vogliamo dire, & partire il prodotto 28. per quello, che nasce à moltiplicare il quadrato di 9. denominatore del rotto aggiunto, via il quadrato d'$8\frac{2}{9}$. denominat. totale. O vogliamo dire *(che risulta l'istesso)* & partire il 28. prodotto, per il quadrato del numero, che nasce à moltiplicare il 9. denominatore del rotto aggiunto, via l'$8\frac{2}{9}$. denominatore totale. Et così vsando questo modo di pigliare la ℞ propinqua eccedente, si potrà dire, che l'eccesso del quadrato del rotto, ò seconda parte d'essa, sopra al doppio del rettangolo, ò prodotto dell'intiero, ò prima parte, via il rotto, ò seconda parte, Et consequentemente, che l'eccesso del quadrato della ℞ sopra al numero proposto è vn rotto, il numeratore del quale si troua moltiplicando il quadrato del 2. numeratore del rotto aggiunto, via 7. differenza d'esso numeratore 2. al suo denominatore 9. Et il denominatore del quale si troua moltiplicando il quadrato del denominatore del rotto aggiunto, via il quadrato del denominatore totale, O vogliamo dire *(che risulta l'istesso)* Et il denominatore del quale si troua moltiplicando in se stesso il numero, che nasce à moltiplicare il denominatore del rotto aggiunto, via il denominatore del rotto totale. Ancora dicendo da $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al denominatore primiero fino à $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. rotto totale, trouaremo la differenza *(perche hanno vn medesmo numeratore 2.)* dicendo, il 9. denominatore del rotto minore, supera $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto maggiore in $\frac{7}{9}$. & questo moltiplicato via 2. numeratore del rotto maggiore, fà $1\frac{4}{9}$. per numeratore del restante *(ò differenza, che sarà da $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto detto, à $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. rotto totale)* essendo denominatore il prodotto delli denominatori di detti dui rotti, cioè 9. via $8\frac{2}{9}$. però $\frac{1\frac{4}{9}}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. sarà il restante, ò differenza, che è dal rotto aggiunto, al rotto totale, & questo moltiplicandolo via il rotto totale, cioè via $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. farà $\frac{2\frac{8}{9}}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. cioè $\frac{28}{9.\ \text{via}\ 9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. Quale operatione resulta l'istesso, che l'altra operatione superiore nel trouare l'eccesso del quadrato della ℞. Onde per regola vniuersale diremo, che. Cauato il rotto aggiunto al denominatore primiero del rotto totale, & il restante moltiplicato via il rotto totale, il prodotto sarà l'eccesso, in che il quadrato della ℞ supera il numero proposto da pigliarne la ℞. Potresimo ancora dire. Del denominatore totale $8\frac{2}{9}$. presa la parte istessa, che significa il $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al primiero denominatore, cioè li $\frac{2}{9}$. che sono $1\frac{6}{8}\frac{7}{1}$. & postolo sopra ad vna riga per numeratore, ponasi di sotto l'istesso denominatore totale $8\frac{2}{9}$. per denominatore, & haueremo $\frac{1\frac{6}{8}\frac{7}{1}}{8\frac{2}{9}}$. questo rotto hora si caui dal rotto totale $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. che resta $\frac{\frac{1}{8}\frac{4}{1}}{8\frac{2}{9}}$. qual restante si moltiplichi via il rotto totale $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. che il prodotto $\frac{\frac{2}{8}\frac{8}{1}}{8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. cioè $\frac{28}{81.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. sarà l'eccesso cercato. Ouero potresimo anco dire. Del denominatore totale $8\frac{2}{9}$. si pigli la parte significata dal $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al denominatore primiero, che sarà $1\frac{6}{8}\frac{7}{1}$. & questo si caui dal 2. numeratore del rotto totale *(che è il vero auanzo della ℞)* & resta $\frac{1}{8}\frac{4}{1}$. & questo si moltiplichi via il 2. numeratore detto, che fà $\frac{2}{8}\frac{8}{1}$. il che è numeratore dell'eccesso cercato, essendo denominatore il quadrato di $8\frac{2}{9}$. denominatore totale, però esso rotto dell'eccesso sarà $\frac{\frac{2}{8}\frac{8}{1}}{8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. cioè $\frac{28}{81.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. Et essendo proposto 24. da pigliarne la ℞ eccedente. Dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. auanzarà 8. per numeratore del rotto, ò seconda parte,

parte, che il denominatore primiero ſarà 8. dopplo al 4. prima parte della ℞, & il rotto da giongere à queſt'8. ſarà $\frac{8}{9}$. *(che hà per numeratore il medeſmo 8. auanzato, & per denominatore hà 9. che è 1. più dell' 8. ò del doppio della prima parte della ℞)* & così il denominatore totale ſarà $8\frac{8}{9}$. & il rotto totale $\frac{8}{8\frac{8}{9}}$. che ſarà ſempre maggiore, come s'è detto, dell' $\frac{8}{9}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, poiche ſempre il numeratore di ciaſcuno di loro è l'iſteſſo 8. auanzo, ma il denominatore del totale, cioè $8\frac{8}{9}$. non arriuarà mai à 9. che è vna vnità più dell' 8. ſempre, & così eſſendo il denominatore del rotto totale minore del denominatore del rotto aggiunto, ne ſegue, che conuerſamente il rotto totale ſarà maggiore del rotto aggiunto; queſto rotto totale $\frac{8}{8\frac{8}{9}}$. che è $\frac{72}{80}$. gionto al 4. prima parte della ℞, fà $4\frac{9}{10}$. che ſarà la ℞ eccedente di 24. propoſto, & l'eceſſo ſarà $\frac{1}{100}$.

Di 24. la ℞ eccedente ſia $4\frac{8}{8.\ \&\ \frac{8}{9}}$. che è $4\frac{72}{80}$. cioè $4\frac{9}{10}$. Il quadrato è $24\frac{1}{100}$.
Cauato $\frac{8}{9}$. rotto aggiunto da $\frac{9}{10}$. rotto totale, reſta $\frac{1}{90}$. & queſto moltiplicato via $\frac{9}{10}$. rotto totale, fà $\frac{1}{100}$. che è l'eceſſo, in che il quadrato di $4\frac{9}{10}$. ſupera il 24.

Et proponendoſi $24\frac{5}{6}$. da pigliarne ſimilmente la ℞ eccedente. Dicendo l'intiero, ò prima parte eſſere 4. l'auanzo ſarà $8\frac{5}{6}$. per numeratore del rotto, ò ſeconda parte, che il denominatore primiero ſarà 8. doppio del 4. prima parte della ℞, & il rotto da giongere à queſt' 8. ſarà $\frac{8\frac{5}{6}}{9}$. che hà per numeratore il medeſmo $8\frac{5}{6}$. auanzato, & per denominatore hà 9. che è 1. più dell'8. doppio della prima parte della ℞, & così il denominatore totale ſarà $8\frac{8\frac{5}{6}}{9}$. & il rotto totale $\frac{8\frac{5}{6}}{8\frac{8\frac{5}{6}}{9}}$. qual rotto totale ſarà ſempre maggiore *(come s'è detto)* dell' $\frac{8\frac{5}{6}}{9}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, poiche ſempre il numeratore di ciaſcuno di loro è l'iſteſſo $8\frac{5}{6}$. auãzo, ma il denominatore del rotto totale, cioè $8\frac{8\frac{5}{6}}{9}$. non arriua mai à 9. chè è vna vnità più dell'8 ſempre, & così eſſendo il denominatore del rotto totale minore del denominatore del rotto aggiunto, ne ſegue, che conuerſamente il rotto totale ſarà maggiore del rotto aggiunto; queſto rotto totale $\frac{8\frac{5}{6}}{8.\ \&\ \frac{8\frac{5}{6}}{9}}$. cioè $\frac{8\frac{5}{6}}{8.\ \&\ \frac{53}{54}}$. che è $\frac{477}{485}$. gionto al 4. prima parte della radice, fà $4\frac{477}{485}$. che è la ℞ eccedente propinqua di $24\frac{5}{6}$. propoſto, Et l'eceſſo ſarà $\frac{2809}{1411350}$.

Di $24\frac{5}{6}$. la ℞ eccedente ſia $4\frac{8\frac{5}{6}}{8.\ \&\ \frac{8\frac{5}{6}}{9}}$. cioè $4\frac{8\frac{5}{6}}{8.\ \&\ \frac{53}{54}}$

che è $4\frac{477}{485}$. Quadriſi

3816

$7\frac{421}{485}$

204185
227529
431714

fà $24\frac{196489}{235225}$. che è $\frac{2809}{1411350}$. più di $24\frac{5}{6}$.

39204 $\frac{1}{6}$
196020 $\frac{5}{6}$
468 $\frac{1}{6}$
2809

Per trouare l'eceſſo da $\frac{53}{54}$. 1 à $\frac{477}{485}$. 8

432

vi è $\frac{53}{26190}$. via $\frac{477}{485}$

2910

fà $\frac{2809}{1411350}$. che è l'eceſſo.

Cauato $\frac{53}{54}$. rotto aggiunto da $\frac{477}{485}$. rotto totale, reſta $\frac{53}{26190}$. quale moltiplicato via $\frac{477}{485}$. rotto totale, fà $\frac{2809}{1411350}$. che è l'eceſſo.

Potiamo ancora auuertire, come ſi diſſe à carte 55. che nel trouare la ℞ eccedente delli numeri, douendoſi giongere al denominatore primiero, cioè al doppio della prima parte della ℞, rotto tale, che formi poi rotto totale non minore, cioè maggiore del rotto aggiunto, & di quanto manco il rotto totale ſarà maggiore di queſto rotto aggiunto al denominatore primiero, tanto meno eccedente, cioè tanto più propinqua ſarà la ℞, poiche l'eceſſo è ſempre il prodotto, che naſce à moltiplicare il rotto totale, via quello, in che eſſo rotto totale ſupera il rotto aggiunto. Che ſe il rotto totale fuſſe minore del rotto aggiunto, allhora la ℞ così formata

ſaria

Piglisi la ℞ di $15\frac{3}{16}$. Sia $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{5}{4}}$

$7\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{62}$

$7\frac{20}{31}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{20}{31}}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{279}{1896}$

ch'è $3\frac{3}{4}$. & $\frac{93}{632}$ .che è $3\frac{567}{632}$. Quadrisi

158

3402

246

632

152944

321489

474433

$15\frac{75009}{399424}$.è il quad.

399424

24964

74892

l'eccesso è $\frac{117}{399424}$

Per trouare l'eccesso.

rotto aggiunto	rotto totale
$\frac{9}{62}$	$\frac{93}{632}$
5688	5776

$\frac{39}{632.\ \text{via}\ 31}$. via $\frac{93}{632}$

1

l'eccesso è $\frac{117}{399424}$

Ouero di $15\frac{3}{16}$. la ℞ sia

$3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{2}{3}}$

$7\frac{1}{2}$. & $\frac{27}{184}$

$7\frac{119}{184}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{119}{184}}$

207

1407

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{69}{469}$

$351\frac{3}{4}$

$420\frac{3}{4}$

chè è $3\frac{1683}{1876}$

10098

$5\frac{718}{1876}$

33768

13132

5049

13464

26928

4179457

Il suo quadrato è $15\frac{660081}{3519376}$

Per trouare l'eccesso.

rotto aggiunto	totale
$\frac{27}{184}$	$\frac{69}{469}$
1407	552
12663	12696

$\frac{3.\ 69}{469}$. via $\frac{33}{184.\ \text{via}\ 469}$

fà $\frac{99}{8.\ \text{via}\ 219961}$

cioè $\frac{99}{1759688}$. che è l'eccesso.

di 3519376. l'$\frac{1}{16}$.è

219961

659883

in $\frac{198}{3519376}$. cioè

in $\frac{99}{1759688}$.il quadra. della ℞ eccede $15\frac{3}{16}$.

Ouero di $15\frac{3}{16}$. la ℞ sia $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{5}{8}}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{79}{122}}$

che è $3\frac{3}{4}$. & $\frac{183}{1244}$

cioè la ℞ è $3\frac{279}{311}$. Quadrisi

1674

$5\frac{119}{311}$

37009

77841

114850

il quad. è $15\frac{18129}{96721}$

$6045\frac{1}{16}$

$18135\frac{3}{16}$

$6\frac{3}{16}$

manca $\frac{99}{1547526}$.per arriuare à $15\frac{3}{15}$.

9 3 366

933 311 1488

311 $7\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{61}$

1116 $7\frac{79}{122}$

rotto aggiunto	totale
$\frac{9}{61}$	$\frac{183}{1244}$
11196	11163.è

minore però il rotto totale è minore dell' aggiunto, & perciò la ℞ è scarsa.

$\frac{33}{61.\ \text{via}\ 1244}$.via $\frac{183}{1244}$ (3)

fà $\frac{99}{1547536}$. ch'è quanto manca al quadrato della ℞, per arriuare à $15\frac{3}{16}$.

saria non eccedente, ma scarsa, & tanto manco scarsa *(& però tanto più propinqua)* quanto manco il rotto totale fusse minore del rotto aggiunto, poiche la scarsezza è sempre il prodotto, che nasce à moltiplicare il rotto totale, via quello, in chè esso rotto totale è superato dal rotto aggiunto. Potiamo dico auuertire, che noi nel pigliare la ℞ d'vn numero proposto, posto per prima parte vn numero intiero, ò misto à beneplacito; & poi posto quello, che auanza dal quadrato d'essa prima parte al numero proposto per numeratore del rotto, ò seconda parte della ℞ sopra ad vna riga, & di sotto per denominatore primiero il doppio della prima parte della ℞, noi à questo denominatore primiero potremo giongere vn rotto à beneplacito, che sia minore di questo rotto primiero *(che se gli fusse eguale, ò maggiore, già sappiamo per le cose dette, che la ℞ così trouata saria scarsa)* & poi formato il rotto totale, & paragonatolo allo aggiunto, conosceremo la qualità della ℞, cioè se ella sia eccedente, ò scarsa; perche se il rotto totale sarà maggiore dell'aggiũto, la ℞ sarà ecce-

rà eccedente, ma se il totale fusse minore dell'aggiunto, la ℞ saria scarsa, & l'eccesso, ò scarsezza si trouaria nel modo detto, mediante essi dui rotti totale, & aggiunto. Che per esempio nel pigliare la ℞ di $15\frac{3}{16}$. dicendosi la prima parte essere $3\frac{3}{4}$. che il rotto primiero sarà $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. se noi à $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero giongeremo $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{3}{4}}$. rotto minore del primiero *(poiche questo aggiunto hauendo l'istesso numeratore, hà poi maggior denominatore)* cioè li giongeremo $\frac{9}{62}$. il denominatore totale sarà $7\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{62}$. cioè $7\frac{20}{31}$. & però il rotto totale sarà $\frac{93}{632}$. Hora paragonato questo rotto totale al $\frac{9}{62}$. rotto aggiunto, vediamo il totale esser maggiore dell'aggiunto, & però conosciamo la ℞ cercata, che sarà $3\frac{567}{632}$. douere essere eccedente, & l'eccesso sarà $\frac{117}{399424}$. che si troua moltiplicando il rotto totale, via $\frac{39}{632.\ \text{via}\ 31}$. in che il rotto totale è maggiore del rotto aggiunto. Et se al $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero hauessimo aggiunto non $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{3}{4}}$. ma $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{2}{3}}$. rotto manco minore del primiero $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. cioè li hauessimo aggiunto $\frac{27}{184}$. il denominatore totale saria $7\frac{1}{2}$. & $\frac{27}{184}$. che è $7\frac{119}{184}$. alquanto maggiore del $7\frac{20}{31}$. sopradetto, & però il rotto totale d'hora saria $\frac{69}{469}$. alquanto minore del $\frac{93}{692}$. sopradetto, & la ℞ d'hora saria $3\frac{1683}{1876}$. & però alquanto minore del $3\frac{567}{932}$. ℞ sopradetta, Et per vedere se la ℞ d'hora sia eccedente anco ella, ouero se sia scarsa *(che se la trouaremo eccedente, ella anco di necessità sarà più propinqua della sopradetta, essendo minore d'essa sopradetta)* paragonaremo il rotto totale d'hora $\frac{69}{469}$. al rotto aggiunto $\frac{27}{184}$. & conosceremo il totale essere maggiore dell'aggiunto, & consequentemente ancora questa essere ℞ eccedente, & più propinqua della sopradetta, essendo, come s'è detto, minore di lei, Et l'eccesso del quadrato di questa $3\frac{1683}{1876}$. sarà $\frac{99}{1759688}$. trouato à moltiplicare il rotto totale, via $\frac{33}{184.\ \text{via}\ 469}$. in che il rotto totale è maggiore del rotto aggiunto. Et se al $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero hauessimo aggiunto non $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{2}{3}}$. ma $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{5}{8}}$. rotto ancor manco minore del primiero $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. che non è l'$\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{2}{3}}$. cioè li hauessimo aggiunto $\frac{9}{61}$. il denominatore totale saria $7\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{61}$. che è $7\frac{79}{122}$. alquanto maggiore del $7\frac{119}{184}$. & però il rotto totale d'hora saria $\frac{183}{1244}$. alquanto minore del $\frac{69}{469}$. & la ℞ d'hora saria $3\frac{279}{311}$. & però alquanto minore del $3\frac{1683}{1876}$. ℞ antecedente. Et per vedere se la ℞ hora sia eccedente anco ella, ò scarsa, paragonaremo il rotto totale d'hora $\frac{183}{1244}$. al rotto aggiunto $\frac{9}{61}$. & conosceremo il rotto totale esser minore del rotto aggiunto, & consequentemente la ℞ trouata essere minore del vero, cioè essere scarsa, & la scarsezza del quadrato d'essa sarà $\frac{99}{1547536}$. che nasce à moltiplicare il rotto totale $\frac{183}{1244}$. via $\frac{33}{1244.\ \text{via}\ 61}$. in che il rotto totale è minore del $\frac{9}{61}$. rotto aggiunto.

Di $15\frac{3}{16}$. la ℞ sia $3\frac{3}{4}$. & $\cfrac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}.\ \&\ \cfrac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}.\ \&\ \frac{3}{20}}}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{45}{309}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{5}{34}$. che è $3\frac{61}{68}$. Quadrisi

Per trouare il mancamēto.

rotto totale rotto aggiūto

$\frac{5}{34}$ $\frac{3}{20}$

100 102

2

1 680

$\frac{5}{34}$. via $\frac{1}{340}$

68

fà $\frac{1}{2312}$. che è il mãc.

68
368
$5\frac{26}{68}$
1768
3721
5489
$15\frac{865}{4624}$
289
867
in $\frac{2}{2312}$. è scarso.

Et di $15\frac{3}{16}$. dicē. la ℞ essere $3\frac{3}{4}$. & $\cfrac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}.\ \&\ \cfrac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}.\ \&\ \cfrac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}}}$ cioè giongendo al denominatore primiero vn rotto, che per numeratore habbi l'$1\frac{1}{8}$. primiero, ma per denominatore habbi non solo il $7\frac{1}{2}$. primiero, ma anco tāto di più, quanto importa à punto l'$\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. rotto primiero, cioè habbi di più $\frac{9}{60}$. che con il $7\frac{1}{2}$. fà $\frac{13}{20}$. & sarà $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$. cioè $\frac{45}{300}$. cioè $\frac{5}{34}$. che con il $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero, fà $7\frac{11}{17}$. denominatore totale, & però il rotto totale sarà $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{11}{17}}$. cioè $\frac{153}{1040}$. perche l'aggiūto $\frac{5}{34}$. è $\frac{2600}{17680}$. & il totale è $\frac{2601}{17680}$. cioè il totale è maggiore dell'aggiūto, ci accorgiamo che di necessità ancora la ℞ sarà eccedēte, & in tāto, quāto si produce à moltiplicare $\frac{1}{17680}$. *(in che il rotto tot. è maggiore dell'aggiunto)* via esso tot. $\frac{153}{1040}$.

Ma

Ma seguitiamo à fare quest'altra consideratione. Di 15 $\frac{3}{16}$. dicendo la radice essere 3 $\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. sappiamo ella essere ℞ eccedente, perche il denominatore totale del rotto, ò seconda parte della ℞, è il doppio dell'intiero, ò prima parte, Et l'eccesso è quanto importa il quadrato di esso rotto, ò seconda parte della ℞, che il quadrato di $\frac{9}{60}$. cioè di $\frac{3}{20}$. è $\frac{9}{400}$. per l'eccesso.

Et dicendo la ℞ del 15 $\frac{3}{16}$. essere 3 $\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}. \& \frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}}$. sappiamo ella essere scarsa, perche nel rotto, ò seconda parte della ℞, al suo denominatore primiero 7 $\frac{1}{2}$. si è gionto $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. rotto istesso, ò vogliamo dire, rotto eguale al rotto primiero, Et la scarsezza del quadrato della ℞ totale sarà $\frac{1}{23120}$. che nasce à moltiplicare il rotto totale $\frac{5}{34}$. via $\frac{1}{3400}$. in che esso rotto totale è minore di $\frac{3}{20}$. rotto aggiunto al denominatore primiero.

La ℞ è 3 $\frac{3}{4}$. & $\frac{153}{1040}$
260
cioè 3 $\frac{933}{1040}$. Quadrisi
5598
5 $\frac{398}{1040}$
413920
870489
1284409
15 $\frac{202809}{1081600}$. è il quad.
67600
202800
però $\frac{9}{1081600}$ è l'eccesso.

rotto aggiunto	totale
$\frac{5}{34}$	$\frac{153}{1040}$
17	520
2600	2601

9. $\frac{153}{1040}$. via $\frac{1}{17680}$
1040

fà $\frac{9}{1081600}$. che è l'eccesso, in che il quadrato della ℞ supera il 15 $\frac{3}{16}$.

Et se hora dicessimo la ℞ del 15 $\frac{3}{16}$. essere 3 $\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. cioè se al denominatore primiero giongessimo vn rotto, che fusse eguale al rotto primiero sì, ma che di più al denominatore di questo, quale per cōmodità chiamaremo secondo denominatore, ò denominatore del secōdo rotto, si giongesse vn rotto eguale anco egli al rotto primiero, che così si verrebbe ad alterar'il denominatore del secondo rotto, & consequentemente esso secondo rotto, consideriamo hora quello, che da ciò occorreria. Perche al secondo denominatore si è giunto $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{3}{20}$. egli si viene ad accrescere, douentando 7 $\frac{13}{20}$. & però il rotto secondo si viene à scemare, che di $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. egli douenta $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$. cioè $\frac{5}{34}$. però si viene à dire la ℞ di 15 $\frac{3}{16}$. essere 3 $\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$ Et paragonando questa alla ℞ poco di sopra detta essere 3 $\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. quale sappiamo essere scarsa, vedremo, che il rotto A, di questa $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$. cioè $\frac{5}{34}$. è minore del rotto à $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{3}{20}$. di quella sopradetta *(perche hauendo vn'istesso numeratore 1 $\frac{1}{8}$. il denominatore poi 7 $\frac{13}{20}$. dell' A, è maggiore del denominatore 7 $\frac{1}{2}$. dell' a, onde in questa giongendo $\frac{5}{34}$. minore al 7 $\frac{1}{2}$. denominatore primiero del rotto B)* minore sarà la sōma 7 $\frac{11}{17}$. *(che forma il denominatore del rotto totale)* di quello, che giongendo $\frac{3}{20}$. maggiore in quella al 7 $\frac{1}{2}$. denominatore primiero del rotto b, douenti la somma 7 $\frac{13}{20}$. che forma similmente il denominatore del rotto totale, cioè in questa il denominatore totale 7 $\frac{11}{17}$. sarà minore, che il denominatore totale 7 $\frac{13}{20}$. in quella, però conuersamente il rotto totale $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{11}{17}}$. cioè $\frac{153}{1040}$. in questa verrà ad essere maggiore, che il rotto totale $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$. cioè $\frac{5}{34}$. in quella, & consequentemēte la ℞ totale 3 $\frac{3}{4}$. & $\frac{153}{1040}$. cioè 3 $\frac{933}{1040}$. in questa, verrà ad essere maggiore, che la ℞ totale 3 $\frac{3}{4}$. & $\frac{5}{34}$. cioè 3 $\frac{61}{68}$. in quella. Perche dunque vediamo quest'vltima ℞ 3 $\frac{933}{1040}$. essere maggiore di quella antecedente 3 $\frac{61}{68}$. se bene sappiamo la antecedente detta essere scarsa, non potiamo di quì conoscere se questa sia scarsa anco ella, & però più propinqua, ò se sia eccedente; poiche essendo il quadrato di questa, maggiore del quadrato di quella, non sappiamo se egli sia maggiore in modo, che egli superi, ò nò, il 15 $\frac{3}{16}$. di che s'è presa la ℞. Onde per chiarirci della qualità di questa 3 $\frac{933}{1040}$. noi verremo à far paragone del rotto totale in essa, che è $\frac{153}{1040}$. al $\frac{5}{34}$. rotto aggiunto al denominat. primiero 7 $\frac{1}{2}$. & vedremo, che il rotto totale è $\frac{2601}{17680}$. & l'aggiūto è solo $\frac{2600}{17680}$. Onde essendo il rotto totale maggiore dell'aggiunto, conosciamo la ℞ detta 3 $\frac{933}{1040}$. essere eccedente. Et l'eccesso facilmente si conosce essere $\frac{9}{1081600}$. che nasce à moltiplicare il

rotto totale $\frac{1}{1040}$. via $\frac{1}{1040.\ \text{via}\ 17}$. in che egli supera il rotto aggiunto. Passiamo hora auanti nella consideratione di questo modo in andar trouando altre radici, con andar giongendo di mano in mano al denominat. del rotto, che nella ℞ antecedente, è vltimo vn rotto eguale al primiero; ma per maggior cōmodità supponiamo vn numero facile da pigliarne la ℞, & poniamo la prima parte d'essa numero intiero. Hor sia 18. il numero proposto, & si dica la prima ℞ essere 4. & $\frac{2}{8}$. cioè $4\frac{1}{4}$. che sarà eccedente in $\frac{1}{16}$. quadrato del rotto $\frac{1}{4}$.

La seconda ℞ trouandola nel modo sopradetto sarà 4. & $\frac{2}{8}$.& $\frac{2}{8}$. cioè 4.& $\frac{2}{8}$.& $\frac{1}{4}$. che è 4. & $\frac{8}{33}$. quale sarà scarsa in $\frac{2}{1089}$. che nasce à moltiplicare il rotto totale $\frac{8}{33}$. via $\frac{1}{132}$. in che esso rotto totale è minore di $\frac{1}{4}$. rotto aggiunto.

Di 18. la ℞ sia 4. & $\cfrac{2}{8.\ \&\ \cfrac{2}{8.\ \&\ \cfrac{2}{8}}}$ rotto totale $\frac{33}{136}$ aggiunto $\frac{8}{33}$

cioè 4. & $\cfrac{2}{8.\ \&\ \cfrac{8}{33}}$ $\cfrac{2}{8\frac{1}{4}}$ 1089   1088

$\frac{66}{272}$ $\frac{8}{33}$ $\frac{1}{136.\ \text{via}\ 33}$. via $\frac{33.\ 1}{136}$

che è $4\frac{33}{136}$ Quadrisi   fà $\frac{1}{18496}$. che è l'eccesso.

$17\frac{16}{17}$ $\frac{1089}{18496}$ 1088

Il [quadrato] è $18\frac{1}{18496}$. però eccede in $\frac{1}{18496}$

¶ Notisi, che nō si potendo cōmodamēte nella stampa formare i rotti, & rotti di rotti come andariano, cioè così $4.\&\cfrac{2}{8.\&\cfrac{2}{8.\&\cfrac{2}{8}}}$ come ci siamo sforzati di fare in questo, noi da quì inãzi gli formaremo tutti à q̃sta similitudine 4.& $\frac{2}{8}$.& $\frac{2}{8}$.& $\frac{2}{8}$. facendo vn punto all'8. denominatore di ciascun rotto, à significare, che il seguente rotto è rotto d'esso denominatore.

Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$ rotto totale   aggiunto

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$ $\frac{272}{1121}$ $\frac{33}{136}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{8}{33}$ 36992   36993

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{33}$ $\frac{2.\ 272}{1121}$. via $\frac{1}{1121.\ \text{via}\ 136}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{33}{136}$ 1

che è 4. & $\frac{272}{1121}$. Quadrisi   fà $\frac{2}{1256641}$. che è il mancamento, Et è mancamento, perche il rotto totale si troua essere minore dell'aggiunto.

2176

$1\frac{1055}{1121}$

5605

117705

73984

Il quadrato è $17\frac{1256639}{1256641}$

però è scarso in $\frac{2}{1256641}$

La terza ℞, trouandola pure nel modo sopradetto, sarà 4. & $\frac{2}{8}$.& $\frac{2}{8}$.& $\frac{2}{8}$.ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. che è 4.& $\frac{2}{8}$.& $\frac{8}{33}$. cioè 4.& $\cfrac{1}{4\frac{4}{33}}$. che è 4.& $\frac{33}{136}$. quale sarà eccedente *(perche $\frac{33}{136}$. rotto totale è maggiore di $\frac{8}{33}$. rotto aggiunto)* Et l'eccesso del suo quadrato sopra al 18. proposto sarà $\frac{1}{18496}$. che nasce à moltiplicare $\frac{33}{136}$. rotto totale, via $\frac{1}{136.\ \text{via}\ 33}$. in che esso rotto totale è maggiore d'$\frac{8}{33}$. rotto aggiunto.

La quarta ℞ sarà 4. & $\frac{2}{8}$.& $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. che si riduce à 4. & $\frac{2}{8}$.& $\frac{2}{8}$.& $\frac{8}{33}$. ò vogliamo dire à 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{4}{33}$. che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{33}{136}$. & però 4. & $\frac{272}{1121}$. & questa ℞ $4\frac{272}{1121}$. sarà scarsa, perche il $\frac{272}{1121}$. rotto totale è minore di $\frac{33}{136}$. rotto aggiunto. Et la scarsezza sarà $\frac{2}{1256641}$. che nasce à moltiplicare $\frac{1}{136.\ \text{via}\ 1121}$. in che il rotto totale è minore dell'aggiũto, via il detto rotto totale.

La quinta ℞ sarà 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. che si riduce à 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{272}{1121}$. ò vogliamo dire à 4. & $\cfrac{1}{4\frac{136}{1121}}$. che è 4. & $\frac{1121}{4620}$. & questa ℞ $4\frac{1121}{4620}$. sarà eccedente, perche il $\frac{1121}{4620}$. rotto totale è maggiore di $\frac{272}{1121}$. rotto aggiũto. Et l'eccesso sarà $\frac{1}{21344400}$. che nasce à moltiplicare $\frac{1121}{4620}$. rotto totale, via $\frac{1}{1121.\ \text{via}\ 4620}$. in che esso rotto totale è maggiore di $\frac{272}{1121}$. rotto aggiunto.

La sesta

Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{272}{1121}$ rotto totale aggiunto

che è 4. & $\frac{1}{4\frac{136}{1121}}$

che è 4. & $\frac{1121}{4620}$. Quadrisi

1121
4620
8968
4348
4620
86960
26088
17392
1256641
21344401

rotto totale aggiunto: $\frac{1121}{4620}$ 1256641; $\frac{272}{1121}$ 1256640

$\frac{1}{1121. \text{ via } 4620}$. via $\frac{1121}{4620}$. 1

fà $\frac{1}{21344400}$. che è l'eccesso.

Et è eccesso, perche il rotto totale si troua essere maggiore dell'aggiunto.

il ☐ è 17 $\frac{21344401}{21344400}$. però eccede in $\frac{1}{21344400}$

La sesta ℞ sarà 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1121}{4620}$. ch'è 4. & $\frac{9240}{38081}$ & questa ℞ 4 $\frac{9240}{38081}$. sarà scarsa, perche il rotto totale si troua essere minore del rotto aggiũto. Et la scarsezza sarà $\frac{2}{1450162561}$. che nasce à moltiplicare $\frac{9240}{38081}$. rotto totale, via $\frac{1}{38081. \text{ via } 4620}$. in che esso rotto totale è minore di $\frac{1121}{4620}$. rotto aggiunto.

La settima ℞, (& la chiamiamo settima, perche sette è il numero delli rotti, che di mano in mano si sono accompagnati al 4. intiero, ò prima parte della ℞, che per la medesma causa, per commodità, habbiamo chiamate similmente le antecedenti, sesta, quinta, quarta, &c.) sarà 4 $\frac{38081}{156944}$. & questa è eccedente, perche il $\frac{38081}{156944}$. rotto totale è maggiore di $\frac{9240}{38081}$. rotto aggiunto. Et l'eccesso è $\frac{1}{24631419136}$.

Et così potremo seguire à trouare la ottaua, la nona, la decima, & altre di mano in mano, che più s'accostaranno al 18. proposto, l'vna in scarsezza, & l'altra in eccesso.

Sesta. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{8}{33}$.

ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4\frac{4}{33}}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{33}{136}$

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{272}{1121}$

ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4\frac{136}{1121}}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1121}{4620}$

cioè 4. & $\frac{9240}{38081}$. Quadrisi

Auuertasi bene in questi rotti, che non si può, ò non si deue schisare se non l'vltimo rotto di mano in mano, che da lui non hanno dependenza altri rotti, perilche con lo schisarlo non può variarsi il valore del rotto totale, come si variaria schisando altro rotto, che l'vltimo.

38081
73920
35839
38081
35839
286712
286712
107517
85377600
1450162559

rotto totale aggiunto: $\frac{9240}{38081}$ 42688800; $\frac{1121}{4620}$ 38081 456972 38081 42688801

il quad. è 17 $\frac{1450162559}{1450162561}$; $\frac{2}{\frac{9240}{38081}}$. via $\frac{1}{38081. \text{ via } 4620}$

però è scarso in $\frac{2}{1450162561}$ fà $\frac{2}{1450162561}$. che è il mancamento. Et è mancamento, perche il rotto totale si troua essere minore dell'aggiunto.

Settima. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{9240}{38081}$. però il rotto aggiunto al denominat. primiero sarà $\frac{9240}{38081}$.

76162

313888

che è 4. & $\frac{38081}{156944}$. però il rotto totale è $\frac{38081}{156944}$

rotto totale	rotto aggiunto	
38081	9240	156944
156944	38081	627776
1450162561	3766656	627776
	1412496	1412496
	1450162560	941664
		2354160
		2463141913б

$\frac{1}{156944.\ via\ 38081}$. via $\frac{1}{38081 \over 156944}$

fà $\frac{1}{2463141913б}$. che è l'eccesso. Et è eccesso, perche similmente il rotto totale eccede il rotto aggiunto al denominatore primiero.

Ottaua. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

Il che per causa della settima ℞ antecedente, che abbraccia li sette rotti inferiori col suo rotto totale *(quale rotto totale di quella verrà ad essere il rotto aggiunto al denominatore primiero in questa)* sappiamo significare 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{38081}{156944}$

313888

però la ℞ è 4 $\frac{313888}{1293633}$

rotto totale	rotto aggiunto
313888	38081
1293633	156944
1255552	1293633
1255552	10349064
2824992	10349064
1883328	3880899
4708320	49262838273
49262838272	

$\frac{313888}{1293633}^2$. via $\frac{1}{1293633.\ via\ 156944}$ 1

1293633

3880889

3880899

11642697

15523596

46570788

1673486338689

produce $\frac{2}{1673486338689}$. che è il mancamento del quadrato della ℞.

Et è mancamento, perche il rotto totale è minore del rotto aggiunto.

Nona. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{313888}{1293633}$

$\frac{1}{4}$ 156944

1293633

1293633

che è 4 $\frac{1293633}{5331476}$

rotto aggiunto	rotto totale
313888	1293633
1293633	5331476
4268108	1673486338689
469169888	che è maggiore.
69309188	
15994428	
1673486338688	

1. $\frac{1293633}{5331476}$. via $\frac{1}{5331476.\ via\ 1293633}$ 1

il prodotto è $\frac{1}{5331476.\ via\ 5331476}$. che è l'eccesso del quadrato della ℞. Et è eccesso, perche il rotto totale è maggiore dell'aggiunto.

Decima. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1293633}{5331476}$ rotto aggiunto

che è 4. & $\frac{10662952}{43945441}$ $\frac{1293633}{5331476}$

63977712 131836323
74640664 131836323
149281328 1582035876
31988856 395508969
31988856 527345292
53314760 56849272677153
56849272677152. che è minore.

$\frac{1}{43945441.\ via\ 5331476}$. via $\frac{10662952}{43945441}$ 2
1

fà $\frac{1}{43945441.\ via\ 43945441}$. che è il mancamento del quadrato della ℞.

Et è mancamento, perche il rotto totale è minore dell'aggiunto.

Vndecima. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{10662952}{43945441}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{5331476}{43945441}$ rotto aggiunto

che è 4. & $\frac{43945441}{181113240}$ $\frac{10662952}{43945441}$

43945441 42651808
175781764 341214464
131836323 10662952
395508969 117292472
19775444845 191933136
1933599404 19312017846844480
19312017846844481. che è maggiore.

$\frac{1}{181113240.\ via\ 43945441}$. via $\frac{43945441}{181113240}$ 1
1

fà $\frac{1}{181113240.\ via\ 181113240}$. che è l'eccesso.

Et è eccesso, perche il rotto totale eccede l'aggiunto.

Duodecima. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{43945441}{181113240}$ rotto aggiunto $\frac{43945441}{181113240}$

che è 4. & $\frac{362226480}{1492851361}$ $\frac{1492851361}{43945441}$

362226480 1492851361
181113240
108667944 5971405444
869343552 65685459884
36222648 4478554083
398449128 13435662249
652007664 67178311245

Il rotto totale è minore. 656040114065952000 656049114065952001

$\frac{1}{1492851361.\ via\ 181113240}$. via $\frac{362226480}{1492851361}$ 2
1

fà $\frac{2}{1492851361.\ via\ 1492851361}$. che è il mancam. Et è mācam. perche il rotto (tot. è minore dell'aggiunto.

Decimaterza. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{362226480}{1492851361}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{181113240}{1492851361}$

rotto aggiunto $\frac{362226480}{1492851361}$. che è 4. & $\frac{1492851361}{6152518684}$

6152518684
362226480
36915112104
295320896832
12305037368
135355411048
221490672624
2228605186039552320

1492851361
1492851361
1492851361
8957108166
19407067693
7464256805
13435662249
20899919054
41799838108

è maggiore 2228605186039552320

1. $\frac{1492851361}{6152518684}$. via $\frac{1}{6152518684.\ \text{via}\ 1492951361}$

1

fà $\frac{1}{6152518684.\ \text{via}\ 26152518684}$. che è l'eccesso.

Et è eccesso, perche il rotto totale eccede l'aggiunto.

Decimaquarta. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{2}$. & $\frac{1492851361}{6152518684}$

rotto aggiunto $\frac{1492851361}{6152518684}$. che è 4. & $\frac{12305037368}{50713000833}$

1492851361
50713000833
4478554083
4478554083
11942810888
19407067693
10449959528
7464256805
75706972313938183713

12305037368
6152518684
73830224208
103362313891 2
221490672624
307625934200
184575560520
73830224208
75706972313938183712

per il rotto totale, però egli è minore.

$\frac{12305037368}{50713000833}$ [2]. via $\frac{1}{50713000833.\ \text{via}\ 6152518684}$

1

fà $\frac{2}{50713000833.\ \text{via}\ 50713000833}$. che è la scarsezza.

Et è scarsezza, ò mancamento, perche il rotto totale è minore dell'aggiunto.

Deci-

Decimaquinta. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{12305037368}{50713000833}$

$\frac{1}{4}$. & $\frac{6152518684}{50713000833}$ **rotto aggiunto**

che è 4. & $\frac{50713000833}{209004522016}$ $\frac{12305037368}{50713000833}$

50713000873 12305037368

50713090833 209004522016

152139002499 196880597888

152139002499 24610074736

405704006664 24610074736

659269010829 110745336312

354991005831 553726681560

233565004165 24610074736

25718084534878586893889 25718084534878586893888

per il rotto totale, però egli è maggiore.

$\frac{1}{209004522016.\ via\ 50713000833}$ .via $\frac{50713000833}{209004522016}$ 1.

1

fà $\frac{1}{209004622016.\ via\ 209004522016}$. che è l'eccesso.

Et è eccesso, perche il rotto totale eccede l'aggiunto.

E' bene da notare, che il numeratore del rotto, che mostra l'eccesso, nelle radici eccedenti si vede essere sempre 1. in ciascuna ℞ eccedente, cioè hora questi numeratori delli eccesi sono sempre vn'istesso numero; Et ciò auuiene, perche hora il rotto primiero $\frac{2}{8}$. che viene ad essere $\frac{1}{4}$. hà per numeratore la vnità, della quale vnità, quante si voglino continue moltiplicationi, via la medesma vnità, producono sempre l'istesso 1. Et il numeratore del rotto, che mostra la scarsezza, nelle radici scarse si vede essere sempre 2. cioè due volte tanto, ò il doppio delli 1. numeratori per ordine delli rotti delli eccesi, essendosi schisato il rotto primiero $\frac{2}{8}$. per 2. hauendolo ridotto ad $\frac{1}{4}$. cioè hora similmente questi numeratori sono anco esi sempre vn'istesso numero eguale al numeratore non schisato del rotto primiero. Et il denominatore d'esi rotti così nelle radici scarse, come nelle eccedenti, è sempre numero quadrato, perche egli è sempre il quadrato del denominatore del rotto della radice.

Hora considerando noi, le quindici radici trouate nel modo sopradetto, del 18. proposto, vedremo, che esse tengono questo mirabile ordine; che la prima, cioè doue è vn simplice rotto *(che hà per numeratore l'auanzo, qual manca al quadrato dell'intiero, ò prima parte della ℞ ad arriuare al 18. proposto, & per denominatore hà il doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞)* è ℞ eccedente. La seconda, doue sono dui rotti *(cioè doue al denominatore del rotto primiero è gionto vn rotto eguale al denominatore primiero)* è ℞ scarsa, ma più propinqua in scarsezza, che non è la eccedente prima in eccesso, cioè tale, che la sua scarsezza è minore dell'eccesso della prima antecedente. La terza doue sono tre rotti, è ℞ eccedente più propinqua delle antecedenti. La quarta, doue sono quattro rotti, è ℞ scarsa più propinqua similmente della terza. La quinta, doue sono cinque rotti, è ℞ eccedente: La sesta, doue sono sei rotti, è ℞ scarsa. La settima, doue sono sette rotti, è ℞ eccedente. La ottaua, doue sono otto rotti, è ℞ scarsa. La nona, doue sono noue rotti, è ℞ eccedente; Et così seguono ordinatamente in essere l'vna eccedente, & l'altra scarsa; Et sempre ciascuna d'esse è più propinqua della à lei antecedente; & consequentemẽte di qual si vogli delle antecedenti: Onde ciascuna d'esse radici, che hà il numero delli rotti partiali, che la formano in numero disparo *(cioè che sia, ò vn rotto solo, ò 3. rotti, ò 5. ò 7.)* è ℞ eccedente, Et ciascuna d'esse radici, che hà il numero delli rotti partiali, che la formano in numero paro *(cioè che siano, ò 2. rotti, ò 4. ò 6. &c.)* è ℞ scarsa.

Ne ancora voglio restare di scoprire vn'altra mirabile proprietà di questo modo di pigliare le radici continuamente più propinque, & è, che con esso si trouano ancora le radici istesse, che si trouariano con il modo ordinario già in principio mostrato del trouare la ℞ eccedẽte, & andarsi continuamente appropinquando con altre ℞ eccedenti, cioè ponendo la prima ℞ eccedente del 18. essere pure $4\frac{2}{8}$. ò vogliamo dire $4\frac{1}{4}$. & partire l'eccesso del quadrato di questa,

che

Di 18. sia la ℞ eccedente $4\frac{1}{4}$. che eccede in $\frac{1}{16}$. quadrato del rotto $\frac{1}{4}$.

Operatione per trouare vna seconda ℞ eccedente più propinqua.

Il doppio della prima ℞, che è partitore è $8\frac{1}{2}$. $\frac{1}{16}$. è l'eccesso da partire.

Ne viene $\frac{1}{136}$. che si caua da $4\frac{1}{4}$. prima ℞, & resta $4\frac{33}{136}$. che è seconda ℞ più propinqua. Eccedendo in $\frac{1}{18496}$. quadr. d' $\frac{1}{136}$. differenza, in che questa ℞ è superata dalla prima mãco propinqua.

Operatione per trouare vna terza ℞ eccedente più propinqua.

doppio della seconda antecedente ℞, che è partitore. — eccesso del suo quadrato, che s'hà da partire.

$8\frac{33}{68}$. cioè $\frac{577}{68}$ — $\frac{1}{18496}$ — $\frac{1}{272}$ — $\frac{577}{272} \quad \frac{}{156944}$

ne viene $\frac{1}{156944}$. da cauare dalla ℞ $4\frac{33}{136}$

1154
3462
38082
$\frac{1}{38081}$

resta $4\frac{38081}{156944}$. che è terza ℞ più propinqua.

Eccedendo in $\frac{1}{156944.\ via\ 156944}$. quadrato d' $\frac{1}{156944}$. in che questa terza ℞ è superata dalla seconda manco propinqua.

Operatione per trouare vna quarta ℞ eccedente più propinqua.

doppio della terza ℞ antecedente, che è partitore — eccesso del suo quadrato, che s'hà da partire.

$8\frac{76162}{156944}$. cioè $\frac{1331714}{156944}$ — $\frac{1}{156944.\ via\ 156944}$

$\frac{1331714}{156944}$

2197216
2668048
470832
2040272
209004522016

ne viene $\frac{1}{209004522016}$

da cauare da $4\frac{38081}{156944}$

1331714
38081
533134
647377
114243
495053
50713000834
1
50713000833

resta $4\frac{50713000833}{209004522016}$

che è quarta ℞ eccedente più propinqua.

L'eccesso del quadrato della quale è il quadrato di $\frac{1}{209004522016}$. in che q̃sta quarta ℞ è superata dalla antecedẽte terza mãco propinqua.

chè è $\frac{1}{16}$. *(quadrato dell' $\frac{1}{4}$. suo rotto)* per $8\frac{1}{2}$. doppio d'essa, & l'auuenimẽto $\frac{1}{136}$. cauare da essa ℞ $4\frac{1}{4}$. che resta $4\frac{33}{136}$. & questa è ℞ eccedente più propinqua, che la già detta, perche l'eccesso del quadrato di questa è solo $\frac{1}{18496}$. *(quadrato del rotto $\frac{1}{136}$. in che questa è ecceduta dalla antecedẽte)* Essa ℞ dico, cioè $4\frac{33}{136}$. così trouata viene ad essere vna delle trouate con il modo sopradetto dell'andar giõgẽdo il rotto primiero di mano in mano alli denominatori seguenti, & è la terza di quelle, cioè che è trouata con tre rotti, dicendo ella essere 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. quale se bene è la terza nell'ordine delle quindici radici iui trouate, è nondimeno la seconda delle eccedenti *(che la prima $4\frac{2}{8}$. è eccedẽte, ma la seconda $4\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. è scarsa.)* Et mediante questa ℞ eccedente $4\frac{33}{136}$. trouandone vn'altra più propinqua, con il modo ordinario, cioè partendo l'eccesso del quadrato di questa con il doppio d'essa, &c. che così si trouaria la seguente radice più propinqua essere $4\frac{38081}{156944}$. il quadrato della quale eccede il 18. proposto solo in $\frac{1}{156944.\ via\ 156944}$. quadrato della differenza di detta ℞ alla antecedente. Questa $4\frac{38081}{156944}$. viene anco ella ad essere vna delle trouate con il modo sopradetto, & è la settima in numero, cioè che è formata con sette rotti; ma è la quarta delle eccedenti. Et mediante questa ℞ eccedente $4\frac{38081}{156944}$. trouandone vn'altra più propinqua con il modo ordinario, ella saria $4\frac{50713000833}{209004522016}$. che è pure anco vna delle trouate con il modo sopradetto, & è la quintadecima, cioè la formata con 15. rotti, ma è nondimeno la ottaua delle eccedenti *(essendo l'altre sette tutte scarse)* Vediamo dunque il modo sopradetto comprendere in se l'ordinario, poiche con esso si trouano quelle istesse ℞ eccedenti, che si trouariano con l'ordinario, Et di più se ne trouano ancora molte altre eccedenti intermedie, come sono iui la quinta *(ò terza*

ecce-

Di 18. sia la ℞ scarsa trouata $4\frac{2}{8\frac{1}{4}}$. trouata propinquamente al nostro modo, cioè $4\frac{8}{33}$.

Cauisi $\frac{8}{33}$. rotto totale da $\frac{1}{4}$. rotto aggiunto, resta $\frac{1}{132}$. che moltiplicato via $\frac{8}{33}$. rotto totale, fà $\frac{2}{1089}$. il che è il mançamento del quadrato della ℞ $4\frac{8}{33}$.

Operatione per trouare vna seconda ℞ scarsa più propinqua.

℞ scarsa $4\frac{8}{33}$

℞ eccedente $4\frac{1}{4}$

somma $8\frac{65}{132}$. con la quale si parte il $\frac{2}{1089}$. mancamento.

$\frac{1121}{132}$ $\frac{2}{1089}$ $\frac{4}{33}$ $\frac{8}{}$

ne viene $\frac{8}{36993}$. da giongere alla ℞ $4\frac{8}{33}$.

1121 via 8 fà 8968, $+8$ = 8976

fà $4\frac{272}{1121}$. che è la seconda ℞ scarsa più propinqua.

$\frac{272}{1121}$ $\frac{2992}{12331}$ $\frac{8976}{36993}$

Per trouare la scarsezza. Cauisi questa seconda ℞ $4\frac{272}{1121}$. da $4\frac{1}{4}$. ℞ eccedente, cioè trouisi la differenza, che è da questa ℞, à $4\frac{1}{4}$. ℞ eccedente, & à $4\frac{8}{33}$. ℞ scarsa adoprate à trouar questa, & le differenze di questa ℞, à ciascuna delle due ℞ dette adoprate, si moltiplichino fra loro, che il prodotto sarà il mancamento del quadrato di questa al 18. proposto. O vogliamo dire, per trouare la scarsezza. Cauisi questa ℞ scarsa $4\frac{272}{1121}$. da $4\frac{1}{4}$. ℞ eccedente adoprata, & il restante si moltiplichi via il rotto $\frac{8}{36889}$. aggiunto alla antecedente ℞ scarsa $4\frac{8}{33}$. per formarne questa $4\frac{272}{1121}$. che il prodotto sarà la scersezza del quadrato di questa.

da $4\frac{272}{1121}$. à $4\frac{1}{4}$. cioè à $4\frac{280\frac{1}{4}}{1121}$

vi è $\frac{8\frac{1}{4}}{1121}$. che via $\frac{8}{36993}$. cioè via $\frac{8}{1121.\ \text{via}\ 33}$

fà $\frac{66.}{1121.\ \text{via}\ 1121.\ \text{via}\ 33}$. cioè $\frac{2}{1121.\ \text{via}\ 1121}$. che è $\frac{2}{1256641}$. per la scarsezza cercata.

eccedente) la nona (ò quinta eccedẽte) la vndecima (ò sesta eccedente) & la terzadecima (ò settima eccedente.) Ma di più con esso modo sopradetto si trouano ancora le radici scarse di mano in mano più propinque, che si trouariano con il modo ordinario di appropinquarsi, già detto in principio; quando però la prima ℞ scarsa sia, nõ la trouata con il modo ordinario à punto, che è formãdo il denominatore del rotto della ℞, con 1. più del doppio dell'intiero, ò prima parte d'essa ℞, cioè non con il dire la prima ℞ scarsa di 18. essere $4\frac{2}{9}$. ma che ella sia la trouata con il modo più propinquo dll'ordinario, che già si mostrò, giongendo al doppio dell'intiero non vna vnità, ma vn rotto eguale al rotto formato dall'auanzo, & dal doppio dell'intiero, che del 18. proposto ella si diria essere $4\frac{2}{8}\cdot\frac{2}{8}$. che è $4\frac{8}{33}$. cioè quella istessa prima ℞ scarsa, che con esso modo sopradetto si viene à trouare. Et che similmẽte nel trouare le ℞ scarse più propinque di questa $4\frac{8}{33}$. con il modo ordinario, alla ℞, che haueremo si gionga non l'intiero seguente, che è 5. ma più propinquamente se li gionga la nostra prima ℞ eccedente del 18. proposto, che è $4\frac{2}{8}$. cioè $4\frac{1}{4}$. Onde per trouare la ℞ scarsa più propinqua, che segue al $4\frac{8}{33}$. con il modo ordinario, noi al $4\frac{8}{33}$. ℞ scarsa, giongeremo $4\frac{1}{4}$. ℞ eccedente, che fà $8\frac{65}{132}$. & con questa somma partiremo $\frac{2}{1089}$. scarsezza della ℞ $4\frac{8}{33}$. & ne viene $\frac{8}{36993}$. quale giongeremo al $4\frac{8}{33}$. ℞ scarsa, & fà $4\frac{272}{1121}$. che è ℞ scarsa più propinqua, al quadrato della quale manca per arriuare al 18. solo $\frac{2}{1256041}$. prodotto delle differenze di questa ℞, alle due $4\frac{1}{4}$. & $4\frac{8}{33}$. gionte insieme, & adoprate nel trouar questa. Questa hora dico essere vna delle trouate con il modo sopradetto, & è la quarta, cioè la formata da quattro rotti partiali, che viene ad essere la seconda scarsa fra quelle. Et mediante questa con il modo ordinario, trouando la seguente terza ℞ scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{9240}{3808}$. quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la sesta, cioè la formata da sei rotti partiali, che viene ad essere la terza scarsa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{9240}{38081}$. trouando con il modo ordinario la seguente quarta ℞ scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{313888}{1293633}$. quale è pure fra le

 trouate

Operatione per trouare vna terza ℞ scarsa più propinqua. Essendo la seconda $4\,\frac{2}{1}\,\frac{7}{2}\,\frac{2}{1}$. Et la scarsezza del suo quadrato $\frac{2}{1256641}$.

℞ scarsa $4\frac{272}{1121}$ $\quad 280\frac{1}{4}$

$552\frac{1}{4}\quad 2209$

℞ eccedente $4\frac{1}{4}$ $\qquad$ scarsezza da partire.

somma $8\frac{2209}{4484}$. cioè $\frac{38081}{4484}$. partitore $\qquad \frac{2}{1256641}$

$\qquad\qquad 4 \qquad\qquad 1121$

ne viene $\frac{8}{38081.\ \text{via}\ 1121}$. da giongere à $4\frac{272}{1121}$. ℞ scarsa sopradetta.

fà $4\frac{9240}{38081}$. che è la terza ℞ scarsa.

$$\begin{array}{r} 38081 \\ \hline 76162 \\ 266567 \\ 76162\ \ 8 \\ \hline \end{array}$$

1121) numerat. 10358040. si schisa per 1121.

$$\begin{array}{r} \text{douenta}\ \ 9240 \\ \hline 2690 \\ \hline 4484 \end{array}$$

Per trouare la scarsezza.

da $4\frac{9240}{38081}$. ℞ scarsa trouata, à $4\frac{9520\frac{1}{4}}{38081}$. ℞ eccedente adoprata.

resta $\frac{280\frac{1}{4}}{38081}$. che via $\frac{8}{38081.\ \text{via}\ 1221}$. aggiũto alla ℞ scarsa adoprata.

fà $\frac{2242}{38081.\ \text{via}\ 38081.\ \text{via}\ 1121}$. cioè $\frac{2}{38081.\ \text{via}\ 38081}$. che è la scarsezza cercata, cioè $\frac{2}{1450162561}$

Operatione per trouare vna quarta ℞ scarsa più propinqua.

Essendo la terza $4\frac{9240}{38081}$. Et la scarsezza del suo quadrato $\frac{2}{1450162561}$

℞ scarsa $4\frac{9240}{38081}$

℞ eccedente $4\frac{9250\frac{1}{4}}{38081}$ $\qquad$ partitore $\qquad$ scarsezza da partire

somma $8\frac{18760\frac{1}{4}}{38081}$. cioè $\frac{323408\frac{1}{4}}{38081}$ $\qquad \frac{2}{38081.\ \text{via}\ 38081}$

$\qquad\qquad 1 \qquad\qquad 1$

ne viene $\frac{2}{1293633.\ \text{via}\ 38081}$. da giongere à $4\frac{9240}{38081}$

fà $4\frac{313888}{1293633}$. chè è la quarta ℞ scarsa più propinqua.

$$\begin{array}{r} 9240 \\ \hline 31047192 \\ 11642697\ \ 8 \\ \hline 38081)\ 11953168928 \\ 313888 \\ \hline 52886 \\ 148058 \\ \hline 338159 \\ 335112 \\ \hline 304648 \end{array}$$

Per trouare la scarsezza.

$323408\frac{1}{4}$. è l'$\frac{1}{4}$.

differenza $9520\frac{1}{4}$. alla eccedente.

trouate con il modo sopradetto, & è la ottaua, cioè la formata con otto rotti partiali, che viene ad essere la quarta scarsa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{}{1}\frac{3}{2}\frac{1}{9}\frac{3}{3}\frac{8}{6}\frac{8}{3}\frac{8}{3}$. trouando con il modo ordinario la seguẽte quinta ℞ scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{1}{4}\frac{0}{3}\frac{0}{9}\frac{6}{4}\frac{2}{5}\frac{9}{4}\frac{5}{4}\frac{2}{1}$. quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la decima, cioè la formata cõ dieci rotti partiali, che viene ad essere la quinta scarsa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{1}{4}\frac{0}{3}\frac{6}{9}\frac{6}{4}\frac{2}{5}\frac{9}{4}\frac{5}{4}\frac{2}{1}$. trouando con il modo ordinario la seguente sesta ℞ scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{}{1}\frac{3}{4}\frac{6}{9}\frac{2}{2}\frac{2}{8}\frac{2}{5}\frac{6}{1}\frac{4}{3}\frac{8}{6}\frac{0}{1}$. quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la duodecima, cioè la formata con dodici rotti partiali, che viene ad essere la sesta scarsa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{}{1}\frac{3}{4}\frac{6}{9}\frac{2}{2}\frac{2}{8}\frac{2}{5}\frac{6}{1}\frac{4}{3}\frac{8}{6}\frac{0}{1}$ trouando cõ il modo ordinario la seguente settima radice scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{1}{5}\frac{2}{0}\frac{3}{7}\frac{0}{1}\frac{5}{3}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{7}{0}\frac{3}{8}\frac{6}{3}\frac{8}{3}$. quale è similmente pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la quartadecima, cioè la formata con 14. rotti partiali, che viene ad essere la settima scarsa fra quelle. Et così vediamo tutte le radici scar-

$$\frac{9520\frac{1}{4}}{1293633}\text{. via }\frac{8}{1293633\text{. via }38081}$$

$$\text{fà }\frac{2}{1293633\text{. via }1293633}\text{. che è la scarsezza.}$$

Operatione per trouare la quinta ℞ scarsa più propinqua.

Essendo la quarta $4\frac{313888}{1293633}$. Et è la scarsezza del suo quadrato $\frac{2}{1293633\text{. via }1293633}$

℞ scarsa $4\frac{313888}{1293633}$

℞ eccedente $4\frac{323408\frac{1}{4}}{1293633}$

somma $8\frac{637296\frac{1}{4}}{1293633}$ scarsezza da partire.

partitore $\frac{10986360\frac{1}{4}}{1293633}$ $\frac{2}{1293633\text{. via }1293633}$

$$\text{ne viene }\frac{2}{10986360\frac{1}{4}\text{. via }1293633}\text{. giongasi à }4\frac{313889}{1293633}$$

313888
87890880
966799680
142822680
32959080
78472
2
3448486646154. schisisi per 1293633.
2665738
8612206
8504084
7422866
9547011
4915905
10349064

$\frac{2665738}{10986360\frac{1}{4}}$. è il rotto.

$4\frac{10662952}{43945441}$. è la quinta ℞ scarsa più propinqua.

Per trouare la scarsezza del quadrato d'essa quinta ℞.

$$\frac{2}{10986360\frac{1}{4}\text{. via }1293633}\text{. via }\frac{10986360\frac{1}{4}}{\frac{323408\frac{1}{4}}{43945441}}$$

$$\text{fà }\frac{4}{43945441\text{. via }43945441}\text{. che è la scarsezza.}$$

ci scarse di mano in mano più propinque, che si trouano con il modo ordinario essere à punto tutte quelle istesse per ordine senza intermedio d'altre scarse, che si trouano cō il modo sopradetto. Et però conosciamo ancora, che il modo ordinario nell' approsimatione, ò inuentione delle ℞ più propinque eccedenti, è molto più veloce, ò espediente, che il modo ordinario nella inuentione delle radici più propinque scarse; perche nelle eccedenti, dalla prima si và alla secōda, & poi alla quarta, & poi alla ottaua, delle trouate cō il modo sopradetto; ma nelle scarse, dalla prima si và alla seconda, poi alla terza, poi alla quarta, poi alla quinta, poi alla sesta, & poi alla settima delle trouate con il modo sopradetto, cioè cō il medesimo ordine à punto delle sopradette senza intermedio d'alcuna.

Notisi nondimeno, che se nell'andar ritrouando al modo ordinario delle radici scarse più propinque del 18. proposto, noi per radice eccedēte da giongere à quella ℞ scarsa, che allhora si hauesse, ci seruissimo nō della prima ℞ eccedēte $4\frac{1}{4}$. di continuo, ma di quella eccedēte più propinqua, che di mano in mano fusse prossima alla radice scarsa, che allhora si hauesse; operando così; più velocemente, cioè con manco numero d'operationi, ò radici scarse si peruerria alle radici scarse più propinque, che si trouassero con il modo sopradetto. Che se alla prima ℞ scarsa $4\frac{\ }{3}\frac{8}{3}$. giongeremo $4\frac{\ }{3}\frac{3}{6}$. ℞ eccedente prossima, che li segue *(più propinqua di $4\frac{1}{4}$.)* & farà $8\frac{8}{4}\frac{1}{4}\frac{7}{6}\frac{7}{8}$. & con questa somma partiremo $\frac{\ }{1}\frac{\ }{0}\frac{\ }{8}\frac{2}{9}$. scarsezza del quadrato di $4\frac{\ }{3}\frac{8}{3}$. ℞ sopradetta, & l'auuenimento giongeremo ad essa ℞ scarsa $4\frac{\ }{3}\frac{8}{3}$. la somma $4\frac{\ }{3}\frac{9}{8}\frac{2}{0}\frac{4}{8}\frac{0}{1}$. sarà ℞ scarsa più propinqua, & sarà vna delle sette radici scarse trouate fra le quindici radici, nel modo sopradetto; ma non la seconda d'esse sette radici scarse, anzi passando più auanti, ella verrà ad essere la terza.

Et hora

Operatione per trouare vna ſeſta ℞ ſcarſa più propinqua. Eſſendo la quinta $4\frac{10662952}{43945441}$

Et la ſcarſezza del ſuo quadrato $\frac{2}{43945441.\ \text{via}\ 43945441}$
1

℞ ſcarſa $4\frac{10662952}{43945441}$

℞ eccedente $4\frac{10986360\frac{1}{4}}{43945441}$

ſomma $8\frac{21649312\frac{1}{4}}{43945441}$. cioè $\frac{373212840\frac{1}{4}}{43945441}$ partitore; $\frac{2}{43945441.\ \text{via}\ 43945441}$ ſcarſezza da partire
1   1

ne viene $\frac{8}{149285 1361.\ \text{via}\ 43945441}$. giongaſi à $\frac{10662952}{43945441}$ fà $4\frac{362226480}{1492851361}$. che è la ſeſta ℞ ſcarſa più propinqua.

10662952
2985702722
7464256805
13435662249
2985702722
8957108166
8957108166
1492851361   8
15918202405477680. ſchiſiſi per 43945441
362226480
273457010
97843645
99527634
116367527
284766457
210938116
351563528

Per trouare la ſcarſezza.

$4\frac{362226480}{1492851361}$
$373212840\frac{1}{4}$

$\frac{8}{1492851361.\ \text{via}\ 43945441}$ .via $\frac{10986360\frac{1}{4}}{1492851361}$. 4
4
1

fà $\frac{2}{1492851361.\ \text{via}\ 1492851361}$. che è la ſcarſezza cercata.

Operatione per trouare la ſettima ℞ ſcarſa più propinqua. Eſſendo la ſeſta $4\frac{362226480}{1492851361}$

Et la ſcarſezza del ſuo quadrato $\frac{2}{1492851361.\ \text{via}\ 1492851361}$

℞ ſcarſa $4\frac{362226480}{1492851361}$

℞ eccedente $4\frac{373212840\frac{1}{4}}{1492851361}$

ſomma $8\frac{735439320\frac{1}{4}}{1492851361}$

partitore $\frac{12678250208\frac{1}{4}}{1492851361}$; ſcarſezza da partire $\frac{2}{1492851361.\ \text{via}\ 1492851361}$
1   1

ne viene $\frac{8}{50713000833.\ \text{via}\ 1492851361}$. giongaſi à $4\frac{362226480}{1492851361}$

$\frac{362226480}{108667944}$ fà $4\frac{12305037368}{50713000833}$. che è la settima ℞ scarsa più propinqua.

108667944
289781184
470894424
253558536
181113240 $\quad$ 8

1836959178197465 7848. schisisi per 1492851361

12305037368

4553754499

7520041674

5578486965

10999328827

5493693008

10151389254

11942810888

Per trouare la scarsezza.

$\frac{12305037368}{50713000833}$

$12678250208\frac{1}{4}$

$\frac{8}{50713000833.\ via\ 1492851361}$. via $\frac{373212840\frac{1}{4}.\frac{1}{4}}{50713000833}$

fà $\frac{\overset{1}{2}}{50713000833.\ via\ 50713000833}$. che è la scarsezza del quadrato di questa settima ℞.

Operatione per trouare vna ℞ scarsa di 18. più propinqua di $4\frac{}{3}\frac{8}{3}$. il quadrato della quale è scarso in $\frac{}{1}\frac{}{0}\frac{}{8}\frac{2}{9}$.

℞ scarsa $4\frac{8}{33}$ $\qquad$ 1088 / 1089 / 2177

℞ eccedente $4\frac{33}{136}$

somma $8\frac{2177}{4488}$. cioè $\frac{38081}{4488}$ $\qquad$ partitore $\qquad$ da partire $\frac{2}{1089}$

ne viene $\frac{8976}{38081.\ via\ 1089}$. da giongere à $4\frac{}{3}\frac{8}{3}$

$\frac{33}{1256673}$ $\qquad$ fà $4\frac{9240}{38081}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

8
10053384
8976
1089)10062360
9240

Per trouare la scarsezza.

da $4\frac{9240}{38081}$. à $4\frac{33}{136}$

2613
4356

1256673
1256640

$\frac{8976}{38081.\ via\ 1089}$. via; resta $\frac{33}{38081.\ via\ 136}$

cioè $\frac{136.\ via\ 33.\ via\ 2}{38081.\ via\ 338033}$ via $\frac{33}{38081.\ via\ 136}$

cioè $\frac{136.\ via\ 2}{38081.\ via\ 33}$ via $\frac{33}{38081.\ via\ 136}$

cioè $\frac{2}{38081}$. via $\frac{1}{38081}$. che fà $\frac{2}{1450162561}$

è la scarsezza del quadrato d'essa ℞ $4\frac{9240}{38081}$

Et hora per trouare di nuouo vna ℞ scarsa più propinqua di questa, se noi per giongerli ci seruiremo di $4\frac{}{1}\frac{3}{5}\frac{8}{0}\frac{0}{9}\frac{8}{4}\frac{1}{4}$. radice eccedente, che fra le quindici è prossima seguente à detta ℞ scarsa $4\frac{}{3}\frac{9}{8}\frac{2}{0}\frac{4}{8}\frac{0}{1}$. verremo à trouare per ℞ scarsa più propinqua $4\frac{1}{5}\frac{2}{0}\frac{3}{7}\frac{0}{1}\frac{5}{3}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{7}{0}\frac{3}{8}\frac{6}{3}\frac{8}{1}$. quale fra le quindici è la quartadecima, cioè la settima scarsa. Ma se per ℞ eccedente da giongere alla scarsa $4\frac{}{3}\frac{9}{8}\frac{2}{0}\frac{4}{8}\frac{0}{1}$. ci fussimo seruiti di $4\frac{1}{4}\frac{1}{6}\frac{2}{2}\frac{1}{0}$. che fra le quindici è prossima antecedente à detta radice scarsa $4\frac{}{3}\frac{9}{8}\frac{2}{0}\frac{4}{8}\frac{0}{1}$. trouaressimo per ℞ scarsa più propinqua $4\frac{}{1}\frac{3}{4}\frac{6}{9}\frac{2}{2}\frac{2}{8}\frac{2}{5}\frac{6}{1}\frac{4}{3}\frac{8}{6}\frac{0}{1}$. quale è fra le sette scarse sopradette, non la vltima, ò settima più propinqua, ma è la sesta ℞ scarsa fra quelle, non tanto propinqua, quanto è la settima.

Et così vediamo, come anco nelli auuertimenti già dati si è detto, che quanto più propinqua è la ℞ eccedente, che giongiamo alla scarsa per trouarne vn'altra scarsa, tanto maggiormente sarà propinqua la scarsa, che trouaremo.

Di 18. la ℞ scarsa al modo ordinario sia $4\frac{2}{9}$. & con essa al modo ordinario volendone trouare vn'altra scarsa più propinqua, si operarà come si vede in margine.

℞ scarsa $4\frac{2}{9}$

intiero seguẽte 5 che è ℞ eccedente.

partitore $9\frac{2}{9}$ $\frac{18}{81}$. scarsezza partire.

ne viene $\frac{14}{83.\ \text{via}\ 9}$. da giongere alla ℞ $4\frac{2}{9}$

166

fà $4\frac{20}{83}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

$9)\ \frac{14}{180}$

20

Per trouare la scarsezza del suo quadrato.

da $4\frac{20}{83}$. à 5. ℞ eccedente adoprata, vi è $\frac{63}{83}$. via $\frac{14}{83.\ \text{via}\ 9}$

cioè $\frac{7}{83}$. via $\frac{14}{83}$. fà $\frac{98}{83.\ \text{via}\ 83}$. cioè $\frac{98}{6889}$ che è la scarsezza cercata.

Di 18. la ℞ scarsa sia pure $4\frac{2}{9}$. Trouiamo vn'altra ℞ scarsa più propinqua cõ il modo ordinario, ma mediante $4\frac{1}{4}$. ℞ ecced.

$4\frac{2}{9}$ ℞ scarsa $\qquad \frac{305}{36}$. in $\frac{14}{81}$

$4\frac{1}{4}$ ℞ eccedente $\qquad 4 \quad 9$

$8\frac{17}{36}$. partitore

ne viene $\frac{56}{305.\ \text{via}\ 9}$ da giongere à $4\frac{2}{9}$

610

$\frac{56}{9)\ 666}$

fà $4\frac{74}{305}$

$4\frac{74}{305}$. è la ℞ scarsa più propinqua.

Per trouare la scarsezza.

da $4\frac{74}{305}$. à $4\frac{1}{4}$

$76\frac{1}{4}$

vi è $\frac{2\frac{1}{4}}{305}$. via $\frac{56}{305.\ \text{via}\ 9}$

cioè $\frac{\frac{1}{4}}{305}$. via $\frac{56}{305}$. fà $\frac{14}{93025}$. che è la scarsezza del quadrato di questa ℞ $4\frac{74}{305}$.

Et se quanto alle radici scarse, nel pigliarè la ℞ scarsa di 18. hauessimo detto al modo ordinario ella essere $4\frac{2}{9}$. *(formando il 9. denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intiero)* & che poi hauessimo trouato al modo ordinario vna ℞ scarsa più propinqua di questa, ma con giõgere al $4\frac{2}{9}$. prima ℞ scarsa, non 5. intiero seguente, ma più propinquamente $4\frac{2}{8}$. ℞ eccedente del medesmo 18. facendo per somma $8\frac{17}{36}$. & con essa partito $\frac{14}{81}$. scarsezza del quadrato della detta ℞ $4\frac{2}{9}$. che ne viene $\frac{56}{2745}$. & questo gionto à $4\frac{2}{9}$. ℞ scarsa detta, che fà $4\frac{74}{305}$. quale è ℞ scarsa più propinqua. Noi con il modo sopradetto dell'andar giongendo rotti al denominatore primiero del rotto primiero della prima ℞, &c. potressimo pure trouare la medesima ℞ scarsa più propinqoa $4\frac{74}{305}$. Ma conuerria, che hauẽdo detto la ℞ di 18. essere $4\frac{2}{8}$. che è eccedẽte, noi all'8. denominatore primiero giongessimo nõ $\frac{2}{8}$. medesimo, che è il rotto primiero, ma $\frac{2}{9}$. che è il rotto della prima ℞ scarsa ordinaria detta, formando per rotto $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{9}$. che saria $\frac{9}{37}$. & con l'intiero 4. faria $4\frac{9}{37}$. & questa saria ℞ eccedente, perche il rotto totale $\frac{9}{37}$. è maggiore del $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al denominatore primiero, & essendo maggiore in $\frac{7}{9.\ \text{via}\ 37}$. moltiplicãdo questo $\frac{7}{273}$. via $\frac{9}{37}$. rotto totale, faria $\frac{7}{1369}$. che è l'eccesso del quadrato d'essa ℞ $4\frac{9}{37}$. Poi seguendo à dire la ℞ di 18. essere $4\frac{2}{8}$. hora all'8. denominatore primiero si giongeria il $\frac{9}{37}$. rotto antecedente trouato, che così il rotto totale saria $\frac{2}{8}$. & $\frac{9}{37}$. cioè $\frac{74}{305}$. & con l'intiero 4. fà $4\frac{74}{305}$. quale è la ℞ scarsa trouata anco all'altro modo, & la scarsezza sarà $\frac{14}{93025}$. che si produce à moltiplicare il $\frac{74}{305}$. rotto totale, via $\frac{7}{305.\ \text{via}\ 37}$. in che esso rotto totale supera $\frac{9}{37}$. rotto aggiunto all'8. denominatore primiero.

Et se proponendosi 19. da pigliarne la ℞ scarsa propinqua, dicessimo al modo ordinario ella essere $4\frac{3}{9}$. cioè $4\frac{1}{3}$. il quadrato della quale è scarso in ($\frac{1}{3}$. via $\frac{2}{3}$.) $\frac{2}{9}$. & volessimo trouare al modo ordinario vn'altra ℞ scarsa più propinqua, ma giongessimo à questa $4\frac{1}{3}$. non 5. intiero seguente, ma più propinquamẽte $4\frac{3}{8}$. ℞ eccedente di 19. che la somma saria $8\frac{17}{24}$. & con essa par-

tito $\frac{2}{9}$. scarsezza della prima ℞, ne verria $\frac{16}{627}$. che gionto ad essa prima ℞ $4\frac{1}{3}$. fà $4\frac{75}{209}$.
per ℞ scarsa più propinqua. Noi con il modo sopradetto dell'andar giongendo rotti al deno-
minatore primiero, haueressimo pure trouato la istessa seconda ℞ scarsa più propinqua, ma
al denominatore del rotto primiero $\frac{3}{8}$. non bisogna giongere l'istesso $\frac{3}{8}$. ma il $\frac{3}{9}$. ò $\frac{1}{3}$. che è
rotto della prima ℞ scarsa $4\frac{1}{3}$. già detta, & adoprata p trouare la seconda, & così haueressimo
$4\frac{3}{8}$. & $\frac{1}{3}$. che è $4\frac{9}{25}$. & questa è ℞ eccedente *(che il rotto totale $\frac{9}{25}$. supera l'aggiunto $\frac{1}{3}$.)* il rot-
to della quale hora gionto al denominatore del rotto primiero $\frac{3}{8}$. formarà $4\frac{3}{8}$. & $\frac{9}{25}$. che è
$4\frac{75}{209}$. & è ℞ scarsa, & la medesima, che si troua con il modo ordinario. Et si poteua an-
co dire ella essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{1}{3}$. cioè $4\frac{3}{8}$. & $\frac{9}{25}$. che è $4\frac{75}{209}$. Onde si auuertisce, che se
bene, quando la ℞ si forma con tre rotti partiali, ella s'è detta essere eccedente, ciò è vero, &
auuiene, se essi tre rotti sono eguali fra loro, cioè che tutti siano come il rotto primiero eccedente $\frac{3}{8}$.

Operatione per trouare vna ℞ scarsa di 18. più propinqua di $4\frac{9240}{38081}$. il quadrato della quale è scarso in $\frac{2}{1450162561}$.

℞ scarsa $4\frac{9240}{38081}$

℞ eccedente $4\frac{38081}{156944}$

somma $8\frac{2900325121}{5976584464}$

partitore $\frac{50713000833}{5976584464}$ $\frac{2}{1450162561}$. scarsezza da partire.

ne viene $\frac{11953168928}{50713000833.\text{ via }1450162561}$. da giógere à $4\frac{9240}{38081}$

fà $4\frac{12305037368}{50713000833}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

156944
9240
3766656
1412496
1450162561
2900325121

156944
38081
156944
1255552
1255552
470832
5976584464

38081
50713000833
1256673
304648
495053
266567
190405
1931201784721473
9240
4634884283315352
17380816062493257
11953168928
1450162561) 17844304502779579448
12305037368
4423537707
7305002479
5418967457
10684797749
5336598224
9861105414
11601300488

Ouero per trouare vna ℞ scarsa di 18. più propinqua di $4\frac{9240}{38081}$. sia che ci seruiamo di $4\frac{1121}{4620}$. ℞ eccedente.

℞ scarsa $4\frac{9240}{38081}$

℞ eccedente $4\frac{1121}{4620}$

somma $8\frac{85377601}{175934220}$

partitore $\frac{1492851361}{175934220}$ $\frac{2}{1450162561}$. scarsezza da partire.

ne viene $\frac{351868440}{149285 1361.\text{ via }1450162561}$. da giongere à $4\frac{9240}{38081}$. fà $4\frac{362226480}{149285 1361}$. ch'è ℞ scarsa più propinqua.

38081
4620
76162
228486
152324
175934220

38081
1121
799701
418891
42688801
42688800
85377601

149285 1361
38081
149285 1361
11942810888
11942810888
4478554083
56849272678241
9240
1364382544277784
511643454104169
351868440
525287279898815280
1450162561. è schisat.
362226480
9023851159
3228757938
3284328168
3840030461
9397053395
6960780292
11601300488
eguali

dente $\frac{3}{8}$. Ma quando il terzo rotto, ò vltimo, fusse il rotto minore scarso $\frac{1}{3}$. cioè che fà la ℞ scarsa, allhora la ℞, che da essi tre rotti partiali si forma è scarsa anco ella.

Di 18. sia la ℞ $4\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{9}$. cioè $4\frac{9}{37}$. che è eccedente.

$\frac{9}{37}$. rotto totale $\frac{2}{9}$. rotto aggiũto

81 74

$\frac{7}{37.\text{ via }9}$. via $\frac{9}{37}$. fà $\frac{7}{37.\text{ via }37}$. che è l'eccesso del quadr. di $4\frac{9}{37}$. cioè $\frac{7}{1369}$.

Hora di 18. la ℞ sia $4\frac{2}{8}$. & $\frac{9}{38}$. cioè $4\frac{74}{305}$. che è ℞ scarsa.

$\frac{74}{305}$. rotto totale $\frac{9}{37}$. aggiunto

2738 2745

$\frac{2.74}{305}$ via $\frac{7}{305.\text{ via }37}$

1

fà $\frac{14}{305.\text{ via }305}$. che è la scarsezza.

Et se del 19. proposto da pigliarne la ℞ scarsa, noi al modo più propinquo hauessimo detto ella essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. cioè $4\frac{24}{67}$. Et hora, mediante questa, ne trouassimo vn'altra scarsa più propinqua al modo ordinario, ma giongendo à questa non 5. intiero seguente, ma più propinquamente giongendoli $4\frac{3}{8}$. che è ℞ eccedente di 19. & con la somma $8\frac{393}{536}$. partessimo $\frac{27}{4489}$. scarsezza della prima ℞ $4\frac{24}{67}$. che ne verria $\frac{14472}{4489.\text{ via }4681}$. da giongere ad essa prima ℞ $4\frac{24}{67}$. che faria $4\frac{1680}{4681}$. per seconda ℞ scarsa più propinqua. Noi ancora con il modo sopradetto, cioè dell'andar giongendo rotti al denominatore primiero,

Di 19. la ℞ scarsa sia $4\frac{3}{9}$. cioè $4\frac{1}{3}$. che è scarsa in $\frac{2}{9}$.

Operat. per trouare vn'altra scarsa più propinqua.

		partitore	da partire
℞ scarsa	$4\frac{1}{3}$	209	$\frac{2}{9}$
℞ eccedente	$4\frac{3}{8}$	24 / 8	3
somma	$8\frac{17}{24}$		

somma $8\frac{17}{24}$. ne viene $\frac{16}{627}$. gionto à $4\frac{1}{3}$. fà $4\frac{225}{627}$. cioè $4\frac{75}{209}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

Ouero operisi così.

Dicasi di 19. la ℞ essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{1}{3}$. cioè $4\frac{9}{25}$. che è eccedente in $\frac{6}{625}$. Et hora dicasi di 19. la ℞ essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{9}{25}$. cioè $4\frac{75}{209}$. che è ℞ scarsa.

Per trouare la scarsezza del quadrato di $4\frac{75}{209}$. da $4\frac{75}{209}$. ℞ trouata à $4\frac{3}{8}$. ℞ eccedente adoprata, vi è $\frac{27}{1672}$. che via $\frac{16}{627}$. differenza della medesma ℞ $4\frac{75}{209}$. trouata à $4\frac{1}{3}$. ℞ scarsa adoprata, cioè *(che è il medesimo)* $\frac{9}{209}$. via $\frac{2}{209}$. fà $\frac{18}{209.\ \text{via}\ 209}$. che è la scarsezza.

Per trouare la scarsezza del quadrato di $\frac{75}{209}$.

rotto totale $\frac{75}{209}$ — 1875   rotto aggiunto $\frac{9}{25}$ — 1881

$\frac{6}{209.\ \text{via}\ 25}$. via $\frac{75}{209}$ (3). fà $\frac{18}{209.\ \text{via}\ 209}$. che è la scarsezza cercata.

Di 19. la ℞ scarsa sia $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. cioè $4\frac{24}{67}$.

da $\frac{24}{67}$. rotto totale à $\frac{3}{8}$. aggiunto, vi è $\frac{9}{67.\ \text{via}\ 8}$.

che moltiplicato via $\frac{24}{67}$. rotto tot. fà $\frac{27}{67.\ \text{via}\ 67}$. che è la scarsezza del quadrato della ℞.

Operatione per trouare vna seconda ℞ scarsa più propinqua con il modo ordinario.

℞ scarsa	$4\frac{24}{67}$	192	201
℞ eccedente	$4\frac{3}{8}$	393	
somma	$8\frac{393}{536}$		

somma $8\frac{393}{536}$. cioè $\frac{4681}{536}$. in $\frac{27}{4489}$. scarsezza.

ne viene $\frac{14472}{21013009}$. da giongere à $4\frac{24}{67}$.

fà $4\frac{1680}{4681}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

4681
4489
42129
18724
224688
21013009

4681
67
32767
28086
313627
24
7547048
14472
4489) 7541520
1680
3$^{?}$525
35912

Ouero si trouarà così.

dicendo di 19. la ℞ scarsa essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$

$\frac{24}{67}$

$\frac{201}{560}$

eguali al rotto primiero, haueressimo potuto trouare essa medesima seconda ℞ scarsa più propinqua, & saria quella, che venisse formata da quattro rotti *(essendo quella d'vn rotto solo eccedente, quella di dui rotti, prima scarsa, quella di tre rotti eccedente, & quella di quattro rotti seconda scarsa)* cioè saria $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. cioè $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{24}{67}$. cioè $4\frac{3}{8}$. & $\frac{201}{560}$. ch'è $4\frac{1680}{4681}$. come s'è detto.

Hora se bene, senza ch'io dicessi altro, il giudicioso Lettore da se potria auuertire vna bellissima proprietà del modo sopradetto, cioè dell'andar giongendo rotti nel trouare di mano in mano radici più propinque, & scarse, & eccedēti à beneplacito, nondimeno per satisfare anco alli meno esercitati *(assicurandomi, che tutti siano per rēder sempre gratie à Dio, che ci vada illustrando l'intelletto in ampliare altamente questa Scienza)* dirò, che noi, senza andar trouādo con nuoue operationi di mano in mano vna ℞ più propinqua della antecedente, potiamo facilmente trouare vna ℞, ò scarsa, ò eccedente, che sarà molto, & molto propinqua al vero. Et si farà così.

Hauendo conosciuto, che quando il numero delli rotti partiali è disparo, la ℞ è eccedente; & quando il numero delli rotti è paro, la ℞ è scarsa; Se vorremo trouare vna ℞ molto propinqua, che sia scarsa, noi, oltre all'intiero della ℞ del numero proposto, scriueremo il rotto, che habbi per numeratore l'auanzo, & per denominatore il doppio dell'intiero, & poi al denominatore di questo rotto primiero giongeremo il medesimo rotto primiero, & al denominatore del secondo rotto giongeremo il medesmo rotto primiero, & così seguiremo à giongere à ciascun seguente denominatore esso rotto primiero, nel modo già visto, ponendo altri rotti quanti vorremo, in modo, che il numero d'essi rotti sia numero paro, & quanto maggiore sarà il numero paro d'essi rotti, tanto più propinqua ℞ scarsa ne deriuarà. Ma se vorremo, che la ℞ molto propinqua da trouare sia eccedente, noi poneremo essi rotti in numero disparo, & quanto maggiore sarà il numero disparo d'essi rotti, tanto più propinqua ℞ eccedente ne deriuarà. Poi ridutto il rotto, che sarà significato dalla quantità così formata à rotto ordinario, & giontolo all'intiero della ℞, il composto sarà la ℞ cercata

molto

cioè $4\frac{1680}{4681}$. che è la ℞ scarsa istessa adoprata. Quadrisi $4\frac{1680}{4681}$

Per trouare la scarsezza.

rotto totale rotto aggiunto

$\frac{1680}{4681}$ $\frac{201}{560}$

940800 940881

$\frac{81}{4681.\ \text{via}\ 560}$. via $\frac{1680.\ 3}{4681}$

fà $\frac{243}{4681.\ \text{via}\ 4681}$. che è la scarsezza.

13440
$2\frac{4078}{4681}$
37448
32767
18724
2822400

il quadr. è $18\frac{21911518}{21911761}$

la scarsezza è $\frac{243}{21911761}$

molto propinqua, ò scarsa, ò eccedēte, secondo che il rotto totale sarà formato ò da numero paro, ò disparo di rotti partiali, eguali al primiero. Che per esempio, Se di 18. proposto vorremo trouare vna ℞ eccedente molto propinqua, potremo dire l'intiero essere 4. & il rotto primiero essere $\frac{2}{8}$. & giongere al denominatore di questo rotto primiero il medesmo rotto $\frac{2}{8}$. e di nuouo giōgere al denominat. di questo il medesmo $\frac{2}{8}$. & così seguire à ponere altri rotti in modo, che il numero di tutti essi sia disparo; & poniamo, che se ne pongano 17. formando la quantità sottoposta, quale ridotta à rotto ordinario, & accompagnato al 4. intiero, farà $4\frac{1722749176961}{7100001229860}$. che è ℞ eccedente molto, & molto propinqua del 18. proposto. Et che ella sia eccedente, si conoscerà al solito, considerando il rotto totale $\frac{1722749176961}{7100001229860}$. essere maggiore del rotto aggiunto $\frac{418009044032}{1722749176961}$. Et per trouare l'eccesso del quadrato d'essa ℞, moltiplicaremo al solito il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera il rotto, che chiamiamo aggiunto, & il prodotto sarà l eccesso cercato.

Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4}$. è rotto della prima ℞, che è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. cioè $\frac{8}{33}$. è rotto della seconda ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{8}{33}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{33}$ che significa, ò importa $\frac{33}{136}$. è rotto della terza ℞, che è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{33}{136}$. cioè $\frac{272}{1121}$. è rotto della quarta ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{272}{1121}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{136}{1121}$. che significa $\frac{1121}{4620}$. è rotto della quinta ℞, che è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{1121}{4620}$. cioè $\frac{9240}{38081}$. è rotto della sesta ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{9240}{38081}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{4620}{38081}$. che significa $\frac{38081}{156944}$. è rotto della settima ℞, chè è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{38081}{156944}$. cioè $\frac{313888}{1293633}$. è rotto della ottaua ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{313888}{1293633}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{176944}{1293633}$. che significa $\frac{1293633}{5331476}$. è rotto della nona ℞, che è eccedēte.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{1293633}{5331476}$. cioè $\frac{10662952}{43945441}$. è rotto della decima ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{10662952}{43945441}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{5331476}{43945441}$. che significa $\frac{43945441}{181113240}$. è rotto della xj. ℞, che è ecced.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{43945441}{181113240}$. cioè $\frac{362226480}{1492851361}$. è rotto della duodecima ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{362226480}{1492851361}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{181113240}{1492851361}$. che significa $\frac{1492851381}{6152518684}$. è rotto della xiij. ℞, che (è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{1492851361}{6152518684}$. cioè $\frac{32305037368}{50713000833}$. è rotto della quartadecima ℞, che è scarsa.

 $\frac{2}{8}$. &

$\frac{2}{8}$. & $\frac{12305037368}{50713000833}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{6152158684}{50713000833}$. che significa $\frac{50713000833}{209004522016}$. è rotto della xv. ℞, che (è eccedente.

$\frac{2}{4}$. & $\frac{50713000833}{209004522016}$. cioè $\frac{418009044032}{1722749176961}$. è rotto della sestadecima ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{418009044032}{1722749176961}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{209004522016}{1722749176961}$. che significa $\frac{1722749176961}{7100001229860}$. è rotto d'lla xvij. (℞, che è ecced.

Perilche diremo $4\frac{1722749176961}{7100001229860}$. essere ℞ eccedente molto propinqua del 18. proposto; Et se volessimo ancora vna ℞ scarsa più propinqua di questa, cioè che il quadrato della scarsa fusse manco minore del 18. di quello, che il quadrato di questa eccedente sia maggiore del 18. noi preso il rotto di questa ℞ eccedente, li poneressimo da man sinistra nel modo, che si è fatto di sopra il $\frac{2}{8}$. rotto primiero eccedente del 18. ò vna volta, ò tre volte, ò 5. volte, ò altro numero di volte disparo, accioche essendo questo rotto composto da 17. rotti partiali, l'altro fusse poi composto da numero paro di rotti, che sariano, ò 18. ò 20. ò 22.&c. come si ricerca à formare ℞ scarsa, & ridutta la quantità, che si hauesse così formata à rotto ordinario, esso rotto con il 4. intiero componeria la ℞ scarsa più propinqua. Ma se volessimo ancora vna ℞ eccedente più propinqua della sopradetta, noi preso il rotto d'essa ℞ eccedente, li poneressino da man sinistra nel modo, che si è fatto di sopra il $\frac{2}{8}$. rotto primiero eccedente del 18. ò due volte, ò quattro volte, ò 6. volte, ò altro numero di volte paro; accioche essendo questo rotto sopradetto composto da 17. rotti partiali, l'altro, che formassimo più propinquo fusse poi composto da numero disparo di rotti, che sariano, ò 19. ò 21. ò 23. &c. come si ricerca à formare ℞ eccedente; & ridutta la quantità, che si hauesse così formata à rotto ordinario, esso rotto con il 4. intiero, componeria la ℞ eccedente più propinqua.

Di 18. sarà ℞ eccedente ancor più propinqua 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1722749176961}{7100001229860}$

$\frac{14200002459720}{58522759015841}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{7100001229860}{58522759015841}$

$\frac{58522759015841}{241190037293224}$

Cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{482380074586448}{1988043057361633}$

Che è 4. & $\frac{1988043057361633}{8193362266739756}$

Sia ancora, che di 24. proposto si dica la prima ℞ eccedente essere $4\frac{8}{8}$. cioè $4\frac{1}{1}$. che è 5. il quadrato della quale eccede il 24. proposto nel quadrato del rotto $\frac{8}{8}$. ò vogliamo dire del rotto $\frac{1}{1}$. qual quadrato è 1. Se vorremo trouare vn'altra ℞ molto propinqua, per mezo d'altre intermedie, da tenerne conto, ò nò, secondo che ci parerà, poiche à noi basta l'vltima più propinqua dell'altre, potremo operare, come si vede in margine.

$\frac{8}{8}$. che significa 1. è il rotto della prima ℞, che è eccedente, essendo l'intiero 4. Et l'eccesso è 1. (quadrato del rotto detto.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8}{8}$. ò vogliamo dire $\frac{1}{1\frac{1}{8}}$. che significa $\frac{8}{9}$. è il rotto della seconda ℞, che è scarsa, Et la scar-(sezza è il prodotto d' $\frac{1}{9}$. via $\frac{8}{9}$. cioè $\frac{8}{81}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8}{9}$. ò vogliamo dire $\frac{1}{1\frac{1}{9}}$. che significa $\frac{9}{10}$. è il rotto della terza ℞, che è eccedēte, Et l'ec-(cesso è il prodotto d' $\frac{1}{90}$. via $\frac{9}{10}$. cioè $\frac{1}{100}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{9}{10}$. cioè $\frac{80}{89}$. è il rotto della quarta ℞, che è scarsa, Et la scarsezza è il prodotto di ($\frac{1}{10.\ \text{via}\ 89}$. via $\frac{80}{89}$. cioè $\frac{8}{89.\ \text{via}\ 89}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{80}{89}$. ouero $\frac{1}{1\frac{9}{80}}$. che significa $\frac{89}{99}$. è il rotto della quinta ℞, che è eccedente, Et l'eccesso è il prodotto di $\frac{1}{89.\ \text{via}\ 89}$. via $\frac{89}{99}$. cioè $\frac{1}{99\ \text{via}\ 99}$.

$\frac{8}{8}$. &

$\frac{8}{8}$. & $\frac{88}{89}$. che è $\frac{792.}{881}$ è il rotto della sesta ℞, che è scarsa, Et la scarsezza è il prodotto di ($\frac{1}{99.\ via\ 881}$. via $\frac{792}{881}$. Cioè di $\frac{1}{881}$. via $\frac{8}{881}$. che fà $\frac{8}{881.\ via\ 881.}$

$\frac{8}{8}$. & $\frac{792}{881}$. ouero $\frac{1}{1\frac{99}{881}}$. che significa $\frac{881}{980}$. è il rotto della settima ℞, che è eccedente, Et (l'eccesso è il prodotto di $\frac{1}{980.\ via\ 881}$. via $\frac{881}{980}$. che è $\frac{1}{980.\ via\ 980.}$

$\frac{8}{8}$. & $\frac{881}{980}$. che è $\frac{7840}{8721}$. è il rotto della ottaua ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7840.}{8721}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{990}{8721}$. che è $\frac{8721}{9701}$. è il rotto della nona ℞, che è eccedente.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8721}{9701}$. che è $\frac{77608}{86329}$. è il rotto della decima ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{77608.}{86329}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{9701}{86329}$ che significa $\frac{86329}{96030}$. è il rotto della vndecima ℞, che è eccedēte.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{86329}{96030}$. che è $\frac{768240}{854569}$. è il rotto della duodecima ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{768240.}{854569}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{96030}{854569}$. che significa $\frac{854569}{950599}$. è il rotto della xiij. ℞, che è eccedente.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{854569}{950599}$. cioè $\frac{7604792}{8459361}$. è il rotto della xiiij. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7604792.}{8459361}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{950599}{8459361}$. che significa $\frac{8459361}{9409960}$. è il rotto della xv. ℞, che è eccedēte.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8459361}{9409960}$. cioè $\frac{75279680}{83739041}$. è il rotto della xvj. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{75279680.}{83739041}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{9409960}{83739041}$. che significa $\frac{83739041}{93149001}$. è il rotto della xvij. ℞, che è ecc.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{83739041}{93149001}$. cioè $\frac{745192008}{828931049}$. è il rotto della xviij. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{745192008.}{828931049}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{93149001}{828931049}$. che significa $\frac{828931049}{922080050}$. è il rotto d'lla xviiij. ℞, ch'è ecc.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{828931049}{922080050}$. cioè $\frac{7376640400}{8205571449}$. è il rotto della xx. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7376640400.}{8205571449}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{922080050}{8205571449}$. che significa $\frac{8205571449}{9127651449}$. è il rotto della xxj. ℞, che (è eccedente.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8205571449}{9127651449}$. cioè $\frac{73021211992}{81226783441}$. è il rotto della xxij. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{73021211992.}{81226783441}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{9127651449}{81226783441}$. che significa $\frac{81226783441}{90354434950}$. è il rotto della xxiij. (℞, che è eccedēte.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{81226783441}{90354434940}$. cioè $\frac{722835479520}{804062262961}$. è il rotto della xxiiij. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{722835479520.}{804062262961}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{90354434940}{804062262961}$. che significa $\frac{804062262961}{894416697901}$. è il rotto d'lla xxv. (℞, che è ecced.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{804062262961}{894416697901}$. cioè $\frac{7155333583208}{7959395846169}$. è il rotto della xxvj. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7155333583208.}{7959395846169}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{894416697901}{7959395846169}$. che significa $\frac{7959395846169}{8853812544070}$. è il rotto de lla (27. ℞, ch'è ecc.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7959395846169}{8853812544070}$. cioè $\frac{70830500352560}{78789896198729}$. è il rotto della 28. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{70830500352560.}{78789896198729}$ ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{8853812544070}{78789896198729}$. che sign. $\frac{78789896198729}{87643708742799}$. è il rotto della (29. ℞, ch'è ecc.

$\frac{}{8}$. &

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7378989 6198729}{876437087 42799}$. cioè $\frac{70114966 9942392}{779939566141121}$. è il rotto della 30. ℞, che è ſcarſa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{701149669942392}{779939566141121}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{876437087 42799}{779939566141121}$. che ſignifica $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. è il rotto della 31. ℞, che è ecc. Et l'eceſſo è il prod. di $\frac{1}{779339566141121 \text{. via } 8675832748839 20}$ via $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. che è $\frac{1}{867583274883920 \text{. moltiplicato in ſe medeſimo}}$

$\frac{8}{8}$. & $\frac{779939566131121}{867583274883920}$. cioè $\frac{694066619907136 0}{772060576521248 1}$. è il rotto della 32. ℞, che è ſcarſa.

Et la ſcarſezza è il prodotto di $\frac{1}{867583274883920 \text{. via } 772060576521248 0}$. via $\frac{694066}{772060}$ $\frac{6199071360}{5765212481}$. Ouero *(che reſulta l'iſteſſo)* Il prodotto di $\frac{1}{772060576521248 1}$. via $\frac{}{772060}$ $\frac{8}{5765212481}$. che è $\frac{8}{772060576521248 1 \text{. moltiplicato in ſe ſteſſo}}$. Cioè 8. eſimo del quadrato di 772060576521248 1.

Et ſe hauendo detto, la ℞ eccedente di 24. eſſere $4\frac{8}{8}$. cioè 5. il quadrato della quale eccede il 24. propoſto in 1. *(quadrato del rotto $\frac{8}{8}$.)* noi voleſsimo, mediante queſta prima ℞ eccedente 5. trouare altre radici eccedenti con il modo ordinario, operareſsimo come ſegue in margine.

Di 24. la prima ℞ eccedente ſia 5. l'eceſſo è 1. partito per 10. doppio della ℞, ne viene $\frac{1}{10}$. quale cauato da 5. prima ℞ detta, reſta $4\frac{9}{10}$. che è ſeconda ℞ eccedente più propinqua. Et l'eceſſo è $\frac{1}{100}$. quadrato d'$\frac{1}{10}$. in che queſta ſeconda ℞ è minore, ò vogliamo dire è differente dalla prima ℞ detta.

Operatione per trouare la terza ℞ eccedente più propinqua. Doppio della ℞ $8\frac{9}{5}$. cioè $\frac{49}{5}$ Eceſſo $\frac{1}{100}$ Ne viene $\frac{1}{980}$. quale ſi caua dalla ℞ $4\frac{9}{10}$. ò vogliamo dire $4\frac{882}{980}$. & reſta $4\frac{881}{980}$. che è la terza radice eccedente più propinqua. Et l'eceſſo è $\frac{1}{980 \text{. via } 980}$. quadrato di $\frac{1}{980}$. in che queſta terza ℞ è differente, ò minore della antecedente ſeconda.

(Margin figures: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{20}$.)

Operatione per trouare la quarta ℞ eccedente più propinqua.

Doppio della ℞. Eceſſo da partire.

$8\frac{881}{490}$. cioè $\frac{4801}{490}$ $\frac{1}{980 \text{. via } 980}$. Ne viene $\frac{1}{9602 \text{. via } 980}$. quale ſi caua dalla ℞ $4\frac{881}{980}$.

1 2

Et reſta $4\frac{8459361}{9409960}$. che è quarta ℞ ecced. più propinqua, Et l'eceſſo è $\frac{1}{9409960 \text{. via } 4909960}$ quadrato d'$\frac{1}{4909960}$. in che queſta ℞ è differente, ò minore della antecedente terza.

Operatione per trouare la quinta ℞ eccedente più propinqua.

doppio della ℞

46099201 Eceſſo del ſuo quadrato da partire

$4\frac{8459361}{4704980}$ $\frac{1}{9409960 \text{. via } 9409960}$. ne viene $\frac{1}{92198402 \text{. via } 6409960}$. da cauare dalla ℞ $4\frac{8459361}{9404980}$. & reſta $4\frac{779939566141121}{867583274883920}$. che è quinta ℞ eccedente più propinqua.

L'eceſſo del quadrato della quale è $\frac{1}{867583274883920 \text{. moltiplicato in ſe ſteſſo}}$. quadrato della quantità, in che queſta quinta ℞ è differente, ò minore della antecedente quarta.

9602	9602	92198402	92198402
881	980	8459361	9409660
1762	134428	92198402	553190412
5286	9409960	829785618	829785618
7929		3319142472	9127641798
8459362		4148928090	368793608
8459361		737587216	867583274883920
		7799395661411 22	

Sia ancora, che di 78. proposto la prima ℞ eccedente si dica essere 8. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. cioè 8 $\frac{7}{8}$. il quadrato della quale eccede il 78. proposto in $\frac{4}{6}\frac{9}{4}$. quadrato del rotto $\frac{7}{8}$. Se vorremo trouare vn'altra ℞ del medesmo 78. molto più propinqua, potremo dire ella essere

8. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$.
y x u t s r q p o n m l

& $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{7}{8}$.
k i h g f e d c b a

che significa 8 $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & $\frac{3652337803925184541 18352}{4391091179908407843 83383}$

cioè 8 $\frac{30737638259358854906 83681}{36954898341229855021 26240}$. che sarà ℞ eccedente, per esser composta da numero disparo di rotti partiali eguali al rotto primiero ciascuno d'essi, che sono 23. dal che auuiene, che il rotto totale ecceda, cioè sia maggiore del rotto aggiunto.

a $\frac{14}{16}$. & $\frac{7}{8}$ 8 $\frac{7}{8}$. è eccedente in $\frac{49}{64}$ — tot. aggiũ. differenza 14 — $\frac{112}{135}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{49}{8.\text{via } 135}$ .via $\frac{112}{135}$ — 896 945 1 fà $\frac{686}{135.\text{via } 135}$

b $\frac{14}{16}$. & $\frac{112}{135}$ 8 $\frac{112}{135}$. è scarsa in $\frac{686}{135.\text{via } 135}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{56}{135}$ 8 $\frac{945}{1136}$. è eccedente in $\frac{2405}{1136.\text{via } 1136}$

c $\frac{14}{16}$. & $\frac{945}{1136}$ tot. $\frac{945}{1136}$ aggiũto $\frac{112}{135}$. differ. $\frac{343}{1136.\text{via } 135}$. via $\frac{945}{1136}$ fà $\frac{2401}{1136.\text{via } 1136}$ — 1

d $\frac{14}{16}$. & $\frac{15904}{19121}$ — 127575 127232 — 8 $\frac{15994}{19121}$. è scarsa in $\frac{33614}{19121.\text{via } 19121}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{7952}{19121}$ totale $\frac{15904}{19121}$. aggiunto $\frac{945}{1136}$. differ. $\frac{2401}{1136.\text{via } 19121}$. via $\frac{15904}{19121}$ — 1 — fà $\frac{33614}{19121.\text{via } 19121}$

e $\frac{14}{16}$. & $\frac{133847}{160920}$ — 95424 172089 — 47712 860445 — 174944 18069345 — 18066944

f $\frac{14}{16}$. & $\frac{2252880}{2708567}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{1126440}{2708567}$ 8 $\frac{133847}{160920}$. è eccedente in $\frac{117649}{160920}$ via se stesso. Quadrisi 8 $\frac{133847}{160920}$ — 160920, 160920, 32184, 144828, 257472, 25895246400

g $\frac{14}{16}$. & $\frac{18959969}{22794976}$ — 2141552, 13 $\frac{40592}{160920}$, 991840, 446328, 793472, 936929, 535388, 1070776, 1780165 1, 25895364049

h $\frac{14}{16}$. & $\frac{319129664}{383679585}$ totale $\frac{133847}{160920}$ aggiunto $\frac{15904}{19121}$ — 133847 31808 — 1606164 143136 — 2543093 254464 — 2559288487 2559271680 — 7 — $\frac{16807}{160920.\text{via } 19121}$. via $\frac{133847}{160920}$ — 1 — fà $\frac{117649}{160920.\text{ via } 160920}$

78 $\frac{117649}{25895246400}$ è il quadrato.

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{159564832}{383679585}$

i $\frac{14}{16}$. & $\frac{2685757095}{3229001512}$

k $\frac{14}{16}$. & $\frac{45206021168}{54349781287}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{22603010584}{54349781287}$

l $\frac{14}{16}$. & $\frac{380448469009}{457401260880}$

m $\frac{14}{16}$. & $\frac{6403617652320}{7698868643089}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{3201808826160}{7698868643089}$

n $\frac{14}{16}$. & $\frac{53892080501623}{64792757970872}$

o $\frac{14}{16}$. & $\frac{907098611592208}{1090576208035575}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{453049305796104}{1090576208035575}$

p $\frac{14}{16}$. & $\frac{7634033446249025}{9178158970080704}$

q $\frac{14}{16}$. & $\frac{128494225581129856}{154484576977540289}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{64247112790564928}{154484576977540289}$

r $\frac{14}{16}$. & $\frac{1081392038842782023}{1300123728610887240}$

s $\frac{14}{16}$. & $\frac{18201732200552421360}{21883371696616977863}$

cioè $\frac{7}{8}$. $\frac{9100861100276210680}{21883371696616977863}$

t $\frac{14}{16}$. & $\frac{153183601876318845041}{184167839673212033584}$

u $\frac{14}{16}$. & $\frac{2578349755424968470176}{3099869036647711382385}$

cioè $\frac{7}{8}$. $\frac{1289174877712484235088}{3099869036647711382385}$

x $\frac{14}{16}$. & $\frac{21699083256533979676695}{26088h27170894175294168}$

y $\frac{14}{16}$. & $\frac{365233780392518454118352}{439109117990840784383383}$

$\frac{7}{8}$. $\frac{182616890196209227059176}{439109117990840784383383}$

$\frac{3073763835935885490583681}{3695489834122985502126240}$

In queſta operatione potiamo ancora conſiderare ritrouarſi 23. radici del 78. propoſto, 12. eccedenti, & 11. ſcarſe, la prima delle quali, & è eccedente, ſarà 8 $\frac{7}{8}$. eſſendo l'eccesſo del ſuo quadrato $\frac{4}{6}\frac{9}{4}$.

Potiamo hora auuertire, che di ciaſcuna di queſte radici, eccedenti, & ſcarſe, formate col modo ſopradetto, ſi può trouare l'eccesſo, & la ſcarſezza del quadrato loro facilmente, & il modo è queſto. Della prima ℞ eccedente l'eccesſo è il quadrato del ſuo rotto, cioè il numeratore del rotto dell'eccesſo è il quadrato del numeratore del rotto della ℞, Et il denominatore del rotto dell'eccesſo è il quadrato del denominatore del rotto della ℞ isteſſa. Auuertendo, che eſſendo il rotto della ℞ $\frac{14}{16}$. & con ſchiſarlo per 2 riducendoſi à $\frac{7}{8}$. il numeratore del rotto dell'eccesſo verrà ad eſſere 49. nato da moltiplicare 7. via 7. & il denominatore ſarà il quadrato d'8. Nella ſeconda ℞, che è la prima ſcarſa, la ſcarſezza è vn rotto, che per numeratore hà il prodotto, che naſce à moltiplicare il numeratore del rotto dell'eccesſo della prima ℞ antecedente, via il vero auanzo della prima ℞, che era 14. cioè via il numeratore del rotto non ſchiſato della prima ℞, cioè il prodotto di 49. via 14. che è *686*. Ouero *(che riſulta l'isteſſo)* diremo la ſcarſezza nella ſeconda ℞, che è la prima ſcarſa, eſſere vn rotto, che per numeratore hà il numero, che naſce à moltiplicare il 49. numeratore del rotto dell'eccesſo nella antecedente prima ℞, via il 7. numeratore ſchiſato del primo rotto, & il prodotto 343. moltiplicato ancora per 2. ſchiſatore di detto primo rotto, che fà *686*. Et il denominatore di queſto rotto della ſcarſezza ſarà il quadrato del denominatore di detta ſeconda ℞, ò prima ſcarſa. Auuertendo, che s'intẽde ſempre, che i rotti totali di ciaſcuna delle radici ſiano ſchiſati, quando ſi posſono ſchiſare, come auuiene hora, che delle ℞ eccedenti ſi posſono ſchiſare, & ſi ſono continuamẽte ſchiſati; Eſſendo eſsi poi nelle radici ſcarſe inſchiſabili. Il numeratore del rotto dell'eccesſo nella terza ℞, ſi troua moltiplicando il numeratore del rotto della ſcarſezza della ℞ antecedente, via il 7. numeratore ſchiſato del primo rotto, & quello, che fà partito per 2. ſchiſatore; O vogliamo dire il numeratore del rotto dell'eccesſo nella terza ℞, ſi troua moltiplicando il numero, che naſce à partire per 2. ſchiſatore il numeratore del rotto della ſcarſezza della ℞ antecedente, via il 7. numeratore ſchiſato del primo rotto. Et il denominatore d'eſſo rotto dell'eccesſo è il quadrato del denominatore del rotto di detta terza ℞. Nella quarta radice ſi troua il numeratore del rotto della ſcarſezza, moltiplicãdo il numeratore del rotto dell'eccesſo della antecedente terza ℞, via 7. numeratore ſchiſato del primo rotto, & il prodotto moltiplicarlo ancora per 2. ſchiſatore; Et il denominatore è pure il quadrato del denominatore del rotto d'eſſa quarta ℞. Nella quinta ℞ ſi troua il numeratore del rotto dell'eccesſo, moltiplicando quello, che naſce à partire per 2. ſchiſatore detto il numeratore del rotto della ſcarſez-

za della

za della ℞ antecedente, via 7. numeratore ſchiſato del primo rotto. O vogliamo dire il numeratore del rotto dell'eccesſo nella quinta ℞, è il numero, che naſce à moltiplicare la mità del numeratore del rotto della ſcarſezza della ℞ antecedēte, via il 7. numeratore ſchiſato del rotto primiero; Et il denominatore di queſto rotto dell'eccesſo è il quadrato del denominatore del rotto della isteſſa quinta ℞. Et così con queſt'ordine ſi trouaranno i rotti delle ſcarſezze, & de gl'eccesſi in qual ſi vogli delle radici ſeguenti; che ciaſcun numeratore del rotto della ſcarſezza nelle radici ſcarſe è il doppio del prodotto, che naſce à moltiplicare l'antecedēte numeratore del rotto dell'eccesſo, via 7. numeratore ſchiſato del rotto primiero. Et ciaſcun numeratore del rotto dell'eccesſo nelle ſeguenti radici eccedenti è il prodotto, che naſce à moltiplicare per il 7. medeſmo detto, la mità dell'antecedente numeratore del rotto della ſcarſezza; Et il denominatore di ciaſcun rotto, ò dell'eccesſo nelle ℞ eccedenti, ò della ſcarſezza nelle radici ſcarſe, è ſempre il quadrato del denominatore del rotto della radice isteſſa.

7	Numeratore ſchiſato del rotto primiero.
49	nũmeratore del rotto dell'eccesſo nella prima ℞.
343	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella ſeconda ℞.
2401	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 3. ℞.
16807	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 4. ℞.
117649	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 5. ℞.
823543	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 6. ℞.
5764801	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 7. ℞.
40353607	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 8. ℞.
282475249	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 9. ℞.
1977326743	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 10. ℞.
13841287201	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 11. ℞.
96889010407	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 12. ℞.
678223072849	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 13. ℞.
4747561509943	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 14. ℞.
33232930569601	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 15. ℞.
232630513987207	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 16. ℞.
1628413597910449	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 17. ℞.
11398895185373143	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 18. ℞.
79792266297612001	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 19. ℞.
558545864083284007	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 20. ℞.
3909821048582988049	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 21. ℞.
27368747340080916343	Mità del numeratore del rotto della ſcarſezza nella 22. ℞.
191581231380566414401	numeratore del rotto dell'eccesſo nella 23. ℞.

Ma ancora con facilità ordinatamēte potremo trouare i numeratori delli rotti de gl'eccesſi, & delle ſcarſezze nelle radici dette, per ordine, operando, così. Preſo il numeratore ſchiſato del rotto primiero, che hora è 7. *(esſendo il rotto ſchiſato* $\frac{7}{3}$. *& il non ſchiſato* $\frac{14}{6}$. *& lo ſchiſatore 2.)* egli ſi Moltiplichi in ſe steſſo, cioè per 7. che produce 49. & queſto prodotto 49. ſerue alla prima ℞, qual 49. ſi moltiplichi via l'isteſſo 7. & fà 343. & queſto 343. ſi moltiplichi via l'isteſſo 7. che fà 2401. & queſto ſi moltiplichi via l'isteſſo 7. & il prodotto dipoi ſi moltiplichi per l'isteſſo 7. & il prodotto ancora ſi moltiplichi per l'isteſſo 7. & così ſi vada continuãdo à formare tanti prodotti, quanto è il numero delle radici trouate, che hora eſſendo elle 23. doueremo formare 23. prodotti *(esſendo 49. il primo)* Di queſti prodotti il primo ſeruirà alla prima ℞, il ſecondo alla ſeconda, il terzo alla terza, il quarto alla quarta, & così per ordine, ciaſcun prodotto ſeguente ſeruirà alla ℞ ſeguente; ma con queſta conditione, che nelle radici eccedenti il numero corriſpondenteli ſarà il vero numeratore del rotto dell'eccesſo del quadrato della ℞, Ma nelle radici ſcarſe, il numero corriſpondēteli ſarà ſolo la mità del vero numeratore del rotto della ſcarſezza del quadrato della ℞; Onde per trouare il numeratore vero, conuerrà moltiplicare esſo numero per il 2. con che ſi ſchiſò il rotto primiero, & il prodotto ſarà il numeratore vero, ò totale del rotto della ſcarſezza della ℞. Il denominatore poi del rotto dell'eccesſo, ò della ſcarſezza in ciaſcuna ℞, ſarà ſempre il quadrato del denominatore del rotto della ℞ medeſma, che allhora ſi conſidera.

numera-

numeratore del rotto totale 3073763825935885490683681
denominat. del rotto aggiũto 439109117990840784383383

9221291477807656472051043
1014342062558842211925614 73
245901106074870839254694 48
2459011060748708392546944 8
9221291477807656472051043
215163467815511984347857 67
2581961613786143812174292 04
2581961613786143812174292 04
3043026187676526635776844 19
2766387443342296941615312 9
3596303676344986024099906 77
3073763825935885490683681
1198767892114995341366635 59
1029505530374354196273472 4

---

nuouo numërat.del rotto tor. 134971772251885893672680400042169776512068567282 3

numerat.del rotto aggiunto 365233780392518454118352
denominat. del rotto totale 3695489834122985502126240

2 3

219140268235511072471011 2
876561072942044289884044 8
438280536471022144942022 4
730467560785036908236704
182616890196259227059176 0
127831823137381458941423 20
346972091372892531412434 40
730467560785036908236704
438280536471022144942022 4
876561072942044289884044 8
328710402353266608706516 8
295839362117939947835865 12
175312214588408857976808 96
346972091372892531412434 40
131484160941306643482606 72

---

nuouo numer.del rotto aggiũ. 134971772251885893672680400039432901778060475648 0

Il rotto totale è maggiore del rotto aggiunto che moltiplicato via il rotto totale

in $\frac{2766874734008 0916343}{439109117990840784383383}$ via $\frac{1}{3695489834122985502126240}$ $\frac{7}{3073763825935885490683681}$ / $3695489834122985502126240$

produce l'eccesso del quadrato della ℞.

$\frac{19158123138056641440 1}{3695489834122985502126240}$. moltiplicato in se medesimo.

Et perche hora il rotto primiero non si è schisato *(essendo inschisabile)* occorrè, che li prodotti ordinatamente, che nascono dal moltiplicare il numeratore del rotto primiero, che è 7. in se stesso *(che fà 49. qual serue alla prima ℞)* & il prodotto per 7. & il prodotto per 7. & così seguendo, fin che li prodotti siano 11. come 11. sono le radici; occorre, dico, che ciascuno di questi prodotti è il vero numerat. del rotto dell'eccesso, ò della scarsezza della ℞ corrispondenteli.

Dalle

Et se di 32. proposto diremo la ℞ eccedente essere $5\frac{7}{10}$. Volendo nel modo sopradetto trouarne vn'altra molto più propinqua, potremo dire ella essere

$5\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$.

$\frac{70}{107}$

$\frac{749}{1140}$

$\frac{7980}{12149}$

$\frac{85043}{129470}$

$\frac{906290}{1379743}$

$\frac{9658201}{14703720}$

$\frac{102926040}{156695401}$

$\frac{1096867807}{1669880050}$

$\frac{11689160350}{17795668307}$

che è $5\frac{124569678149}{189645843420}$. Et è eccedente, per esser composta da numero disparo di rotti partiali, eguali ciascun d'essi al rotto primiero. Et l'eccesso del suo quadrato sopra al 32. proposto sarà $\frac{13841287201}{189645843420}$. moltiplicato in se stesso.

prima ℞ $5\frac{7}{10}$ è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è 49

2. ℞ $5\frac{70}{107}$ è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è 343

3. ℞ $5\frac{749}{1140}$ è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è 2401

4. ℞ $5\frac{7980}{12149}$ è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è 16807

5. ℞ $5\frac{85043}{129470}$ è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è 117649

6. ℞ $5\frac{906290}{1379743}$ è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è 823543

7. ℞ $5\frac{9658201}{14703720}$ è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è 5764801

8. ℞ $5\frac{102926040}{156695401}$ è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è 40353607

9. ℞ $5\frac{1096867807}{1669880050}$ è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è 282475249

10. ℞ $5\frac{11689160350}{17795668307}$ è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è 1977326743

11. ℞ $5\frac{124569678149}{189645843420}$ è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è 13841387201

Li denominatori poi di questi rotti sono; del primo il quadrato del denominat. del rotto della prima ℞, cioè il quadrato di 10. che è 100. del secondo, il quadrato del denominat. del rotto della seconda ℞, & così de gl'altri è denominat. il quad. del denominat. del rotto della sua ℞.

 Dalle

Dalle operationi superiori si comprende, che data vna quãtità alla similitudine delle sopradette, & poniamo sia dato $4\frac{3}{8}$. & $\frac{6}{9}$. & $\frac{2}{4}$. & $\frac{4}{10}$. & $\frac{9}{12}$. tale, che il denominatore 8. del primo rotto partiale sia doppio all'intiero 4. Et dicendosi, domando il quadrato d'essa quantità, egli sarà sempre il quadrato di 4. intiero, cioè 16. & 3. numeratore del primo rotto partiale di più, che fà 19. & poi tanto più, ò meno di 19. quanto importa à moltiplicare quello, in che il rotto totale *(cioè che comprende in se tutti li partiali)* supera, ò è superato dal rotto aggiunto *(cioè che comprende solo li rotti partiali, che sono doppo il rotto primiero partiale)* via esso rotto totale. Et se la quantità data fusse $4\frac{3}{9}$. &c. cioè che il denominatore del rotto partiale primiero fusse 1. più del doppio del 4. intiero, l'istesso auuerria, cioè il suo quadrato saria sempre il quadrato di 4. intiero, che è 16. & 3. numeratore del primo rotto partiale di più, che fà 19. & poi tanto meno di 19. quanto importasse à moltiplicare il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale fusse superato dall'aggiunto. Che in questo caso essendo il rotto partiale primiero $\frac{3}{9}$. cioè il suo denominatore 9. formato da 1. più del doppio del 4. intiero, sappiamo, che solo esso 9. è troppo grãde, cioè che forma rotto più piccolo del douere, & che perciò il quadrato di $4\frac{3}{9}$. è minore di 19. onde aggrandendo esso 9. denominat. giongẽdoli qualche cosa, tanto più piccolo, cioè tanto minore di $\frac{3}{9}$. douentaria il rotto, che si giongesse al 4. intiero, & però tanto minore di 19. sarà il quadrato della quantità detta.

$4\frac{3}{8}$. & $\frac{6}{9}$. & $\frac{2}{4}$. & $\frac{4}{10}$. & $\frac{9}{12}$

$\frac{4}{10\frac{3}{4}}$

$\frac{2}{4}$. & $\frac{16}{43}$

$2\frac{1}{8}$ / 43

$\frac{6}{9}$. & $\frac{43}{94}$

$\frac{564}{889}$. è il rotto aggiunto.

$\frac{2667}{7676}$. è il rotto totale.

$4\frac{2667}{7676}$. è la quantità data.

rotto tot.	rotto aggiũ.
2667	564
7676	889
24003	30704
21936	429856
21336	4329264
2370963	

Il rotto tot. è minore dell'aggiũto in $\frac{1858301}{7676.\text{via }889}$ & questo moltiplicato via il rotto tot. $\frac{2667}{7676}$. che è quanto à moltiplicare $\frac{3}{7676}$. via $\frac{195}{}$ $\frac{830}{7676}$. fà $\frac{5874903}{7676.\text{via }7676}$ che è qllo, in che il quadrato della quantità data $4\frac{2667}{7676}$. mãca ad arriuare à 19. Et è mancamento, trouandosi il rotto totale essere minore dell'aggiunto.

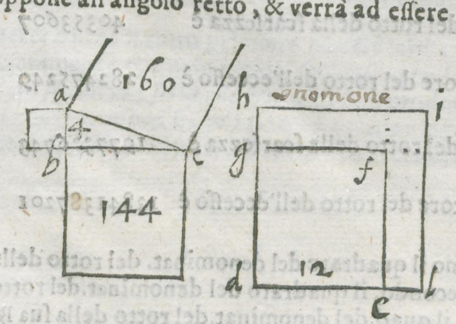
Che $4\frac{3}{8}$. & $\frac{6}{9}$. & $\frac{3}{4}$. & $\frac{9}{12}$. non si possa, schisando li rotti partiali ridurre, ò dire essere quãto $4\frac{3}{8}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$. & $\frac{3}{4}$. cioè che li rotti partiali, eccetto l'vltimo, non si deuano schisare, si conosce anco di quì; che quando si schisassero, allhora il denominatore totale, che ne deriuasse, cioè 1588. saria necessariamente minore del 7676 & però douendosi ridurre il 7676. à 1588. cõuerria, che il $\frac{2667}{7676}$. si potesse schisare, qual rotto si vede essere inschisabile.

$4\frac{3}{8}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$. & $\frac{3}{4}$

$\frac{08}{185}$ $\frac{23}{54}$ $\frac{8}{23}$

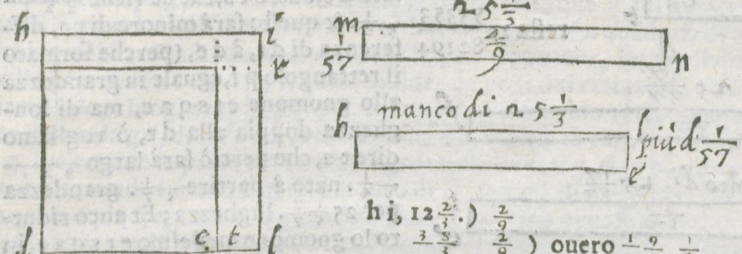
saria $4\frac{555}{1588}$. che nõ è eguale à $\frac{2667}{7676}$

Et se vorremo Geometricamente considerare il modo di pigliare le radici propinque delli numeri, & applicarlo alla inuentione de' lati de' quadrati, & triangoli rettangoli, potremo supponere, che nel triangolo rettangolo a b c, il lato b c, sia 12. & l'a b, sia 4. Il quadrato di b c, sia d e f g, 144. & il quadrato di a b, sia equiualente, ò eguale allo gnomone g h i l e f 16. onde il quadrato d i, sarà eguale al quadrato del lato a c, che nel triangolo rettangolo a b c, si oppone all'angolo retto, & verrà ad essere 160. Nello gnomone sopradetto, che contiene li dui supplemẽti h f, f l, & il quadrato f i, ciascuno delli dui supplemẽti *(che sono fra loro eguali)* sarà manco della mità di 16. grandezza dello gnomone totale, cioè sarà manco d'8. però essendo il lato e f, del supplemento 12. l'altro lato e l, che con e f, fà angolo retto, verrà ad essere manco di $\frac{2}{3}$. che nasce à partire manco d'8. per 12. onde nel quadrato d i, essendo il suo lato d l, diuiso in d e, & e l, perche d e, è 12. & e l, è mãco di $\frac{2}{3}$. sapremo, che detto lato non arriuarà à $12\frac{2}{3}$. & però medesmamente nel triãgolo rettangolo



tangolo a b c, il lato a c, sarà manco di $12\frac{2}{3}$. cioè il quadrato di $12\frac{2}{3}$. superaria il quadrato d, i, 160. Et anco si conosce, che lo supera in tanto, quanto importa il quadrato, che hauesse per lato $\frac{2}{9}$. cioè lo supera in $\frac{4}{9}$. *(onde à moltiplicare $12\frac{2}{3}$. in se medesimo, faria $160\frac{4}{9}$.)* perche quando d l, fusse veramente, ò si facesse essere $12\frac{2}{3}$. cioè e l, fusse $\frac{2}{3}$. precise, allhora il supplemento f l, saria precise 8. dutto di f e, 12. in e l, $\frac{2}{3}$. & l'altro supplemento h f, à lui eguale, saria medesmamente 8. onde ambidui insieme sariano 16. che è à punto il quadrato di a b, & il quadretto f i, in che lo gnomone totale supera li dui supplementi, saria $\frac{4}{9}$. dutto di $\frac{2}{3}$. suo lato in se stesso, però in questo $\frac{4}{9}$. la gnomone totale superaria il quadrato di a b, & consequentemente nel medesmo $\frac{4}{9}$. saria superato il quadrato d'a c, dal quadrato di $12\frac{2}{3}$.

Et volendo noi andare inuestigando modo di trouare quantità, il quadrato della quale sia più vicino al vero 160. che non è il quadrato di $12\frac{2}{3}$. potremo imaginarci il quadrato di a c, 160. essere inserto, ò vnito in d, con il quadrato di d l, che è $160\frac{4}{9}$. ponendo d l, $12\frac{2}{3}$. onde lo gnomone h i l e c a, loro differenza, verrà ad essere $\frac{4}{9}$. hora supponiamo, che la parte a i, d'esso, che contiene vno delli dui supplementi, & il quadrato c i, fusse la mità di q̄sto $\frac{4}{9}$. cioè fusse $\frac{2}{9}$. onde essendo la lunghezza, ò l'vn lato h i, di detto rettangolo $12\frac{2}{3}$. l'altro lato, ò larghezza h a, saria $\frac{2}{9}$. esimo di $12\frac{2}{3}$. cioè saria $\frac{1}{57}$. & formãdo il rettangolo m n; à questo finto $\frac{2}{9}$. doppio in grãdezza, & in lunghezza, che haueria di superficie $\frac{4}{9}$. & la lunghezza saria il doppio di h i, cioè $25\frac{1}{5}$. egli verria ad hauere per larghezza il medesmo $\frac{1}{57}$. che nasce à partire $\frac{4}{9}$. per $25\frac{1}{3}$.

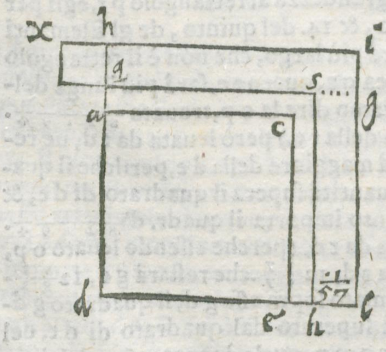


h i, $12\frac{2}{3}$.) $\frac{2}{9}$

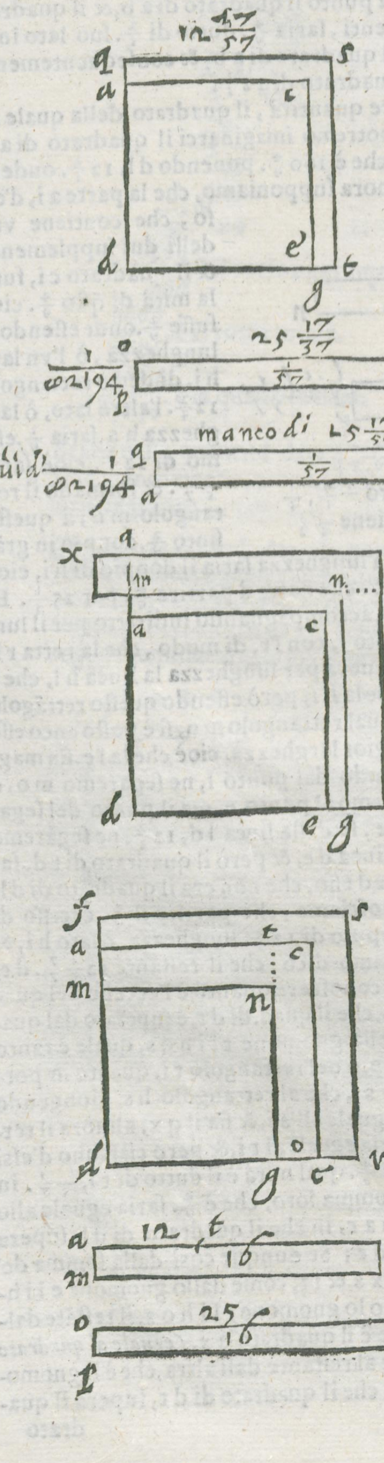
$\frac{38}{3}$ $\frac{2}{9}$) ouero $\frac{1}{\frac{9}{1}}\ \frac{1}{3}$

ne viene $\frac{1}{57}$

Et ridotto il vero gnomone h i l e c a, à forma di rettangolo, accompagnando indiretto per il lungo il supplemento c l, al vero rettangolo a i, vnẽdo il ponto i, con l'r, di modo, che la retta r l, sia indiretto con la h i, formando il rettangolo h e, egli hauerà per lunghezza la linea h l, che è minore del doppio di b i, poiche la parte r l, è miuore, che la h i, però essendo questo rettãgolo h e, eguale, ma di minor lunghezza del rettangolo m n, qual rettangolo m n, si è posto anco esso essere $\frac{4}{9}$. ne seguirà, che detto rettangolo h e, sia di maggior larghezza, cioè che la l e, sia maggiore della m o, trouata $\frac{1}{57}$. onde se dalla l e, cominciando dal punto l, ne segaremo m o, ò vogliamo dire vna linea eguale alla m o, noi non arriuaremo al punto e, ma il punto del segamento restarà fra il punto e, & il punto l; ò vogliamo dire, se dalla linea l d, $12\frac{2}{3}$. ne segaremo $\frac{1}{57}$. il restante t d, $12\frac{37}{57}$. sarà più lungo, che non è la linea d e, & però il quadrato di t d, sarà maggiore del quadrato di d e, 160. ma più propinquo ad esso, che non era il quadrato di d l, che contiene in se il quadrato detto di d t. Perilche conosciamo, che partito il $\frac{4}{9}$. eccesso di $160\frac{4}{9}$. quadrato di h l, sopra al quadtato c d, per $25\frac{1}{3}$. doppio di $12\frac{2}{3}$. lunghezza, ò lato h i, & l'auuenimento cauato da esso $12\frac{2}{3}$. h i, ouero d l, conosciamo dico, che il restante $12\frac{37}{57}$. d t, sarà ℞ eccedente di 160. più propinqua del $12\frac{2}{3}$. Et per conoscere quanto è l'eccesso del quadrato di $12\frac{37}{57}$. d t, sopra à 160. quad. di d e, cõsideraremo, che il quad. di d t, è superato dal quadrato di d l, nella gnomone t l i h q s, quale è tanto manco del doppio del rettangolo t i, quanto importa il quadretto s i, che al rettangolo h s, giongendo vn quadretto eguale all's i, & sia il q x, allhora il rettangolo s x, saria eguale al t i, & però ciascuno d'essi saria la mità di $\frac{4}{9}$. qual mità è il dutto di t l, $\frac{1}{57}$. in $12\frac{2}{3}$. onde la somma loro, che è $\frac{4}{9}$. saria eguale allo gnomone e l i h a c, in che il quadrato di d l, supera il quadrato di d e; Se dunque così dalla somma de' dui rettangoli x s, & i t, come dallo gnomone e l i h a c, ne leuaremo lo gnomone t l i h q s, il restãte dall'vna parte, che è il quadrato q x, *(eguale al quadrato s i,)* sarà eguale al restante dall'altra, che è il gnomone e t s q a c, in che il quadrato di d t, supera il quadrato



drato



$25\frac{17}{57}$

$\frac{1442}{57}$ $\frac{1}{3249}$

1 57

ne viene $\frac{1}{82194}$

Cauisi da $12\frac{37}{57}$

1442
37
53354
1
53353

resta $12\frac{53353}{82194}$

drato di d e, però concluderemo, che il quadrato di $12\frac{3}{5}\frac{7}{7}$. d t, eccede il quadrato di d e, in quanto importa il quadrato d'$\frac{1}{5}\frac{1}{7}$. t l, quantità leuata dal $12\frac{2}{3}$. d l.

Et se anco vorremo trouare vn'altra ℞ di 160. più ꝓpinqua del $12\frac{3}{5}\frac{7}{7}$. potremo nel medesmo modo, & imaginando similmente li rettangoli, & gnomoni necessarij, partire il quadr. di $\frac{1}{5}\frac{1}{7}$. cioè $\frac{1}{3\;2\;4\;9}$. che è la quantità dello gnomone e t s q a c, in che il quadrato di d t, supera il 160. quadrato di d e, per $25\frac{1}{5}\frac{7}{7}$. doppio del lato d t, ouero t s, che ne viene $\frac{}{8}\frac{}{2}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{1}{4}$. & questo sarà minore di t e, differenza di d t, à d e, (perche formato il rettangolo p f, eguale in grandezza allo gnomone e t s q a c, ma di longhezza doppia alla d t, ò vogliamo dire t s, che perciò sarà largo $\frac{}{8}\frac{}{2}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{1}{4}$. nato à partire $\frac{1}{5}\frac{1}{7}$. grandezza per $25\frac{1}{5}\frac{7}{7}$. lũghezza; Et anco ridutto lo gnomone medesmo e t s q a c, in vn rettangolo, giongendo in diretto li dui rettãgoli partiali t c, & s a, che cõpongono esso gnomone, & siane formato il rettãgolo a t; questo sarà più corto, che il rettãgolo p f, poiche la parte q s è $12\frac{3}{5}\frac{7}{7}$. eguale alla mità di o f, ma l'altra parte c e, che è mãco di $12\frac{3}{5}\frac{7}{7}$ è minore della restante mità

Quadrisi $12\frac{53353}{82194}$

1280472
15
47562
164388
493164
410970
575358
328776
160059
266765
1760649
266765
6755853637

82194
82194
328776
1561686
164388
657552
6755853636

Il ▪ è 160. &

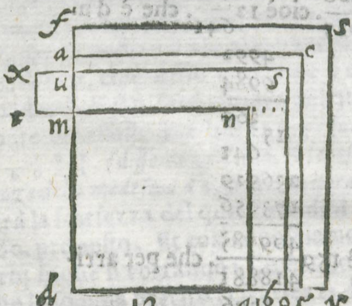
1
6755853636

di o f; essendo dunque il rettangolo a t, più corto, ma eguale in grandezza al rettangolo p f, egli per la 14. del sesto, & 14. del quinto, de gl Elementi d'Euclide, sarà più largo, che non è il rettangolo p f, cioè la linea q a, ouero t e, sarà più lunga della o p, ò vogliamo dire la o p, trouata $\frac{}{8}\frac{}{2}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{1}{4}$. sarà più corta della t e,) però leuata da t d, ne restarà quantità maggiore della d e, perilche il quadrato d'essa quantità supera il quadrato di d e, & in tanto, quanto importa il quadr. d'$\frac{}{8}\frac{}{2}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{1}{4}$. quãtità leuata da t d, (perche essendo leuato o p, $\frac{}{8}\frac{}{2}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{1}{4}$. da t d, $12\frac{3}{5}\frac{7}{7}$. che restarà g d, $12\frac{5}{8}\frac{3}{2}\frac{3}{1}\frac{5}{9}\frac{3}{4}$. & formato sopra essa g d, il quadrato g d m n, egli sarà superato dal quadrato di d t, nel gnomone g t s q m n, quale è tanto mãco del doppio

pio

pio del rettangolo g s, quanto importa il quadrato n s, che al rettangolo n q, giongẽdo vn qua-
drato eguale all'n s, & sia l'm x, allhora il rettangolo n x, saria eguale al g s, & però ciascun di
essi saria la mità di $\frac{}{3}\frac{}{2}\frac{1}{4}\frac{}{9}$. qual mità è il dutto di g t, $\frac{}{8}\frac{}{2}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{1}{4}$. in t s, 12 $\frac{3}{5}\frac{7}{7}$. onde la som-
ma loro, che è $\frac{}{3}\frac{}{2}\frac{1}{4}\frac{}{9}$. saria eguale allo gnomone e t s q a c, in che il quadrato di d t, supera il
quadrato di d e, però così dalla somma de' dui rettangoli x n, & s g, come dallo gnomone e t-
s q n c, leuando lo gnomone g t s q m n, il restante dall'vna parte, che è il quadrato m x, *(egua-
le all'n s, quadrato di t g,)* sarà eguale al restante dall'altra, che è lo gnomone e g n m a c, in che
il quadrato di d g, supera il quadrato di d e,) onde la detta quantità restata sarà anco ella ℞
eccedente di 160. ma più propinqua, che non era la d t, 12 $\frac{3}{5}\frac{7}{7}$. Et così potremo seguire à tro-
uare quant'altre radici eccedenti più propinque vorremo.

Et se volessimo trouare la ℞ propinqua, ma non eccedente d'vn numero proposto, & sia ho-
ra del 160. sopradetto, cioè che essendo il quadrato a c e d, 160. si vogli trouare propinqua-
mente non eccedendo il vero, quanto sarà il suo lato d e, Noi vnito nell'angolo d, esso quadra-
to, con dui quadrati ad esso propinqui, vno maggiore di lui, & l'altro minore, i lati delli quali
siano noti, & potranno essere i numeri di questi lati, quelli dui numeri intieri prossimi, fra li
quali si troua la linea d e, cioè 12. & 13. lati di 144. & 169. quadrati di numeri intieri prossimi,
fra li quali si troua il 160. vedremo, che il quadrato a d e c, supera il quadrato minore m d g n,
nello gnomone a c e g n m, il quale diuidendo nelli dui rettangoli a t n m, & t g e c, & vnite in-
sieme le loro lunghezze in diretto, formando d'essi il solo rettangolo a m g e, egli hauerà per
larghezza la g e, differenza di 12. d g, alla d e, vera ℞ di 160. & per lunghezza hauerà la linea
a g, della quale la parte a t, sarà 12. eguale alla linea d g, & la parte t g, sarà manco di s r, oue-
ro d t, 13. onde tutta la a g, sarà manco di 25. somma di d g, & d r. Et formando vn'altro ret-
tangolo o p q f, eguale allo gnomone a m n g e c, cioè eguale al rettangolo m g, 16. che habbi
per lunghezza la p q, 25. eguale alla somma di d g, & d r, questo rettangolo, che sarà più lun-
go del rettangolo m g, à lui eguale, verrà perciò ad essere manco largo del detto rettãgolo m g,
onde la linea o p, $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. sarà più certa della m a, ouero g e, & però essa o p, gionta in diretto al-
la d g, dalla parte di g, formando la d o, 12 $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. questa d o, sarà più corta della d e, restando il
punto o, fra il g, & l'e, onde il quadrato della d o, non arriuarà alla grandezza del quadrato
di d e, cioè à 160. & perciò la d o, sarà ℞ scarsa di 160. perilche conosciamo, che partito il 16.
eccesso del 160. sopra al 144. per 25. somma di 12. & 13. intieri prossimi, lati delli detti qua-
drati 144. & 169. minore, & maggiore, che inchiudono il 160. & l'auuenimento $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. gionto à
12. numero, ò lato minore, la somma 12 $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. sarà ℞ propinqua scarsa del 160. Et per trouare

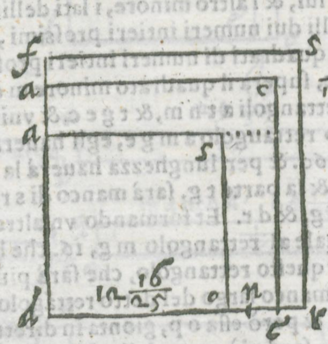


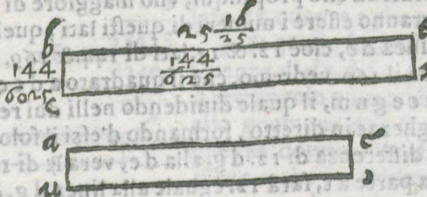
quanto è la scarsezza del quadrato di d o, cioè quanto li
manca per arriuare à 160. considerar emo, che essendo il
quadrato di d o, il d o s u, egli supera il quadrato di d g,
144. nella gnomone m u s o g n, & questo diuidasi nelli dui
rettangoli o n, & s m, quali posti insieme in diretto, me-
diante le loro lunghezze, formandone vn rettangolo solo,
egli sarà largo quanto il rettangolo superiore p q f o, cioè
$\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. poiche la g o, & però la m u, è posta eguale alla o p,
ma sarà più corto del detto rettãgolo p q f o, che hà la lun-
ghezza composta da d g, 12, & d r, 13. che è quanto à dire
da g n, & f s, perche se bene dell'vna parte, cioè del rettan-
golo o n, la lunghezza è eguale alla g n, 12. dell'altra par-
te poi, cioè del rettangolo s m, la lunghezza s u, che è 12-
$\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. non arriua alla lunghezza s f, che è 13. il che è quan-
to à dire la d o, 12 $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. non arriua alla d r, 13. ma li manca quanto è la o r, cioè $\frac{}{2}\frac{9}{5}$. che è la
differenza di g o, $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. aggiunto al 12. numero intiero, ℞ minore adoprata di 160. à g r, in che
d g, è differente da d r, 13. ℞ maggiore adoprata di 160. Onde se allungaremo la s u, fino in x,
talmente, che s x, sia eguale alla s f, ouero d r, & che perciò la u x, sia eguale alla o r, & compi-
remo il rettangolo s t, egli sarà della lunghezza della d r, & però gionto in diretto con il ret-
tangolo n o, formaria vn rettangolo eguale in lunghezza, & in larghezza al rettangolo p q f o,
questo rettangolo dunque p q f o, & però il gnomone a m n g e c, 16. al quale fù posto eguale,
verrà ad esser maggiore delli dui rettãgoli o n, & s m, cioè dello gnomone m u s o g n, in quan-
to importa il piccolo rettangolo m x, ma il medesmo gnomone a m n g e c, 16. è maggiore del
detto gnomone m u s o g n, nel gnomone o e c a u s, in che il quadrato di d o, è superato dal
quadrato di d e, & però il quadrato di d o, sarà minore del quadrato di d e, nell'istesso piccolo
rettangolo m x, ò vogliamo dire il gnomone o e c a u s eccesso di 160. quadrato di d e, sopra

 al qua-

al quadrato di d a, farà eguale al piccolo rettangolo m x, ma questo è contenuto dalla linea
g o, trouata $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. & dalla o r, $\frac{9}{2}\frac{9}{5}$. che è la differenza di g o, alla intiera g r; hor posta vna vni-
tà, cioè 1. differenza delli lati delli quadrati adoprati, minore, & maggiore del dato 160. però
la grandezza d'esso rettangolo m x, farà $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. via $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$. cioè $\frac{1}{6}\frac{4}{2}\frac{4}{5}$. & in tanto è scarso il qua-
drato di d o, però esso quadrato farà solo $159\frac{4}{6}\frac{8}{2}\frac{1}{5}$. Dal che conosciamo, che in pratica per
trouare la scarsezza del quadrato della ℞ scarsa d'vn numero proposto, trouata col mezo di
due, l'vna minore, & l'altra maggiore del douere, conuiene moltiplicare fra loro le due diffe-
renze, che sono da questa scarsa trouata, à ciascuna delle duè minore, & maggiore adoprate,
che il prodotto farà la quantità della scarsezza, cioè quello, in che il quadrato della ℞ scarsa
trouata è superato dalla quantità proposta da pigliarne la ℞.

Et per andare inuestigando modo di trouare quantità, il quadrato della quale sia più vicino
al vero 160. *(non lo eccedendo però)* che non è il quadrato di $12\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. potremo imaginarci simil-
mente, che il quadrato a d e c, 160. sia congiunto nell'angolo d, con il quadrato u d o s, mino-





c x
$25\frac{16}{25}$. cioè $\frac{641}{25}$. in $\frac{144}{625}$. entra $\frac{144}{16025}$. che è b c.
1 25

giongasi $\frac{144}{16025}$. à $12\frac{16}{25}$. d o.

$\frac{641}{10256}$

$\frac{144}{\quad}$

la somma è $12\frac{10400}{16025}$. cioè $12\frac{416}{641}$. che è d n.

Quadrisi $12\frac{416}{641}$.

4992
9984
$15\frac{369}{641}$
236529
173056

il quadrato è $159\frac{409585}{418881}$. che per arri-
uare à 160. vi manca $\frac{1296}{418881}$

d o	d n	d r
$12\frac{1}{2}\frac{6}{5}$	$12\frac{4}{6}\frac{1}{4}\frac{6}{1}$	13

differeza di d o, & d n. — differenza di d n, & d r.

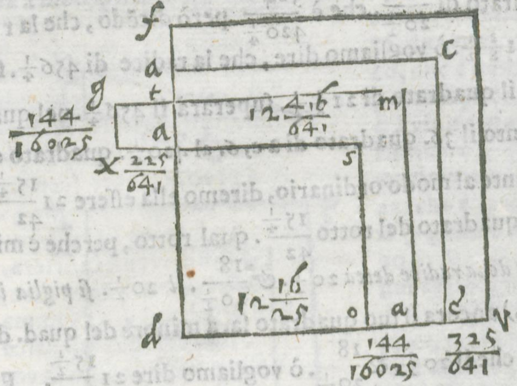
$\frac{144}{16025}$. via $\frac{225}{641}$ 9

641

fà $\frac{1291}{410881}$. che è la scarsezza del
quadr. di d n, per arriuare à 160.

re di lui in $\frac{1}{6}\frac{4}{2}\frac{4}{5}$. che hà per lato d o, $12\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. & con il quadrato f d r s, 169. maggior di lui, che
hà per lato d r, 13. *(& se questo quadrato eccedesse in manco il quadrato 160. cioè il lato d r, fusse solo*
$12\frac{7}{8}$. ò $12\frac{3}{4}$. ò $12\frac{2}{3}$. ò $12\frac{5}{6}\frac{7}{7}$. &c. tanto maggior propinquità si trouaria nella ℞, che si cerca) & per
trouare scarsamente propinquo al vero il numero di o e, per poterlo giungere alla d o, & for-
mare ℞ scarsa più propinqua, fingeremo il rettangolo b c x r, eguale allo gnomone e c a u s o,
$\frac{1}{6}\frac{4}{2}\frac{4}{5}$. in che il quadrato d c, 160. supera il quadrato o u, $159\frac{4}{6}\frac{8}{2}\frac{1}{5}$. la lunghezza c x, del qua-
le sia $25\frac{1}{2}\frac{6}{5}$. eguale alla somma delle due linee d o, & d r, lati delli dui quadrati detti *(minore,*
& maggiore del quadrato di d e,) perilche la sua larghezza b c, verrà ad essere $\frac{1}{1}\frac{1}{6}\frac{4}{0}\frac{4}{2}\frac{4}{5}$. *(che*
nasce à partire la grandezza $\frac{1}{6}\frac{4}{2}\frac{4}{5}$. per la lunghezza $25\frac{1}{2}\frac{6}{5}$.) Questa linea b c, ò vogliamo dire
vna linea à lei eguale, gionta alla d o, verso o, in diretto, non peruerrà al punto e, ma restarà
fra li punti o, & e, in n, formando la d n, minore della d e, perche la o n, è minore della o e, &
lo conosceremo come di sopra, così. Fingasi lo gnomone e c a u s o, diuiso nelli dui rettangoli

e s, &



è s, & u c, & questi gionti insieme con le sue lunghezze in diretto, formino il rettangolo a u o e, quale sarà eguale al rettangolo c t, posto anco egli eguale al medesmo gnomone e c a u s o, ma la lunghezza del rettangolo u e, non arriuarà alla lunghezza del c t, perche se bene la o s, $12\frac{16}{25}$. lunghezza partiale nel rettangolo u e, è eguale alla d o, lunghezza partiale del rettangolo c t, la restante a c, ignota nõ arriua alla restãte lunghezza partiale f s, ouero d r, 13. nel rettangolo c t, perilche delli dui rettangoli c t, & u e, eguali, essendo la lũghezza c x, dell'vno maggiore della lunghezza u o, dell'altro, ne seguirà, per la 14. del sesto, & 14. del quinto libro de gl'Elementi d'Euclide, che anco la larghezza n u, dell'altro sia maggiore della larghezza b c, $\frac{144}{16025}$. dell'vno; & così essendo o e, eguale ad a u, & o n, $\frac{144}{16025}$. posta eguale alla b c, sapremo la o e, essere maggiore della o n, & però tutta la d n, $12\frac{416}{641}$. sarà minore della d e, perilche essa d n, sarà ℞ scarsa anco ella del 160. proposto, ma più propinqua della d o, cioè il quadrato di d n, non arriuarà di grandezza al quadrato di d e, ma se li approssimarà più che il quadrato di d o.

Et se vorremo trouare quanto è la scarsezza del quadrato di d n, cioè quanto li mãca per arriuare à 160. noi pure, come di sopra si fece, consideraremo, che essendo il quadrato di d n, il d n m t, egli supera il quadrato di d o, $159\frac{481}{625}$. nello gnomone t m n o s u, & questo diuidasi nelli dui rettangoli n s, & m u, quali posti insieme in diretto, mediante le loro lunghezze formandone vn rettangolo solo, egli sarà largo quanto il rettãgolo superiore c t, cioè $\frac{144}{16025}$. poiche la o n, & però anco la u t, è posta eguale alla b c, ma sarà più corto del detto rettangolo c t, che hà la lunghezza composta da d o, $12\frac{16}{25}$. & d r, 13. il che è quanto à dire da o s, & f s, perche se bene dell'vna parte, cioè del rettangolo n s, la lunghezza è eguale ad o s, $12\frac{16}{25}$. dell'altra parte poi, cioè del rettangolo m u, la lunghezza m t, che è $12\frac{416}{641}$. nõ arriua alla lunghezza s f, che è 13. il che è quanto à dire; la d n, $12\frac{416}{425}$. non arriua alla d r, 13. ma li manca tanto, quanto è la n r, cioè $\frac{225}{641}$. Onde se allungando la m t, fino in g, talmente, che m g, sia eguale alla s f, ouero d r, & che però la g t, sia eguale alla n r, compiremo il rettangolo m x, egli sarà della lunghezza della d r, & però gionto in diretto con il rettangolo s n, formaria vn rettangolo eguale in lunghezza, & in larghezza al rettangolo c t, questo rettangolo dunque c t, che fù posto eguale allo gnomone e c a u s o, verrà ad essere maggiore delli dui rettangoli n s, & m u, cioè dello gnomone o n m t u s, in quanto importa il rettangoletto u g, & però il quadrato di d n, sarà minore del quadrato di d e, nel medesmo rettangoletto u g, ma questo è contenuto dalle due linee t g, *(eguale alla n r,)* & t u, *(eguale alla n o,)* però moltiplicando n o, $\frac{144}{16025}$. *(differenza di d n, ℞ scarsa hora trouato à d o, ℞ scarsa adoprata)* via n r, $\frac{225}{641}$. *(differenza della medesma d n, ℞ scarsa hora trouata à d r, ℞ eccedente adoprata)* il prodotto $\frac{1296}{410881}$. sarà la scarsezza del quadrato di d n, ℞ hora trouata, cioè quello, che li manca per arriuare al 160. proposto. Et così conosciamo con questo modo potersi trouare quant'altre ℞ scarse più propinque si vorranno; Cioè, Gionta la ℞ scarsa già trouata con vna propinqua eccedente, & con la somma partito la scarsezza del quadrato della trouata, & l'auuenimento gionto ad essa ℞ scarsa trouata, la somma sarà ℞ scarsa più propinqua; & la scarsezza del quadrato di questa sarà quel prodotto, che nasce à moltiplicare la differenza di questa alla scarsa adoprata, via la differenza di questa medesima alla ℞ eccedente adodrata; Et così mediãte questa ℞ scarsa nuoua, & con la eccedente, potremo trouarne vn'altra scarsa più propinqua, & poi con quella vn'altra più propinqua; & procedere auanti in trouarne quant'altre più propinque vorremo.

Sia hora, che habbiamo il triangolo rettangolo a c r, il lato c r, del quale sia $20\frac{1}{2}$. & il c a, 6. Il quadrato di c r, sia l'a g, $420\frac{1}{4}$. & il quadrato di c a, sia il gnomone n p x, 36. onde il quadrato t q, sarà eguale al quadrato di a r, lato del triangolo rettangolo opposto all'angolo c, retto, & saria $456\frac{1}{4}$. Ciascuno delli dui supplementi sarà manco di 18. mità dello gnomone *(perche il gnomone 36. oltre alli dui supplementi eguali fra loro, comprende di più il quadrato g p.)* & essendo la lunghezza g n, $20\frac{1}{2}$. la larghezza n t, sarà manco di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. cioè di $\frac{36}{41}$. onde la linea a t, lato del quadrato a p, & però a r, sarà manco di $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. che il quadrato di $20\frac{1}{2}$. & $\frac{36}{41}$. è tanto

più di

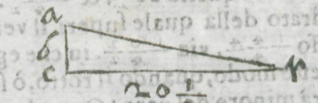
più di $420\frac{1}{4}$. & 36. quanto importa il quadrato di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. che è $\frac{324}{420\frac{1}{4}}$. però dicẽdo, che la r a, ò vogliamo dire a t, sia $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. cioè $21\frac{31}{82}$. ò vogliamo dire, che la radice di $456\frac{1}{4}$. sia $21\frac{31}{82}$. questo sarà più del douere, perche il quadrato di $21\frac{31}{82}$. superarà il $456\frac{1}{4}$. nel quadrato di $\frac{36}{41}$. che è $\frac{1296}{1681}$. Et se gionto il 36. quadrato di a c, 6. al $420\frac{1}{4}$. quadrato di c r, $20\frac{1}{2}$. che fà $456\frac{1}{4}$. & presane la ℞ eccedente al modo ordinario, diremo ella essere $21\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. il quadrato di questa superarà il $456\frac{1}{4}$. nel quadrato del rotto $\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. qual rotto, perche è minore del rotto superiore già detto $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. *(che della radice detta $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. il $20\frac{1}{2}$. si piglia in vece d'intiero, ò per la prima parte della linea a t,)* ancora il suo quadrato sarà minore del quad. di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. però il $21\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. sarà ℞ più propinqua, che il $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. ò vogliamo dire $21\frac{15\frac{1}{2}}{41}$. Et così pigliando la ℞, ò trouando la a r, in l'vno, ò in l'altro modo, quella sarà più propinqua, che in somma sarà minore, ouero *(che riesce l'istesso)* che hauerà rotto, ò seconda parte più piccola, che seconda parte in l'vn modo chiamiamo il $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. & nell'altro il $\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. Onde se nel trouare la ℞ eccedente di $456\frac{1}{4}$. pigliaremo per prima parte $20\frac{3}{4}$. *(il quadrato di che è $430\frac{9}{16}$.)* & così auanzarà $21\frac{1}{16}$. che sarà esimo del doppio di detto $20\frac{3}{4}$. prima parte, cioè di $41\frac{1}{2}$. & però haueremo per rotto, ò seconda parte $\frac{25\frac{1}{16}}{41\frac{1}{2}}$. *(nel quadrato del quale il quadrato della somma di dette prima, & seconda parte eccederanno il $456\frac{1}{4}$.)* perche questo rotto *(& significa $\frac{411}{664}$.)* è pur maggiore del $\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. rotto accompagnato al 21. ne segue, che anco il $20\frac{3}{4}$. & $\frac{471}{664}$. cioè $21\frac{245}{664}$. sia manco propinquo al vero, che il $21\frac{61}{168}$. *(& $\frac{245}{664}$. è ben maggiore di $\frac{61}{168}$.)* & così se non passiamo il 21. tutte le quantità, che pigliaremo per prima parte, che siano minori di 21. haueranno per rotto, ò seconda parte, quantità maggiore di $\frac{61}{168}$. però saranno manco propinque, che il $21\frac{61}{168}$. ma passando il 21. tutte le quantità, che pigliaremo per prima parte, maggiori di 21. verrãno ad hauere per rotto, ò seconda parte quãtità minore di $\frac{61}{168}$. *(poiche il numeratore d'essi, ò auanzo del $456\frac{1}{4}$. sarà minore di $15\frac{1}{4}$. & il denominatore (doppio della prima parte posta più di 21.) sarà maggiore di 42.)* onde elle saranno più propinque al vero, che il $21\frac{61}{168}$. Che pigliando per prima parte poniamo $21\frac{1}{4}$. *(il quadrato di che è $451\frac{9}{16}$.)* la seconda parte sarà $\frac{4\frac{1}{16}}{42\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{75}{680}$. che è $\frac{15}{136}$. rotto minore di $\frac{61}{168}$. il quadrato del quale $\frac{15}{136}$. è $\frac{225}{18496}$. & in questo $\frac{225}{18496}$. il $21\frac{1}{4}$. & $\frac{15}{136}$. cioè $21\frac{49}{136}$. con il suo quadrato supera il $456\frac{1}{4}$.

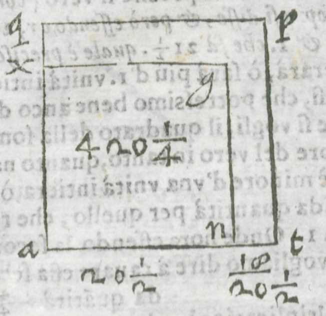
Di quì conosciamo, che nel triãgolo rettangolo a c r, detto, per trouare la lunghezza di a r, noi senza trouare ambidui i quadrati di c r, & di a c, potiamo partire il quadrato di a c, minore, cioè 36. per il doppio del lato maggiore, cioè per 41. & ne viene $\frac{36}{41}$. & questa è la quãtità prossima al vero, ma sopraabbondante, in che a r, per lunghezza supera c r, onde à c r, $20\frac{1}{2}$. gionto $\frac{36}{41}$. che farà $21\frac{31}{82}$. questa potremo dire essere la lunghezza prossima sopraabbondante di a r; che il quadrato di questo $21\frac{31}{82}$. superarà il vero quadrato di a r, nel quadrato del $\frac{36}{41}$. aggiunto, cioè in $\frac{1296}{1681}$. Et così auuerrà ne gl'altri simili.

Et se supposto l'istesso triangolo rettangolo a c r, vorremo trouare la lunghezza di a r, ma che non superi il vero; partiremo il 36. quadrato di a c, per il doppio più 1. di $20\frac{1}{2}$. cioè per 42. & ne viene $\frac{36}{42}$. cioè $\frac{6}{7}$. & questo sarà scarsamente quello, in che la lunghezza di a r, supera la c r, Et lo scarseggiamento si trouarà à moltiplicare 6. numeratore del $\frac{6}{7}$. via 1. differenza d'esso 6. numeratore al 7. denominatore, che fà 6. per numeratore del rotto dello scarseggiamento, essendo denominatore 49. quadrato del 7. denominatore, però esso scarseggiamento sarà $\frac{6}{49}$. Onde dicendo a r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{6}{7}$. cioè $21\frac{5}{14}$. questo hauerà il suo quadrato minore del vero $456\frac{1}{4}$. in $\frac{6}{49}$. però $21\frac{5}{14}$. moltiplicato in se stesso, deue fare solo $456\frac{25}{196}$. come realmente fà; La causa è, che se all'altro modo superando il vero, si disse à r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{36}{41}$. che superaua il vero nel quadrato di $\frac{36}{41}$. *(essendo che il solo doppio di $20\frac{1}{2}$. via $\frac{36}{41}$. fà il 36. che bisogna)* hora dicẽdosi a r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{36}{42}$. cõsideraremo, che à moltiplicare $20\frac{1}{2}$.

due volte,

due volte via $\frac{36}{42}$. ò vogliamo dire à moltiplicare 41. via $\frac{36}{42}$. non produrrà, ò farà 36. come
fà à moltiplicare 41. via $\frac{36}{41}$. anzi, perche 42. denominatore del rotto minore $\frac{36}{42}$. è maggio-





re di 41. denominatore del rotto maggiore $\frac{36}{41}$. in vna vni-
tà, auuerrà, che à moltiplicare $\frac{36}{42}$. per 41. farà tanto man-
co, che à moltiplicare $\frac{36}{41}$. via il medesmo 41. in quãto im-
porta il prodotto d'1. *(differenza di 41. à 42. denominatori det-
ti)* via 36. qual prodotto è 36. & sono 42. esimi; Che à mol-
tiplicare $\frac{36}{42}$. per 42. faria 36. *(come anco fà similmente 36. à
moltiplicare $\frac{36}{41}$. per 41.)* ma à moltiplicare esso $\frac{36}{42}$. solo per
41. che è 1. volta manco del 42. farà ancora manco 1. volta
il $\frac{36}{42}$. cioè farà 36. manco $\frac{36}{42}$. Et perche il quadrato di
20$\frac{1}{2}$. & $\frac{36}{42}$. consta non solo del quadrato di 20$\frac{1}{2}$. & delli
dui rettangoli di 20$\frac{1}{2}$. via $\frac{36}{42}$. ma anco del quadrato di
$\frac{36}{42}$. cõsideraremo, che il quadrato di detto $\frac{36}{42}$. rotto sim-
plice, cioè che veramente non arriua alla vnità, non può es-
sere eguale, ò maggiore ad esso $\frac{36}{42}$. *(che manca al 156$\frac{1}{4}$.)*
ma è sempre minore *(che il quadrato d'vn rotto simplice, ò vo-
gliamo dire, che sia minore della vnità, è sempre minore dell'istesso
rotto)* poiche à moltiplicare $\frac{36}{42}$. via $\frac{36}{42}$. fà $\frac{1296}{1764}$. & li
$\frac{36}{42}$. ridotti à 1764. esimi, sono *(36. via 42. fà)* 1512. 1764.
esimi, & il 1512. che deriua da 36. via 42. è maggiore, che il
1296. qual deriua da 36. via solo 36. Et perche questo solo 36. è minore del 42. in 6. il 1296. sa-
rà minore del 1512. in 6. volte 36. cioè in 216. che sono 1764. esimi, & però conosciamo, che
nel $\frac{36}{42}$. cauato 36. numeratore da 42. denominatore, & con il 6. restante, ò differenza loro,
moltiplicato il 36. numeratore, ne nasce il 216. numeratore, & moltiplicato il 42. denomina-
tore in se medesimo, ne nasce il 1764. denominatore, che formano $\frac{216}{1764}$. cioè $\frac{6}{49}$. & que-
sto è quello, in che la somma delli dui rettangoli di 20$\frac{1}{2}$. via $\frac{36}{42}$. gionti al quadrato del $\frac{36}{42}$.
manca ad arriuare à 36. in che il quadrato di a r, supera il quadrato di c r; però dicendo, che
a r, sia 20$\frac{1}{2}$. & $\frac{6}{7}$. cioè 21$\frac{5}{14}$. questo 21$\frac{5}{14}$. è manco del douere, & il suo quadrato è minore
del quadrato di a r, in $\frac{6}{49}$. Tutto questo auuiene, quando il rotto, ò seconda parte, che tro-
uiamo partendo il quadrato di a c, per il doppio, & 1. più di c r, non arriua ad 1. che quando
egli arriuasse precise ad 1. *(essendo poniamo a c, la ℞ di 42. & però il suo quadrato 42. che con il qua-
drato di c r, faria 462$\frac{1}{4}$. del quale la ℞ è precise 21$\frac{1}{2}$.)* allhora dicendo a r, essere 20$\frac{1}{2}$. & 1. cioè
21$\frac{1}{2}$. questo saria la vera quantità di a r, cioè non scarseggiaria punto *(& ben segue la regola an-
cor questo, che in $\frac{42}{42}$. cauato il numeratore dal denominatore, resta 0. quale moltiplicato per 42. nu-
meratore, fà 0. per numeratore, essendo denominatore 1764. quadrato di 42. denominatore, onde haue-
ressimo $\frac{0}{1764}$. per scarseggiamento, cioè niente)* Et quando essa quãtità, chiamata seconda par-
te, passasse 1. allhora il composto d'essa, & della prima parte non scarseggiaria dal vero, ma
anzi saria maggiore del vero, come auuerria ponendo a c, 10. che il suo quadrato saria 100.
quale partito per il doppio più 1. di c r, cioè per 42. ne viene $\frac{100}{42}$. onde dicendo a r, essere
20$\frac{1}{2}$. & $\frac{100}{42}$. cioè 22$\frac{37}{42}$. questo non scarseggiaria dalla vera quantità di a r, anzi il qua-
drato d'esso 22$\frac{37}{42}$. saria maggiore del quadrato di a r, cioè di 520$\frac{1}{4}$. in 3$\frac{508}{1764}$. che ancor
questo 3$\frac{508}{1764}$. quale hora è superamento, si trouaria pure mediante la regola detta, che è
moltiplicando 58. differenza del 100. numeratore al 42. denominatore nel $\frac{100}{42}$. via 100. nu-
meratore, che faria 5800. per numeratore, essendo denominatore il quadrato di 42. denomi-
natore, & però haueressimo $\frac{5800}{1764}$. cioè 3$\frac{508}{1764}$. che è quello, in che il quadrato di 22$\frac{37}{42}$.
supera hora il vero quadrato di a r.

Et se adoprando la regola, ò modo, che per sua natura sopraabbonda al vero, partẽdo 100.
quadrato di a c, posta 10. per il doppio solo di c r, cioè per 41. che ne verria $\frac{100}{41}$. quale gion-
to à 20$\frac{1}{2}$. faria 22$\frac{77}{82}$. questo secondo il solito haueria il suo quadrato maggiore del vero qua-
drato di a r, nel quadrato di $\frac{100}{41}$. cioè in $\frac{10000}{1681}$.

Et così nel medesmo triangolo rettangolo a c r, essendo pure c r, 20$\frac{1}{2}$. se l'a c, si ponesse 12.
volendo trouare quanto saria più lungo l'a r, del c r, vsando la regola, che per sua natura è so-
praabbondante al vero, nel modo sopradetto partiressimo 144. quadrato di a c, per 41. dop-
pio di c r, che ne verria $\frac{144}{41}$. & questo gionto à c r, 20$\frac{1}{2}$. faria 20$\frac{1}{2}$. & $\frac{144}{41}$. cioè 24$\frac{1}{82}$.
che si diria essere a r, ma eccedente il vero, perche il quadraro d'esso 24$\frac{1}{82}$. eccederia il vero
quadrato di c r, in 12$\frac{564}{1681}$: quadrato del $\frac{144}{41}$. in che si diria a r, essere più lunga di c r.
Ma se adoprando l'altro modo, ò regola partissimo il 144. quadrato di a c, per 1. più del dop-

 pio

pio di c r, cioè per 42. che ne verria $\frac{144}{42}$. & dicessimo in questo $\frac{144}{42}$. essere c r, più lunga di a c, cioè c r, essere 20$\frac{1}{2}$. & $\frac{144}{42}$. che significa 23 $\frac{13}{14}$. potressimo dire questo 23$\frac{13}{14}$. essere la lunghezza scarsa di a r, se il rotto $\frac{144}{42}$. trouato fusse stato minore d'1. intiero; ma perche egli è maggiore d'1. intiero, auuiene, come s'è detto, che ancora questo 20$\frac{1}{2}$. & $\frac{144}{42}$. ò vogliamo dire 23$\frac{13}{14}$. sia quantità maggiore del vero, il quadrato della quale superi il vero quadrato di a r, in quanto importa, ò nasce à moltiplicare esso $\frac{144}{42}$. via $\frac{102}{42}$. in che egli supera la intiera vnità; Onde si può dire per regola, che in questo modo, quando il rotto, ò seconda quantità è minore d'1. intiero, allhora tutta la somma sarà minore del vero; Quando essa seconda quantità sarà precise 1. intiero, allhora tutta la somma sarà precise il vero *(come auuerria se il quadrato del lato a c, fusse 42. come ancora poco di sopra si disse, & però essendo c r, 20$\frac{1}{2}$. la a r, verria ad essere con questo modo 20$\frac{1}{2}$. & $\frac{42}{42}$. cioè 20$\frac{1}{2}$. & 1. che fà 21$\frac{1}{2}$. quale è precise la lunghezza del lato a r.)* Et quando essa seconda quantità superarà, ò sarà più d'1. vnità intiera, allhora tutta la somma sarà maggiore del vero. Et sappiasi, che potressimo bene anco dire, generalmente parlando. Sia la seconda quantità quello, che si vogli, il quadrato della somma totale d'essa seconda quantità gionta con la prima, sarà minore del vero in tanto, quanto nasce à moltiplicare essa seconda quantità, via quello, in che ella è minore d'vna vnità intiera, ò vogliamo dire in tanto, quanto nasce à moltiplicare essa seconda quantità per quello, che resta à cauare essa seconda quantità da vna vnità intiera, cioè da 1. Onde hora essendo la seconda quantità $\frac{144}{42}$. ella è minore d'1. intiero, in meno $\frac{102}{42}$. ò vogliamo dire à cauare essa seconda quātità $\frac{144}{42}$. da 1. intiero resta m̃ $\frac{102}{42}$. & con q̃sto m̃ $\frac{102}{42}$. moltiplicato essa secōda quātità $\frac{144}{42}$. produce m̃ $\frac{14688}{1764}$. *(che à moltiplicare m̃, via più, fà m̃,)* però diremo il quadrato di 20$\frac{1}{2}$. & $\frac{144}{42}$. sōma totale, ò vogliamo dire il quadrato di 23$\frac{13}{14}$. essere manco del vero 564$\frac{1}{4}$. tāto, quanto importa m̃ $\frac{14688}{1764}$. onde giunto questo m̃ $\frac{14688}{1764}$. *(che li manca)* al quadrato di detto 23$\frac{13}{14}$. che è 572$\frac{113}{196}$. se ne formarà il vero quadrato, cioè 564$\frac{1}{4}$. Et bene è vero, che à sommare m̃ $\frac{14688}{1764}$. con 572$\frac{113}{196}$. *che è quanto à cauare* $\frac{14688}{1764}$. *da* 572$\frac{113}{196}$. *perche a sommare m̃ con più, si sottrà il minor numero dal maggiore, & il restante, che hà la denominatione del maggior num. viene ad essere la somma cercata)* fà à punto 564$\frac{1}{4}$. come è noto à gl'intēdenti d'Algebra.

Moltiplichisi 23$\frac{13}{14}$

via 23$\frac{13}{14}$

138

19$\frac{5}{7}$ $\frac{169}{196}$

23

529

fà 572$\frac{113}{196}$. che è maggiore di 564$\frac{1}{4}$. in 8$\frac{64}{196}$

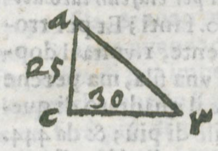
Per li dui rettangoli, ò moltiplicationi di 23. via $\frac{13}{14}$. si può moltiplicare in vna sol volta il doppio di 23. cioè 46. via 13. 14. esimi, che faria 598. 14. esimi, cioè 42$\frac{10}{14}$. Ouero *(che hora è più commodo)* il doppio di $\frac{13}{14}$. che è $\frac{13}{7}$. cioè 1$\frac{6}{7}$. via 23. che quāto al 6. settimi via 23. fà 138. settimi, cioè 19$\frac{5}{7}$. & l'1. intiero via 23. fà 23. che essi 19$\frac{5}{7}$. 23. & 529. prodotto di $\frac{13}{14}$. via $\frac{13}{14}$. fà 572$\frac{113}{196}$. che è il quadrato di 23$\frac{13}{14}$. Et per sommare $\frac{5}{7}$. con $\frac{169}{196}$. si è detto, al $\frac{5}{7}$. per arriuare ad 1. intiero, manca $\frac{2}{7}$. questi $\frac{2}{7}$. si possono cauare dal $\frac{169}{196}$. che $\frac{1}{7}$. è 28. 196. esimi, & li 2. settimi ne sono 56. che cauato da 169. resta 113. però la somma di $\frac{5}{7}$. & $\frac{169}{196}$. sarà 1. & $\frac{113}{196}$.

Et notisi, che quando c r, fusse 10. & il quadrato di a c, fusse 44. & però il quadrato d'a r, 144. & la lunghezza d'essa a r, 12. precise, Noi partendo il 44. quadrato di a c, per 20. doppio di c r, che ne verria 2$\frac{1}{5}$. quale gionto à 10. faria 12$\frac{1}{5}$. questo 12$\frac{1}{5}$. superaria, come s'è detto, il 144. vero quadrato di c r, nel quadrato del 2$\frac{1}{5}$. cioè in 4$\frac{21}{25}$. che 12$\frac{1}{5}$. via 12$\frac{1}{5}$. fà 148$\frac{21}{25}$. Onde così non conosceressimo il 144. essere numero quadrato, come veramente è, Ne meno similmente conosceressimo detto 144. essere numero quadrato, partēdo il 44. quadrato di a c, per 21. che è il doppio più 1. di c r, posto 10. & ne verria $\frac{44}{21}$. quale con il 10. faria 12$\frac{2}{21}$. però dicendo a r, essere 12$\frac{2}{21}$. questo saria più del vero, come s'è auuertito, essendo $\frac{44}{21}$. detto, maggiore d'vn'intiero; & il quadrato di questo 12$\frac{2}{21}$. superaria il vero 144 in $\frac{1012}{441}$. che nasce à moltiplicare $\frac{44}{21}$. trouato, via $\frac{23}{21}$. in che egli è maggiore d'1. intiero $\frac{2}{21}$.

Et accioche nel triangolo rettangolo, essendo i dui lati, che formano l'angolo retto, come si voglino, si possa senza cercare i quadrati d'ambidui, & poi la ℞ della sōma trouare la lunghezza del lato opposto all'angolo retto; Sappiasi, che hauendo vn numero poniamo 30. per il lato c r, à volere, che a r, sia 1. di più, cioè sia 31. bisogna, che il quadrato di a c, sia due volte 30. & il quadrato dell'1. più detto, cioè 1. che fà 61. in tutto di più, perche il quadrato di 31. è maggiore del quadrato di 30. nel prodotto della somma di 30. & 31. detti, moltiplicata per 1. loro differenza, che è quanto 2. via 30. & 1. via 1. Et à volere, che a r, sia 2. di più, cioè sia 32. bi-

sogna,

ſogna, che il quadrato di a c, ſia 4. volte 50. ò vogliamo dire due volte 60. doppio di 30. & 4. quadrato del 2. detto di più, che biſogna, che il quadrato d'a c, ſia 124. di più di 900. quadrato di c r, Et accioche a r, ſia 3. di più di c r, cioè ſia 33. conuiene, che il quadrato di a c, ſia 3. volte 60. doppio di 30. & 9. quadrato di 3. che in tutto fà 189. di più. Et accioche a r, ſia 4. di più, cioè ſia 34. conuiene, che il quadrato di a c, ſia 4. volte 60. *(doppio di 30.)* & 16. *(quadrato di 4.)* di più, Et accioche a r, ſia 5. di più, cioè ſia 35. conuiene, che il quadrato di a c, ſia 5. volte 60. *(doppio di 30. c r.)* & 25. *(quadrato di 5.)* di più, & così de gl'altri; però conuerſamente, mentre che c r, ſi pone 30. ſapendo a c, eſſere 25. per trouare quanto più di 30. ſarà a r, diremo; il quadrato di 25. è 625. quale conuien partire per il doppio di 30. ouero vedere quãte volte v'entra il ſemplice 30. & baſta per numero paro di volte, con conditione, che dal reſtante della partitione ſi poſſa cauare il quadrato della mità del numero delle volte, che il 30. ſi dirà entrare nel 625. & allhora eſſa mità del numero delle volte dette ſarà quello, in che a r, è maggiore di c r, & il reſtante fino al 625. poſto ſopra ad vna riga per numeratore, & di ſotto poſtoui per denominatore il doppio del numero totale trouato per a r, moſtrarà il rotto, quale inſieme con il numero trouato per a r, formarà la lunghezza di a r, ma ſopraabbondantemente, poiche il quadrato di queſta ſomma trouata per a r, ſuperarà il vero quadrato di a r, nel quadrato del rotto detto; Che ſe il denominatore d'eſſo rotto ſi formaſſe da 1. più del doppio del numero trouato per a r, allhora eſſo rotto, inſieme con detto numero trouato, componeria la lunghezza di a r, ſcarſamente, perche al quadrato di queſta ſomma, per arriuare al vero quadrato di a r, mancaria tãto, quanto importa à moltiplicare il rotto detto, via la differenza, che è da eſſo rotto ad 1. intiero. Hora dunque, che il quadrato di a c, è 625. lo partiremo per 30. c r, cioè vedremo quãte volte 30. entra in 625. *(ma baſta per numero di volte paro)* che vi entra 20. volte, & reſta 25. ma la mità di 20. è 10. & il ſuo quadrato è 100. che ſupera il 25. reſtato, però 10. è troppo, cioè a r, non può arriuare ad eſſere 10. più che c r, perilche poneremo 9. che 9. via 60. doppio di 30. ouero 18. via 30. fà 540. & 81. quadrato di 9. fà 621. quale ſi può cauare dal 625. *(però 9. è buono)* & reſta 4. per numeratore d'vn rotto, eſſendo denominatore, ò il doppio di 30. & 9. cioè di 39. intiero di a r, ouero 1. più d'eſſo doppio; onde in l'vn modo diremo a r, eſſere quaſi $39\frac{4}{78}$. *(& queſto hauerà il ſuo quadrato maggiore del vero quadrato di a r, in* $\frac{4}{1521}$. *quadr. del rotto* $\frac{2}{39}$.*)* ma in l'altro modo diremo a r, eſſere alquanto più di $39\frac{4}{79}$. *(& queſto hauerà il ſuo quadrato minore del vero quadrato di a r, in* $\frac{300}{6241}$. *che naſce à moltiplicare eſſo rotto* $\frac{4}{79}$. *via* $\frac{75}{79}$. *in che eſſo rotto è differente da 1. intiero)* Et il medeſmo occorre ne gl'altri.



Et ſe c r, ſia 197. & a c, 113. il quadrato di 113. ſarà 12769. nel quale il 197. cioè quaſi 2. centonari, in circa 127. centonari entrarà circa à 62. volte, che la mità ſaria 31. per il numero cercato da giongere al c r, per formare l'intiero di a r, ma il quadrato di queſto 31. è 961. quale gionto à 62. volte 197. vediamo, che ſuperaria il 12769. perilche 31. è troppo; poneremo dunque, che il numero cercato ſia 30. il ſuo quadrato è 900. & 60. volte 197. fà 11820. che con 900. fà 12720. quale non eccede il 12769. però 30. è il numero cercato, da giongere à 197. & fà 227. per l'intiero di a r, che il rotto lo formaremo, ponendo 49. reſtante da 12720. à 12769. ſopra ad vna righetta per numeratore, & di ſotto per denominatore ponendoui il doppio di 227. che è 454. ouero 1. più, che fà 455. formando $\frac{49}{454}$. che è alquanto più del douere, Ouero formando $\frac{49}{455}$. che è alquanto manco del douere.





Et ſe nel Triangolo rettangolo a c r, ci fuſſe noto il lato a r, oppoſto all'angolo retto, & il c r, vno de gl'altri dui, che contengono l'angolo retto, & ſi voleſſe trouare l'altro lato a c; Per cauare il quadrato di c r, dal quadrato di a r, ſenza trouare eſſi quadrati, baſtarà moltiplicare la ſomma di c r, & a r, via la differenza loro; & il prodotto ſarà il reſtante cercato, che è il quadrato di a c, però la ℞ quadrata d'eſſo ſarà la lũghezza di a c; Ouero *(che riſulta l'iſteſſo)* Moltiplicaremo la differenza di c r, ad a r, in ſe medeſima, & per il doppio di c r, & gionti i prodotti inſieme, la ſomma ſarà la differenza delli quadrati di c r, & a r, cioè ſarà il quadrato di c a; Hora dunque diremo, la differenza di 25. à 32. è 7. il ſuo quadrato è 49. che gionto à 7. volte 50. doppio di c r, minore, cioè à 350. fà 399. & queſto è il quadrato di c a, la ſua ℞ è quaſi 20. ò poco più di $19\frac{38}{39}$. & queſta è la lunghezza di a c.

Regole

Regole di Pratica, che si applicano alli Quadrati; Et seruiranno alli Sergenti, quali à mente vogliono formare ordinanze quadre di gente, ò sminuirle, ò accrescerle di numero di Fanti.

VOLENDOSI pigliare la ℞ delli numeri à mente, per formare ordinanze quadre di gente, potremo fare come segue; Sia che si habbino 12680. fanti da ordinare in forma quadra di gente; Onde per pigliare la ℞ di questo 12680. à mente, potremo dire. Questo numero contiene 126. centonara, & la ℞ di 126. è 11. *(che sono 11. decine, cioè 110 fanti per ciascun lato dell'ordinanza)* & auanza 5. centonara, che con l'80. che segue nel 12680. fà 580. fanti; Et per trouare quante file di più, oltre alle 110. dette, se ne possano fare; diremo à mente, 1. volta il doppio di 110. è 220. & questi con il quadrato d'1. detto *(che fà 221.)* formaria vna fila, ma perche li fanti 580. sono molto più, diremo 2. volte 220. doppio del 110. fà 440. & il quadrato di questo 2. è 4. che gionto ad esso 440. fà 444. & però fanti 444. formariano 2. file di più; & da 444. fino à 580. auanzano 136. fanti, che non bastano à fare vna fila per ogni lato di più, essendo manco di 220. & della differenza, che saria dal quadrato di 2. al quadrato di 3. qual differenza è 5. *(somma d'essi 2. & 3.)* & con il 220. faria 225. & però non 136. fanti, ma 225. bisognariano à poter fare in tutto 3. file di più, per ciascun lato, cioè per fronte, & per fianco. Onde, perche 110. & 2. di più fà 112. diremo, che si faranno 112. file à 112. fanti per fila, & auanzaranno 136. fanti. Di questi 136. fanti si potria ponere 1. fila di più, ma solo per fronte, ò solo per fianco, dicendo, che la fronte fusse 113. & il fianco 112. Ouero la fronte 112. & il fianco 113. Et così auanzariano 24. fanti, differenza di 112. à 136.

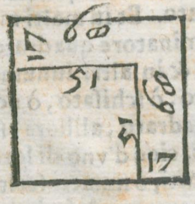
Et hauendo fanti 12000. da ridurre in ordinãza quadra di gente, diremo; Questi sono 120. centonari, che la ℞ è 10. decine, & auanzano 20. centonari, cioè 2000 onde fino ad hora si fanno 100. file à 100. per fila, & habbiamo 2000. fanti ancora, che per vedere quante file di più se ne possono cauare, diremo 1. volta il doppio di 100. è 200. & 2. volte è 400. & 3. volte è 600. & 4. volte è 800. 5. volte è 1000. 6. volte è 1200. 7. volte è 1400 8. volte è 1600. 9. volte è 1800. & il quadrato di questo 9. è 81. onde dal 2000. cauato il 1800. che resta 200. & da questo cauato ancora l'81. resta 119. fanti; perilche haueremo 9. file di più, & però in tutto file 109. à 109. fanti per fila, & ancora auanzaranno fanti 119. Ma più breuemente; Veggasi quanti fanti importaria l'ordinanza di decine 10. & mezo, cioè di fanti 105. per fila, moltiplicando 10. decine, & mezo in se stesso; il che facilmẽte si fà così. Dicasi 10. via 10. fà 100 & à questo si gionga il medesmo 10. che fà 110. & sono centonari, alli quali si gionga sempre il quadrato di meza decina, che è vn quarto di centonaro; ò vogliamo dire il quadrato di 5 che è 25 & fà 110. centonari, & 25. cioè 110. accompagnatoli da man destra 25. che forma 11025. & però le 105. file importano 11025. fanti, che fino à 12000. resta 975; hora per vedere quante file di più delle 105. si faranno per causa delli 975. fanti, diremo 1. fila di più importa 1. volta il doppio di 105. cioè 210. *(& 1. di più)* le 2. file, 2. volte 210. *(& 4. di più)* le 3. file, 3. volte 210. *(& 9. di più)* le 4. file, 4. volte 210. cioè 840. & 16. *(quadrato di 4.)* di più, che fà 856. & fino à 975. resta 119. fanti; hauendo 105. & 4. di più, fà 109. file, à 109. fanti per fila. Similmente à moltiplicare 35. via 35. cioè 3. decine, e mezo, via 3. decine, e mezo, fà 3. via 3. 9. & l'istesso 3. di più fà 12. che sono centonara, & ancora 25. di più, cioè 1225. Similmente 95. via 95. fà 9. via 9. 81. & l'istesso 9. di più fà 90. che sono centonari, & 25. di più, cioè 25. accompagnato da man destra al 90. che forma 9025. Et l'istesso occorre ne gl'altri numeri, che terminano in 5. moltiplicandoli in se medesimi. Ma volendo moltiplicare 37. via 37. diremo. Quì sono 3. decine, però 3. via 3. fà 9. centonari, poi 3. decine via 7. fà 21. decine, il che sempre si piglia due volte, dicendo 21. & 21. fà 42. decine, che con li 9. centonari fà *(900 & 420.)* 1320. & ancora si dice 7. via 7. fà 49. & questo si gionge al 1320. che fà in tutto 1369. & questo è il quadrato di 37. Ouero potiamo dire, il 37. supera 35. in 2. & 35. via 35. cioè 3. decine, e mezo, via 3. decine, e mezo, fà 3. via 3. 9 & 3. fà 12. al quale accompagnato 25. fà 1225. che è il quadrato di 35. hora per il 2. che resta fino al 37. diremo 2. via il doppio di 35. cioè 2. via 70. fà 140. & il quadrato di detto 2. è 4. che con il 140. fà 144. & questo si gionge al 1225. trouato, che fà in tutto 1369. il che è il quadrato di 37. Et il medesmo auuiene ne gl'altri numeri simili.

Supponendo hora, che si habbi vn'ordinãza quadra di gente di 42. file, à 42. per fila, & giongendoli 1500. fanti, di modo, che la totale ordinanza sia pure quadra di gente, si vogli sapere quante file di più verranno ad essere. Diremo 1. fila di più importaria 1. volta il doppio di 42. cioè 84. & 1. (*quadrato d'*1.) di più; & perche 1500. è gran numero, & l'84. v'entra più di 10. volte, potremo dire, le 10. file importariano 10. volte 84. cioè 840. & 100. (*quadrato di* 10.) di

più,

più, che fà 940. il che anco è poco, che fino al 1500. auanza molto; onde seguendo diremo, le 11. file importariano 11. volte 84. che fà 840. & 84. cioè 924. & 121. (*quadrato d'11.*) di più; le 12. file importariano 12. volte 84. che fà 924. & 84. cioè 1008. & 144. (*quadrato di 12.*) di più; le 13. file importariano 13. volte 84. che fà 1008. & 84. cioè 1092. & 169. (*quadrato di 13.*) di più; le 14. file importariano 14. volte 84. che fà 1092. & 84. cioè 1176. & 196. (*quadrato di 14.*) di più, che in tutto fà 1372. qual numero è vicino al 1500. & cauato da esso 1500. resta 128. Et così haueremo 42. file, & le 14. trouate, che fanno 56. file, & ancora 128. fanti di più, quali per vedere se possono formare vna fila di più, diremo 1. volta il doppio di 56. è 112. & 1. (*quadrato d'1.*) di più, fà 113. che è il numero delli fanti, che bisognano per vn'altra fila; ma n'habbiamo 128. però bastano per vn'altra fila, & auanzano anco 15. fanti, perilche saranno in tutto 57. file à 57. per fila, & auanzaranno 15. fanti; onde con li 1500. fanti, verremo à giungerli 15. file per lato, & anco auanzaranno 15. fanti. Ouero, vedendo, che con l'essere la prima ordinanza 42. file, 1. fila di più importaria 1. volta il doppio di 42. cioè 84. fanti (*& 1. quadrato d'1. di più*) & che perche questo 84. nel 1500. fanti dati da giongerli entra molto più di 10. volte, & però che se ne farà più di 10. file di più; potresimo dire, le 10. file di più importaranno 10. volte 84. cioè 840. & 100. (*quadrato di questo 10.*) di più, cioè in tutto 940. fanti, che fino alli 1500. restano 560. fanti, onde così li aggiungeremo 10. file, che con le 42. fanno 52. & haueremo ridutta la ordinanza à 52. file, hauendo ancora 560. fanti; Et per vedere con questi quante file di più si potranno fare, diremo, hora 1. fila di più importa 1. volta il doppio di 52. cioè 104. & 1. (*quadrato d'1.*) di più; le 2. file importano 2. volte 104. che fà 208. & 4. (*quadrato di 2.*) di più; le 3. file importano 3. volte 104. che fà 312. & 9. (*quadrato di 3.*) di più; le 4. file importano 4. volte 104. che fà 416. & 16. (*quadrato di 4.*) di più; le 5. file importano 5. volte 104. che fà 520. & 25. (*quadrato di 5.*) di più, cioè in tutto 545. & così siamo peruenuti talmente vicini al 560. che habbiamo, che non resta se non 15. qual picciol numero non può bastare à formare vn'altra fila; onde concluderemo, che oltre le 52. se li potrà giongere ancora 5. file, & saranno in tutto 57. sì che alla prima ordinanza, che è di 42. file, si verranno à giongere 15. file, & anco auanzaranno 15. fanti. Ancora in altro modo si poteua dire; alla prima ordinanza di 42. file, giongendoli 8. file, per ridurla à 50. numero facile di file, bisognaranno 8. volte il doppio di 42. cioè 8. volte 84. che fà 640. & 32. cioè 672. & ancora 64. (*quadrato di quest'8.*) di più, che fà in tutto 736. fanti, & fino al 1500. fanti, che si hanno in tutto da giongere, resta 764. fanti, Et allhora haueremo 50. file, & 764. fanti, Et seguendo, potremo con facilità vedere quãte file di più si faranno con detti 764. fanti, dicendo. Per 1. fila bisogna il doppio di 50. cioè 100. (*& 1. di più*) & perche si vede, che questo 100. entra nel 764. 7. volte, con auanzo, potremo dire subito, le 7. file importano 7. volte 100. fà 700. & 49. (*quadrato di questo 7.*) di più, che fà 749. per le totali 7. file, & questo si può cauare dal 764. & resta 15. però la ordinãza si ridurrà à 57. file, cioè se glie ne aggiungeranno 15. file, & anco auanzaranno 15. fanti.

Et se supponendo, che vna ordinanza sia di 68. fanti, à 68. fanti per fila, & volendone cauare 2000. fanti, di modo, che la ordinanza resti quadrata pur di gente, si cerchi sapere quanto restarà per lato. Conosciamo, che à leuarne 1. fila, sì che restino 67. si leuaranno 68. & 67. (*cioè 1. manco di 2. volte 68. ò vogliamo dire 1. più di 2. volte 67.*) fà 135. fanti, Et à volere, che restino 66. si leuaranno ancora 67. & 66. (*cioè 1. manco di volte 67. ò vogliamo dire 1. più di 2. volte 66. numero delle file, che hanno da restare*) fà 133. soldati; & à volere, che restino 65. si leuaranno ancora 131. fanti; & à volere, che restino 64. file, si leuaranno ancora 129. fanti; & così potresimo andar seguendo, fin che il numero delli fanti leuati fusse arriuato al 2000. che si vuol leuare. Ouero cercaremo quante volte il doppio di 68. numero delle file della ordinanza entra in 2000. che si vuol leuare, ò il semplice 68. nella mità di 2000. ouero il 68. nel totale 2000. ma basta per numero di volte pari, & di questo auuenimento paro pigliaremo la mità, & il quadrato di questa mità si gionga al 2000. ò all'auanzo, che restarà doppo alla partitione del 2000. che essa mità sarà il numero delle file per ciascun lato da cauare, & la somma del quadrato detto, & auãzo della partitione, saranno fanti da cauare ancora dalla ordinanza, perche le file dette, cauate da ciascun lato, non arriuaranno al 2000.



Che hora il 68. in 2000. entra circa 30. volte, se bene non intieramente, che 30. volte 68. fà 2040. che fino al 2000. non auanza cosa alcuna, ma vi manca 40. però si può dire, che il restante, ò auanzo d'hora sia manco 40. Et la mità del 30. è 15. il quadrato del quale è 225. che gionto al manco 40. fà 225. manco 40. cioè fà 185. però diremo, che se ne cauaranno 15. file per ciascun lato, cioè per fronte, & per fianco (*& restaranno 53. file*) & di più vi se ne doueranno cauare 185. fanti (*che*

le 15. file cauate importaranno solo 1815. fanti) Et hora, che sono 53. file, cauandone vna fila per lato, se ne verrà à cauare 105. fanti, & anco ci bisogna cauare 80. fanti, che sono da 105. à 185. onde cauandone vn'altra fila per lato, & restaranno file 51. se ne verranno à cauare ancora fanti 103. *(che è il doppio più 1. del 51. numero delle file, che restano)* & à noi bastariano 80. fanti, per arriuare al 2000. però se ne verrà à cauare 23. di più, cioè in tutto 2023. perilche diremo, che la ordinanza quadrata restarà di fanti, ò file 51. per ciascun lato, venendosene à cauare 17. file per fronte, & per fianco, che importaranno fanti 2023.

Et se proposte due ordinanze quadrate di gente, ineguali, vorremo sapere quanti fanti siano più nella maggiore, che nella minore; bastarà, che si gionga il numero delle file, dell'vna ordinanza, con il numero delle file dell'altra, & la somma si moltiplichi via la differẽza d'essi dui numeri, che il prodotto sarà il numero delli fanti, in che la ordinanza maggiore eccederà la minore. Onde essendo vn'ordinanza quadra di gente di 113. file, & vn'altra simile di 94 file, per conoscere la differenza loro circa al numero delli fanti, che sono in esse; Giongeremo insieme 113. & 94. che fà 207. & questo moltiplicaremo per 19. differenza di 94. à 113. che fà 200. via 19. 3800. & 7. via 19. cioè 7. via 10. & 7. via 9. fà 70. & 63. che in tutto è 133. & con il 3800. fà 3933. per il prodotto di 207. via 19. & questo 3933. è il numero delli fanti, che si trouano di più nella ordinanza maggiore.

Ritornando hora al modo ordinario di pigliare le radici quadrate, Sia proposto $20\frac{1}{2}$. da pigliarne la ℞. Questo numero, se bene è quadrato, non si conoscerà, ò trouarà la sua ℞ precise con le regole ordinarie dette, perche quanto alla prima regola, che supera, la ℞ d'esso $20\frac{1}{4}$. saria $4\frac{4\frac{1}{4}}{8}$. cioè $4\frac{17}{32}$. il quadrato di che supera il $20\frac{1}{4}$. in $\frac{289}{1024}$. quadrato del rotto $\frac{17}{32}$. Et quanto alla seconda regola, che non arriua al vero, la ℞ d'esso $20\frac{1}{4}$. saria $4\frac{4\frac{1}{4}}{9}$. cioè $4\frac{17}{36}$. il quadrato di che manca per arriuare al $20\frac{1}{4}$. in $\frac{323}{1296}$. che nasce à moltiplicare il rotto $\frac{17}{36}$. via $\frac{19}{36}$. differenza d'esso rotto all'intiero; Onde proposto vn numero misto, cioè composto d'intiero, e rotto, da pigliarne la ℞, conuerrà prima vedere se egli è quadrato, & non essendo quadrato, allhora si potrà vsare qual regola delle sopradette ordinarie ci piacerà in trouare la sua ℞ propinqua, eccedente, ò scarsa. Ma essendo quadrato *(come era il $20\frac{1}{4}$. la ℞ del quale è $4\frac{1}{2}$.)* conuerrà trouare la sua vera ℞, nel modo particolare, che mostraremo; che perciò hora seguiremo à mostrare, come proposto vn numero rotto, ò misto, si conosca se egli è quadrato, ò nò, & essendo quadrato, come se ne troui la sua vera ℞.

Delli numeri rotti, ò misti posti in forma di rotto, quelli sono quadrati, che hanno il numeratore, & anco il denominatore, che sia numero quadrato; Et quando, ò l'vno, ò l'altro, cioè, ò il numeratore, ò il denominatore, ouero ambidui non fussero numeri quadrati, allhora essi numeri rotti, ò scritti in forma di rotto, non saranno quadrati; Auuertendo però, che li numeri rotti detti siano schisati, ò ridutti à quella maggior breuità, che si possa, secondo il modo ordinario; poiche alcuni rotti non schisati potriano parere non quadrati, & veramente sariano quadrati; come per esempio è $\frac{8}{18}$. che non hà il numeratore 8. ne il denominatore 18. quadrato, nondimeno è numero quadrato, perche egli significa $\frac{4}{9}$. che hà il numeratore 4. & il denominatore 9. ambidui quadrati; però à concludere, che vn rotto sia non quadrato, conuiene, che schisato, che egli sarà, si vegga, che ambidui i suoi numeratore, & denominatore non siano quadrati. Et notisi, che anco può auuenire, che vn rotto non sia schisato, & che si conosca egli essere quadrato, hauendo così il suo numeratore, come il denominatore quadrato; come saria per esempio $\frac{16}{36}$. qual si vede essere quadrato; essendo 16. & anco 36. numeri quadrati, benche egli non sia schisato, riducendosi à $\frac{4}{9}$. che pur si vede essere quadrato. Et in molti modi si può scriuere vn rotto quadrato, che hauerà il numeratore, & il denominatore quadrato; che per esempio il $\frac{4}{9}$. detto può anco essere $\frac{36}{81}$. $\frac{64}{144}$. $\frac{100}{225}$. $\frac{484}{1089}$. & in altri innumerabili modi, che significaranno l'istesso $\frac{4}{9}$. Auuertasi anco, che d'vn rotto, ò schisato, ò non schisato, quando il solo numeratore, ò il solo denominatore sia numero quadrato, allhora esso rotto non sarà quadrato, perche del numeratore, ouero del denominatore, cioè d'vno di loro, si potria bene pigliare la ℞ quadrata precise, ma dell'altro non; Et delli rotti, ò numeri scritti in forma di rotto, quadrati, per trouarne la ℞, si deue pigliare la ℞ del numeratore, & scriuerla sopra ad vna riga per numeratore, & anco si deue pigliare la ℞ del denominatore, & scriuerla sotto alla detta riga per denominatore, che il rotto così formato sarà la ℞ cercata. Onde proposto $\frac{16}{25}$. per trouarne la ℞, diremo la ℞ di 16. è 4. da scriuere sopra ad vna riga, & la ℞ di 25. è 5. da scriuere sotto alla detta riga, formando $\frac{4}{5}$. quale moltiplicato in se medesmo, produce à punto il $\frac{16}{25}$. proposto. Et così la ℞ di $\frac{81}{100}$. sarà $\frac{9}{10}$. di $\frac{100}{144}$. sarà $\frac{10}{12}$. ò vogliamo

dire

dire $\frac{5}{6}$. di $\frac{264}{225}$. sarà $\frac{18}{15}$. di $\frac{25}{4}$. *(che è $6\frac{1}{4}$.)* sarà $\frac{5}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$. di $\frac{100}{49}$. *(che è $2\frac{2}{49}$.)* sarà $\frac{10}{7}$. cioè $1\frac{3}{7}$. & così auuerrà de gl'altri. Delli rotti poi non quadrati, per trouarne la ℞ prossima al vero, potremo pigliare la ℞ propinqua del numeratore, & scriuetla sopra ad vna riga per numeratore, & ancora pigliare la ℞ propinqua del denominatore, & scriuerla sotto à detta riga per denominatore, che il rotto così formato sarà la ℞ prossima cercata. Questa sapremo ella essere eccedente, ò scarsa, trouando il suo quadrato, che allhora se esso quadrato eccederà la quantità, di che s'è presa la ℞, conosciuto l'eccesso; Volendo noi trouare vna ℞ più propinqua, partiremo esso eccesso per il doppio della ℞ trouata, & l'auuenimento cauaremo da detta ℞ trouata, che il restãte sarà ℞ eccedente più propinqua; Et se anco ne vorremo vna, ò più, più propinque opereremo nel medesimo modo, trouandone quant'altre più propinque eccedenti ci piacerà. Ma se la prima ℞ trouata fusse scarsa, Conosciuta la quantità della scarsezza del suo quadrato, la partiremo per la somma, che nasce à sommare essa ℞ scarsa, con vna ℞ propinqua eccedente della quantità, di che s'è presa la ℞, & l'auuenimento giongeremo alla prima ℞ scarsa trouata, che la somma sarà ℞ scarsa più propinqua. Et nel medesmo modo potremo seguire à trouarne quãt'altre scarse più propinque vorremo. Ma se mediante la ℞ scarsa vorremo trouarne vna più propinqua eccedente, bastarà partire la scarsezza del suo quadrato per il doppio di detta ℞ scarsa, & giongere l'auuenimento à detta ℞ scarsa, che la somma sarà ℞ eccedente, mediante la quale poi *(partendo come s'è detto la quantità dell'eccesso del suo quadrato per il doppio d'essa ℞ eccedente, & cauando l'auuenimento da essa ℞ eccedente)* trouaremo vn'altra ℞ eccedente più propinqua, & poi ancora quant'altre vorremo. Sia per esempio pro-

Di $\frac{29}{48}$. sia la ℞ $\frac{5\frac{4}{10}}{6\frac{12}{12}}$. cioè $\frac{5\frac{2}{5}}{7}$. che è $\frac{27}{35}$. Il quad. d'essa è $\frac{729}{1225}$. che si paragona à $\frac{29}{48}$

4374 | 11025 | 9800
34992 | 2450 | 58800
35525

Il quadrato della ℞ è scarso, cioè minore del $\frac{29}{48}$. in $\frac{533}{58800}$. però essa ℞ $\frac{27}{35}$. è scarsa.

Operatione per trouare vn'altra ℞ scarsa più propinqua.

℞ scarsa $\frac{27}{35}$ partit. scarsezza del quad. della ℞.

$\frac{11}{7}$ $\frac{533}{58800}$

℞ eccedente $\frac{4}{5}$ 1 8400

somma $1\frac{4}{7}$ auuenim. $\frac{533}{92400}$. da giongere à $\frac{27}{35}$

2640
792
71280
533
71813

è la somma, che è ℞ scarsa più propinqua $\frac{71813}{92400}$

933569
1292634
502691

$\frac{29}{48}$ $\frac{5157106969}{8537760000}$. è il ■

142296
177870000

160083
35574
5158230000
5177106969

$\frac{1123031}{8537760000}$. è la scarsezza del quadrato della ℞.

posto $\frac{29}{48}$. da trouarne la ℞ quadrata, per farlo pigliaremo la radice del 29. numeratore, & potiamo pigliarla eccedente, ò scarsa à beneplacito; sia hora, che si pigli eccedente, & diciamo ella essere $5\frac{4}{10}$. cioè $5\frac{2}{5}$. quale si pona sopra ad vna riga per numeratore; ancora si pigli la ℞ di 48. denominatore *(& potiamo pure pigliarla eccedente, ò scarsa à beneplacito)* & diciamo, che sia $6\frac{12}{12}$. cioè 7. quale si pona sotto alla riga detta per denominatore, formando $\frac{5\frac{2}{5}}{7}$. cioè $\frac{27}{35}$. che sarà vicino al vero la ℞ di $\frac{29}{48}$. proposto. Et per conoscere se ella sia eccedente, ò scarsa, trouaremo il suo quadrato, che è $\frac{729}{1225}$. & lo paragonaremo al $\frac{29}{48}$. che vedremo detto quadrato essere minore di $\frac{29}{48}$. in $\frac{533}{58800}$. però conosciamo la ℞ trouata essere scarsa. Volẽdo hora trouare vn'altra ℞ scarsa più propinqua, giongeremo questa prima ℞ scarsa $\frac{27}{35}$. con vna ℞ eccedente del $\frac{29}{48}$. & si può pigliare à beneplàcito, onde potressimo pigliare la vnità, cioè 1. che è ℞ eccedente di detto $\frac{29}{48}$. ma più propinquamẽte si pigliarà $\frac{7}{8}$. ò $\frac{5}{6}$. ò qual'altro rotto si vogli, il quadrato del quale appropinquãdosi, si vegga eccedere $\frac{29}{48}$. & però sia bene à pigliare rotto tale, che facilmẽte si gionga

à detto

Operatione da trouare la scarsezza del quadrato della ℞, mediante la regola ordinaria già in principio mostrata.

℞ scarsa adoprata	℞ scarsa trouata	℞ ecccedente adoprata	
$\frac{27}{35}$	$\frac{71813}{92400}$	$\frac{4}{5}$	18480 73920
differenza $\frac{533}{92400}$	differenza $\frac{2107}{92400}$		6321 6321

prodotto delle differenze $\frac{1123031}{8537760000}$ $\frac{10535}{1123031}$

che è la scarsezza del quadrato della ℞ trouata.

à detto $\frac{27}{35}$. perilche hora sarà à proposito $\frac{4}{5}$. il quadrato del quale $\frac{16}{25}$. vediamo superare $\frac{29}{48}$. & perciò si può dire $\frac{4}{5}$. essere ℞ eccedẽte di $\frac{29}{48}$. & di più questo $\frac{4}{5}$. facilmente si somma con $\frac{27}{35}$. & fà $1\frac{4}{7}$. Con questa somma $1\frac{4}{7}$. partiremo hora $\frac{533}{58800}$. scarsezza del quadrato della ℞ trouata, & ne viene $\frac{533}{92400}$. quale si hà da giongere à detta ℞ scarsa $\frac{27}{35}$. & fà $\frac{71813}{92400}$. che è ℞ scarsa più propinqua, il quadrato della quale manca solo in $\frac{1123031}{8537760000}$. per arriuare al $\frac{29}{48}$. Hora con questa ℞ scarsa trouata, & con la ℞ eccedente sopradetta $\frac{4}{5}$. *(ò con altra ℞ eccedente prossima)* potremo trouarne vn'altra scarsa più propinqua, & poi quant'altre ci piacerà.

Et se mediante la prima ℞ scarsa $\frac{27}{35}$. hauessimo voluto trouare vn'altra ℞ più propinqua, ma eccedente, haueressimo partito il $\frac{533}{58800}$. scarsezza del qoadrato della ℞, per il doppio d'essa ℞, cioè per $\frac{54}{35}$. che ne viene $\frac{533}{90720}$. & questo giõto ad essa ℞ scarsa, che fà $\frac{70517}{90720}$. quale è ℞ propinqua eccedente del medesmo $\frac{29}{48}$. il quadrato della quale eccede il $\frac{29}{48}$. solo in $\frac{284089}{8230118400}$. che è ■ del $\frac{533}{90720}$. in che questa ℞ eccedente è differẽte dalla scarsa adoprata. Hora con questa ℞ eccedente, ne potressimo trouare quãt'altre più propinque eccedenti ci piacesse. Et quando da principio nel trouare la ℞ di $\frac{29}{48}$. proposto si fusse presa la ℞, così del numeratore 29. come del denominatore 48. scarsamẽte, formãdo p radice totale $\frac{5\frac{4}{11}}{6\frac{12}{13}}$. che significa $\frac{767}{990}$. q̃sta non sapressimo però se fusse ℞ eccedente, ouer scarsa di $\frac{29}{48}$. sẽza trouare il suo quadrato, & paragonarlo al $\frac{29}{48}$. il che facẽdo, vedremo esso quadrato essere minore di $\frac{29}{48}$. in $\frac{3854\frac{3}{4}}{980100}$. & però detta radice essere scarsa.

Di $\frac{29}{48}$. la ℞ scarsa è $\frac{27}{35}$

il doppio è $\frac{54}{35}$ scarsezza $\frac{533}{58800}$

7 11760
1 1680

auuen. $\frac{533}{90720}$. giongasi à $\frac{27}{35}$

2592
23328
69984
533

90720 somma $\frac{70517}{90720}$ ch'è ℞ ecced.
90720

81648 1198789
653184 352585
8230118400 493619

$\frac{29}{48}$ il ■ è $\frac{4972647289}{8230118400}$

1028764800
15431472 171460800
3429216
4972363200

l'eccesso è $\frac{284089}{8230118400}$

qual'eccesso è il ■ di $\frac{533}{90720}$

in che questa ℞ eccedẽte supera la $\frac{27}{35}$, scarsa adoprata

Di $\frac{29}{48}$. sia la ℞ $\frac{5\frac{4}{11}}{6\frac{12}{13}}$ $\frac{59}{90}$ cioè $\frac{767}{990}$

Il suo quad. è $\frac{588289}{980100}$ $\frac{29}{48}$

165350 183762
$20418\frac{3}{4}$ 40836
$21\frac{3}{4}$
$592143\frac{3}{4}$

Il ■ della ℞ è scarso in $\frac{3854\frac{3}{4}}{980100}$

Di $\frac{29}{48}$. la ℞ sia $\frac{5\frac{4}{10}}{6\frac{12}{13}}$. che è $\frac{\frac{27}{5}}{\frac{90}{13}}$. cioè $\frac{351}{450}$

Il suo quad. è $\frac{123201}{202500}$ $\frac{29}{48}$

33750 37962
$4218\frac{3}{4}$ 8436
$21\frac{3}{4}$
$122343\frac{3}{4}$

Il ■ della ℞ eccede in $\frac{857\frac{3}{4}}{202500}$

Ancora solo $\frac{350}{450}$. che è $\frac{7}{9}$. sarà ℞ ecced. che il suo ■ $\frac{49}{81}$. eccede $\frac{29}{48}$. in $\frac{1}{1296}$.

$\frac{49}{81}$ $\frac{29}{48}$ 16
2352 2349 $\frac{1}{1296}$

Di $\frac{29}{48}$. la ℞ sia $\frac{5\frac{4}{11}}{6\frac{22}{22}}$. cioè $\frac{5\frac{4}{11}}{7}$. che è $\frac{59}{77}$. il suo ■ è $\frac{3481}{5929}$ $\frac{29}{48}$

47432 27848 53361
284592 167088 11858
171941

Il ■ della ℞ è scarso in $\frac{4853}{284692}$

Mà se nel trouare la ℞ d'esso $\frac{29}{48}$. del 29. numeratore pigliassimo la ℞ eccedente, dicendo ella essere $5\frac{4}{10}$. & del 48. denominatore pigliassimo la ℞ scarsa, dicendo ella essere $6\frac{12}{13}$. & formassimo $\frac{5\frac{2}{5}}{6\frac{12}{13}}$. cioè $\frac{351}{450}$. per ℞ del $\frac{29}{48}$. questa ℞ così trouata conosceressimo di necessità douere essere eccedente, perche il suo numeratore eccede il vero *(essendo ℞ eccedente del 29. numeratore)* & di più il denominatore è minore del vero *(essendo ℞ scarsa del 48. denominatore)* perilche esso rotto totale, che forma la ℞, tanto maggiormente è maggiore del vero. Ma se nel trouare pure la ℞ di detto $\frac{29}{48}$. del 29. numeratore si pigliasse la ℞ scarsa, dicendo ella essere $5\frac{4}{11}$. & del 48. denominatore si pigliasse la ℞ eccedente, dicendo ella essere 7. & si formasse $\frac{5\frac{4}{11}}{7}$. cioè $\frac{59}{77}$. per ℞ del $\frac{29}{48}$. questa ℞ così trouata si conosceria di necessità douere essere scarsa, perche, oltre che il numeratore $5\frac{4}{11}$. è minore del douere *(essendo ℞ scarsa del 29. numeratore)* di più il denominatore 7. è maggiore del douere *(essendo ℞ eccedente del 48. denominatore)* perilche esso rotto totale, che forma la ℞, tanto maggiormente è minore del douere.

Et notisi, che nel trouare la ℞ di questi numeri rotti proposti, sarà molto espediente il pigliare per ℞ loro vn rotto facile, il quadrato del quale superi il rotto proposto, se vorremo la ℞ eccedente, ouero il quadrato del quale sia scarso, ò minore del rotto proposto, se vorremo la ℞ scarsa; & poi con questa prima ℞ trouarne vn'altra più propinqua. Onde proposto $\frac{29}{48}$. da trouarne la ℞, pigliaremo da principio vna ℞ eccedente facile à beneplacito, & sia $\frac{4}{5}$. il suo

Di $\frac{29}{48}$. sia la ℞ eccedente $\frac{5}{6}$. Il suo quadrato $\frac{25}{36}$. cioè $\frac{33\frac{1}{3}}{48}$. eccede il $\frac{29}{48}$. in $\frac{4\frac{1}{3}}{48}$.

$\frac{5}{6}$ $\frac{2\frac{1}{6}}{48}$. mità dell'eccesso da partire

1 8

ne viene $\frac{13}{240}$. cauato da $\frac{5}{6}$. resta $\frac{187}{240}$. che è ℞ eccedēte più propinqua, Il suo quadrato $\frac{34969}{57600}$. eccede il $\frac{29}{48}$. solo in $\frac{169}{57600}$. che è il quadrato di $\frac{13}{240}$. in che la seconda ℞ è differente dalla prima.

seconda ℞ $\frac{187}{240}$. il doppio è

$\frac{187}{120}$. $\frac{169}{57600}$. eccesso da partire.

1 480

auuen. $\frac{169}{89760}$. da cauare da

$\frac{187}{240}$ 69938

374 169

resta $\frac{69769}{89760}$. che è ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede $\frac{29}{48}$. nel quadrato di $\frac{169}{89760}$. in che questa ℞ è minore della antecedēte.

quadrato è $\frac{16}{25}$. ma $\frac{5}{6}$. *(se bene è manco propinqua, essendo maggiore)* sarà più commodo, hauendo il denominatore communicante al 48. denominatore del $\frac{29}{48}$. Il quadrato di detto $\frac{5}{6}$. è $\frac{25}{36}$. che supera $\frac{29}{48}$. in $\frac{4\frac{1}{3}}{48}$. Hora partito questo superamento per il doppio di $\frac{5}{6}$. ouero partito $\frac{2\frac{1}{6}}{48}$. mità di questo superamento per il $\frac{5}{6}$. ne viene $\frac{13}{240}$. quale cauato da $\frac{5}{6}$. ℞ eccedente detta, resta $\frac{187}{240}$. & questa è ℞ eccedente molto propinqua. Et se da principio per ℞ del $\frac{29}{48}$. proposto, hauessimo preso $\frac{3}{4}$. il quadrato del quale è $\frac{9}{16}$. che è scarso in $\frac{2}{48}$. Questo partito per il doppio di $\frac{3}{4}$. ℞ scarsa, ouero la mità d'essa scarsezza, cioè $\frac{1}{48}$. partito per essa ℞ scarsa, cioè per $\frac{36}{48}$. ne viene $\frac{1}{36}$. quale gionto à $\frac{3}{4}$. ℞ scarsa, fà $\frac{28}{36}$. cioè $\frac{7}{9}$. che è ℞ eccedente del $\frac{29}{48}$. il quadrato della quale è $\frac{49}{81}$. che supera $\frac{29}{48}$. in $\frac{1}{1296}$. quadrato dell' $\frac{1}{36}$. in che la seconda ℞ $\frac{7}{9}$. è maggiore, ò differente dalla antecedente prima $\frac{3}{4}$.

Et sappiasi, che molti per trouare la ℞ di questi numeri rotti, ò posti in forma di rotto, non quadrati proposti, Moltiplicano il numeratore del rotto, via il suo denominatore, & del prodotto pigliano la ℞ propinqua, & essa partono per il denominat. del rotto proposto, & l'auuenimento dicono essere la ℞ propinqua cercata del rotto proposto. Onde in questo modo volendo trouare la ℞ di $\frac{29}{48}$. proposto, Moltiplicaremo 29. via 48. & del prodotto 1392. pigliaremo la ℞ propinqua, & sia $37\frac{23}{74}$. quale partiremo per il denominat. 48. & ne viene $\frac{37\frac{23}{74}}{48}$. cioè $\frac{2761}{3552}$. quale è ℞ propinqua del $\frac{29}{48}$. Questa ℞ si conosce subito essere eccedente, perche il suo numeratore $37\frac{23}{74}$. è maggiore del douere, essendo radice eccedente del 1392.

Di $\frac{29}{48}$

$$\begin{array}{r} 1392 \\ \hline 3\ 7 \\ \hline 492 \\ \hline \end{array}$$

la ℞ è $\frac{37\frac{23}{74}}{48}$. cioè $\frac{2761}{3552}$. eccedente.

ouero $\frac{33\frac{23}{75}}{48}$. cioè $\frac{2798}{3600}$. ſcarſa.

Ma ſe haueſsimo detto la ℞ di 1392. eſſere $37\frac{23}{75}$. che è ſcarſa, & però formato $\frac{37\frac{23}{75}}{48}$. per ℞ del $\frac{29}{48}$. queſta ℞ ſaria ſcarſa, perche il ſuo numeratore $37\frac{23}{75}$. ſaria minore del douere *(eſſendo ſempre il 48. denominatore conueniente al vero)* & però il rotto totale $\frac{1399}{1800}$. verria anco egli ad eſſere minore del douere. Et il pigliare la ℞ delli rotti in queſto modo, è quanto ſe aggrandendo il rotto propoſto da pigliarne la ℞, moltiplicandolo per vn numero eguale al ſuo denominatore, formaſsimo vn'altro rotto à lui eguale, che haueſſe il denominatore quadrato, che allhora preſa la ℞ del numeratore *(che non ſi può hauere ſe non propinqua)* & poſtala per numeratore, & preſa la ℞ del denominatore *(che ſi hà preciſe eſſendo egli numero quadrato, & eſſa ℞ è il denominatore del rotto da principio propoſto, cioè il numero, con il quale ſi è moltiplicato detto primo rotto propoſto)* ponẽdola per denominatore, il rotto così formato ſarà la ℞ propinqua del rotto da principio propoſto. Et tanto è formare il rotto detto, quanto partire il numero, che habbiamo trouato eſſere numeratore, per il denominatore del rotto da principio propoſto, che è il denominatore di detto rotto formato. Onde nel pigliare la ℞ di $\frac{29}{48}$. al modo detto, egli ſi viene à ridurre à $\frac{1392}{2304}$. & hora preſa la ℞ del numeratore, & del denominatore, ſi dice la ℞ di eſſo rotto, & però di $\frac{29}{48}$. propoſto à lui eguale eſſere $\frac{37\frac{23}{74}}{48}$. che è eccedente, ouero $\frac{37\frac{23}{75}}{48}$. che è ſcarſa.

Et propoſto $\frac{3}{4}$. da pigliarne la ℞, ſi può con facilità dire, la ſua prima ℞ eccedente eſſere 1. l'eccesso del ſuo quadrato ſopra al $\frac{3}{4}$. propoſto è $\frac{1}{4}$. Queſto partito per il doppio d'1. che è 2. ne viene $\frac{1}{8}$. che cauato da 1. reſta $\frac{7}{8}$. per ſeconda ℞ eccedente più propinqua, Il ſuo quadrato è $\frac{49}{64}$. che ſupera $\frac{3}{4}$. in $\frac{1}{64}$. *(quadrato d'$\frac{1}{8}$. in che la ſeconda ℞ è minore della prima)* Et hora partendo queſto eccesso $\frac{1}{64}$. per il doppio della ℞ $\frac{7}{8}$. cioè per $\frac{7}{4}$. ne viene $\frac{1}{112}$. da cauare da $\frac{7}{8}$. & reſta $\frac{97}{112}$. che è terza ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale ſupera il $\frac{3}{4}$. nel quadrato d'$\frac{1}{112}$. in che eſſa terza ℞ è minore della antecedente ſeconda.

Ancora propeſto $\frac{4}{8}$. cioè $\frac{1}{2}$. da trouarne la ℞, ſi può dire ſimilmẽte la ſua prima ℞ eccedente eſſere 1. ouero $\frac{3}{4}$. Il quadrato del quale $\frac{9}{16}$. eccede $\frac{1}{2}$. propoſto in $\frac{1}{16}$. Queſto partito per il doppio di $\frac{3}{4}$. cioè per $\frac{3}{2}$. ne viene $\frac{1}{24}$. che cauato da $\frac{3}{4}$. reſta $\frac{17}{24}$. per ſeconda ℞ più propinqua. Il ſuo quadrato $\frac{289}{576}$. ſupera $\frac{1}{2}$. in $\frac{1}{576}$. quadrato d'$\frac{1}{24}$. in che la ſeconda ℞ $\frac{17}{24}$. è minore della prima $\frac{3}{4}$. Et coſi ſi potrà ſeguire à trouare quant'altre ℞ eccedenti più propinque ſi vorranno.

Quanto alli numeri miſti, cioè compoſti da intiero, e rotto, Per conoſcere ſe vn numero miſto propoſto ſia quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & allhora, ſe così il ſuo numeratore, come il denominatore ſarà numero quadrato, eſſo numero miſto ſarà anco egli quadrato. Et la ſua ℞ ſi pigliarà nel modo, che ſi piglia nelli rotti ſimplici, cioè pigliaremo la ℞ del numeratore, & queſta ſarà numeratore da ſcriuere ſopra ad vna riga; poi ſi pigliarà la ℞ del denominatore, & queſta ſarà denominatore da ſcriuere ſotto alla riga, & il rotto, ò numero miſto in forma di rotto così formato, ſarà la ℞ preciſe del numero propoſto, qual ℞ ſi potrà ridurre à numero miſto di forma ordinaria, partendo il numeratore per il denominatore al ſolito. Che per eſempio propoſto $76\frac{9}{16}$. per vedere ſe egli è quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & ſarà $\frac{1225}{16}$. del quale, perche il 1225. numeratore è numero quadrato, che la ſua ℞ è 35. preciſe, & anco il ſuo denominatore 16. è numero quadrato, che la ſua ℞ è 4. conoſceremo, che eſſo numero propoſto è quadrato, & la ſua ℞ ſarà $\frac{35}{4}$. cioè $8\frac{3}{4}$. Et propoſto $18\frac{18}{49}$. per vedere ſe è quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & ſarà $\frac{900}{49}$. & perche ſi vede così il ſuo numeratore 900. come il denominatore 49. eſſere numero quadrato, diremo egli eſſere numero quadrato, & la ſua ℞ ſarà $\frac{30}{7}$. cioè $4\frac{2}{7}$. Di quì conoſciamo, che delli numeri miſti propoſti, quando il denominatore del rotto accompagnato al ſuo intiero *(intendendoſi ſempre, che eſſi rotti ſiano ſchiſati, ò ridutti alla maggior breuità, che ſi poſſa)* è numero quadrato, allhora riducendoſi il numero miſto à forma di rotto, ſe auuerrà, che il ſuo numeratore ſia anco egli numero quadrato, ſi concluderà, che eſſo numero miſto ſia quadrato; ma quando il ſuo numeratore non fuſſe quadrato, allhora ſi concluderà eſſo numero miſto non eſſere quadrato, poiche non baſta, che il denominatore ſolo, ò il numeratore ſolo ſia quadrato, ma conuiene, che ſiano quadrati ambidui. Et però anco conoſciamo, che delli numeri miſti pure, quando il denominatore del rotto accompagnato al ſuo intiero non è numero quadrato, conoſciamo dico, che di ne-

di necesſità eſſo numero miſto non è quadrato, & però non occorre à ridurlo à forma di rotto, ne vedere ſe il numeratore d'eſſo ſia quadrato, perche quãdo bene eſſo numerat. fuſſe quadrato, il denominatore poi già vediamo non eſſere quadrato, & però il numero miſto, ò rotto totale, à che egli ſi fuſſe ridotto, non potrà hauere ℞ quadrata preciſe. Che per eſempio propoſto $3\frac{1}{5}$. perche il 5. denominatore del rotto $\frac{1}{5}$. non è numero quadrato, ancora il totale $3\frac{1}{5}$. non potrà eſſere quadrato, ne occorre perciò à ridurlo à $\frac{16}{5}$. per vedere ſe ſia quadrato, poiche ſe bene il 16. numeratore è quadrato, queſto non baſta, che conuerria, che anco il 5. denominatore fuſſe quadrato, quale già à prima viſta habbiamo conoſciuto non eſſere quadrato.

Et delli numeri miſti non quadrati, per trouarne la ℞ propinqua, ſe bene ciò ſi può fare in ciaſcuno delli dui modi, che ſi fà nelli rotti, cioè hauendo ridotto il numero miſto propoſto da trouarne la ℞ à forma di rotto, pigliare la ℞ propinqua del numeratore, & porla ſopra ad vna riga per numeratore, & poi pigliare la ℞ propinqua del denominatore, & porla ſotto alla riga per denominatore, che il rotto, ò per dire più propriamente, il numero in forma di rotto così formato, ſarà la ℞ propinqua cercata. Ouero hauendo pure ridotto il numero miſto propoſto à forma di rotto, Moltiplicare il numeratore, via il ſuo denominatore, & del prodotto pigliare la ℞ propinqua, & queſta partirla per il denominatore detto, che l'auuenimẽto ſarà la ℞ propinqua cercata del numero miſto propoſto. Sarà nondimeno molto commodo il trouare la ℞ propinqua di queſti numeri miſti non quadrati, nelli modi, che già ſi ſono moſtrati, poiche non occorrerà à ridurli à forma di rotto; bene è vero, che quando il denominatore del rotto, che ſi troua nel numero miſto è quadrato, & che perciò non ſiamo ſicuri, che eſſo numero miſto ſia non quadrato *(come ſapreſſimo ſe il denominatore del rotto detto fuſſe non quadrato)* è neceſſario ridurre eſſo numero miſto à forma di rotto, & vedere ſe il ſuo numeratore ſia quadrato, che eſſendo non quadrato, allhora ſaremo ſicuri il numero miſto propoſto eſſere non quadrato, Ma quando detto numeratore fuſſe quadrato, & che perciò allhora il numero miſto propoſto verria ad eſſere quadrato, la ſua ℞ *(che ſi trouaria preciſe)* conuerria pigliarla nel modo, che ſi piglia nelli rotti quadrati, cioè trouare la ℞ del numeratore, & porla ſopra ad vna riga per numeratore, & anco trouare la ℞ del denominatore, & porla ſotto alla riga per denominatore, che il numero miſto in forma di rotto così formato, ſaria la ℞ preciſe del numero miſto propoſto. Et queſto ſi fà, perche quando il numero miſto propoſto è quadrato, noi con le regole già date del pigliare le ℞ eccedenti, ò ſcarſe, à beneplacito delli numeri intieri, ò miſti propoſti, non ce ne accorgiamo altrimenti, ne con eſſe ſi viene à trouare la ſua preciſe ℞, poiche eſſe regole attendono à trouare le ℞ propinque delli numeri propoſti, ſupponendo, che eſsi ſiano non quadrati.

Sia hora per eſempio propoſto $75\frac{5}{8}$. da pigliarne la ℞; Queſto numero ſi conoſce ſubito eſſere non quadrato, perche l'8. denominatore del $\frac{5}{8}$. ſuo rotto *(abbreuiato intieramente)* è non quadrato; noi dunque facilmente potremo dire, la ℞ di 75. è 8. & auanza 11. che con il $\frac{5}{8}$. fà $11\frac{5}{8}$. auanzo da ponere ſopra ad vna riga per numeratore, ponendoui di ſotto per denominatore il doppio d'8. che è 16. ouero il doppio più 1. che è 17. & così diremo la radice propinqua

Di $75\frac{5}{8}$

$8\frac{99}{128}$. è ℞ eccedènte. $8\frac{93}{136}$. è ℞ ſcarſa.

$8\frac{93}{132}$. cioè $8\frac{31}{44}$. è fra queſte due.

Quadriſi eſſa ℞.

$$\frac{496}{}$$
$$11\frac{12}{44}$$
$$528$$
$$\frac{961}{}$$

Il ſuo ■ è $75\frac{1489}{1936}$

Et pigliando $8\frac{93}{134}$

$$\frac{1488}{}$$
$$11\frac{25}{133}$$
$$3325$$
$$\frac{8649}{}$$

Il ſuo ■ è $75\frac{11974}{17689}$

$2211\frac{1}{8}$

$11055\frac{5}{8}$.

eccede in $\frac{918\frac{3}{4}}{17689}$

Et pigliando $8\frac{93}{134}$

$$\frac{1488}{}$$
$$11\frac{14}{134}$$
$$1876$$
$$\frac{8649}{}$$

Il ſuo ■ è $75\frac{10525}{17956}$

$2244\frac{1}{2}$

$11222\frac{1}{2}$

è ſcarſo in $\frac{697\frac{1}{2}}{17956}$

del $75\frac{5}{8}$.

del $75\frac{5}{8}$. proposto essere $8\frac{11\frac{5}{8}}{16}$. cioè $8\frac{93}{128}$. & sarà eccedēte *(che il suo quadrato supera il $75\frac{5}{8}$. nel quadrato del rotto $\frac{93}{128}$.)* Ouero diremo la ℞ propinqua del detto $75\frac{5}{8}$. essere $8\frac{11\frac{5}{8}}{17}$. cioè $8\frac{93}{136}$. & sarà scarsa, che il suo quadrato sarà minore del $75\frac{7}{8}$. nel prodotto, che nasce à moltiplicare il rotto $\frac{93}{136}$. via $\frac{43}{136}$. differenza, che è da esso rotto ad 1. che si è gionto al doppio dell'8. intiero della ℞, per formare il 17. denominatore primiero del rotto della ℞.

Ma è da notare, per acquistare facilità, & anco propinquità nel pigliare queste radici, che nel nostro caso, conoscēdo $8\frac{93}{128}$. essere ℞ eccedente, & $8\frac{93}{136}$. essere ℞ scarsa, perche quanto al rotto il 128. denominatore è minore del douere, & il 136. è maggiore del douere; noi fra questi dui numeri 128. & 136. potressimo pigliare vn numero à beneplacito per denominatore, & sarà bene, quando si può, à pigliarlo tale, che egli sia communicante con il suo numeratore, che hora è 93. accioche il rotto da formarne si possa abbreuiare, rendendosi più cōmodo. Onde hora si potria pigliare 132. & formare $\frac{93}{132}$. che schisato è $\frac{31}{44}$. & la ℞ totale sarà $8\frac{31}{44}$. il quadrato della quale è $75\frac{1489}{1936}$. che eccede il $75\frac{5}{8}$. proposto in $\frac{279}{1936}$. Onde ancora più propinqua radice sarà $8\frac{93}{133}$. che il suo quadrato $75\frac{11974}{17689}$. eccederia il $75\frac{5}{8}$. solo in $\frac{918\frac{3}{8}}{17689}$. Et pigliando $8\frac{93}{134}$. questa saria scarsa, perche il suo quadrato $75\frac{10525}{17956}$. non arriuaria à $75\frac{5}{8}$. mancandoui $\frac{697\frac{1}{2}}{17956}$. Questo $8\frac{93}{134}$. si saria trouato da principio, se nel pigliare la ℞ del $75\frac{5}{8}$. che è 8. & auanza $11\frac{5}{8}$. da ponere sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto postoui 16. doppio dell'8. intiero della ℞; à questo 16. hauessimo gionto non 1. ma $\frac{3}{4}$. rotto facile *(& poco maggiore dell' $\frac{11\frac{5}{8}}{16}$. che saria il rotto ordinario eccedente)* facendo essere il denominatore $16\frac{3}{4}$. & però il rotto totale $\frac{11\frac{5}{8}}{16\frac{3}{4}}$. che significa $\frac{93}{134}$. & con l'8. intiero, fà $8\frac{93}{134}$. Et se per formare il denominatore del rotto della ℞, al 16. doppio dell'8. intiero, hauessimo gionto solo $\frac{5}{8}$. rotto facile, & minore dell' $\frac{11\frac{5}{8}}{16}$. rotto ordinario eccedente, formando per rotto totale $\frac{11\frac{5}{8}}{16\frac{5}{8}}$. che significa $\frac{93}{133}$. & con l'8. intiero fà $8\frac{93}{133}$. sapressimo, che questa di necessità saria ℞ propinqua, & eccedente del $75\frac{5}{8}$. proposto.

Auuertasi nondimeno, che di questi numeri misti non quadrati, per trouarne la ℞ propinqua è molto commodo il pigliarla del solo intiero loro, senza tener conto del rotto nell'auāzo, con che si forma il numeratore del rotto della ℞; & allhora per denominatore d'esso rotto porui sempre il doppio dell'intiero, poiche la ℞ così trouata, essendo ℞ eccedente del numero intiero, che è parte del misto proposto, s'accostarà molto al vero, & ancora sarà pure eccedente, sempre che il quadrato del rotto d'essa ℞ superi il rotto accompagnato all'intiero del misto; ma saria scarsa, quando il quadrato di detto rotto della ℞ non arriuasse al rotto accompagnato all'intiero del misto proposto; Onde se volessimo pure vna ℞ eccedēte del numero misto proposto, noi allhora mediante questa scarsa la potressimo trouare, & saria poi molto propinqua, operando come già s'è mostrato, cioè partēdo la scarsezza del quadrato della ℞ scarsa per il doppio d'essa ℞ scarsa, & giongendo l'auuenimento à detta ℞ scarsa, che la somma saria ℞ eccedente. Onde se del $75\frac{5}{8}$. vorremo facilmente trouarne la ℞, pigliādo solo il 75. intiero, diremo la sua ℞ eccedēte è $8\frac{1}{16}$. il quadrato della quale è 75. & $\frac{121}{256}$. di più *(che è il quadrato del rotto $\frac{1}{16}$.)* & perche questo $\frac{121}{256}$. non arriua à $\frac{5}{8}$. rotto accompagnato al 75. nel $75\frac{5}{8}$. proposto, che li manca $\frac{39}{256}$. vediamo questo $8\frac{1}{16}$. essere ℞ scarsa del $75\frac{5}{8}$. proposto, & la scarsezza del suo quadrato essere $\frac{39}{256}$. quale se partiremo per $\frac{139}{8}$. cioè per $\frac{4448}{256}$. doppio della ℞ scarsa detta, che ne verrà $\frac{39}{4448}$. & questo giongeremo à detta ℞ scarsa $8\frac{1}{16}$. la somma, che è $8\frac{3097}{4448}$. sarà ℞ eccedente del proposto $75\frac{5}{8}$. Et il quadrato di detta ℞ eccederà esso $75\frac{5}{8}$. proposto nel quadrato di $\frac{39}{4448}$. in che questa ℞ eccedente è differente dalla ℞ scarsa adoprata à trouarla.

$\frac{39}{4448}$. con $8\frac{11}{16}$
278
3058
39
3097
fà $8\frac{3097}{4448}$
49552
$11\frac{624}{4448}$
26688
106752
9591409
il ■ è $75\frac{12366961}{19784704}$
2473088
12365440
1521
eccede in $\frac{1521}{19784704}$

Voglio

Voglio anco pigliar fatica di mostrare almeno in parte la causa, ò fondamento del modo di operare nel pigliare la ℞ quadra delli numeri grandi, per satisfare alli principianti, quali con questo lume possino poi à pieno andar considerando, & conoscendo quanto in ciò sia à proposito. Onde per dar principio, Sappiasi, che d'vn numero proposto, per trouarne la ℞, prima si vede da quante figure sarà contenuto il numero, che hà da mostrare essa ℞, & per vederlo, si fà vn punto sopra, ò sotto alla prima figura destra del numero proposto, poi lassata la seconda, si fà vn'altro punto sotto alla terza, & lassata la quarta, si fà vn'altro punto sotto alla quinta, & così si segue fino al fine delle figure del numero proposto, di modo cioè, che fra l'vn punto, & l'altro vi sia vna figura intermedia. Et il numero delli punti in questo modo trouati, mostrarà il numero delle figure, dalle quali deue essere contenuto il numero, che hà da essere ℞ del numero proposto. Et la causa di ciò nasce di quì. Vn numero d'vna figura sola moltiplicato in se stesso, produce vn numero d'vna figura, ò al più vn numero contenuto da due figure, come auuiene per esempio à moltiplicare 2. in se stesso, che fà 4. ouero 9. in se stesso, che fà 81. onde quando vn numero proposto sarà contenuto da vna, ò da due figure, se bene arriuasse à 99. la sua ℞ sarà numero d'vna figura sola, & però non arriuarà à 10. numero, che è il minore di due figure, che si possa trouare, & il suo quadrato è 100. che è contenuto da tre figure, & però supera 99. che è il maggior numero, che si troui contenuto da due figure. Ancora, Vn numero di due figure moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da tre figure almeno, ò da quattro figure al più, come si vede nelli quadrati di 10. & di 99. che sono 100. & 9801. Ancora Vn numero contenuto da tre figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da cinque figure almeno, ò da sei figure al più, come si vede nelli quadrati di 100. & di 999. che sono 10000. & 978001. Ancora Vn numero contenuto da quattro figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da sette figure almeno, ò da otto al più; Cioè Ciascun numero moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero, che sarà contenuto da due volte tante figure al più, ouero da vna manco di due volte tanto, almeno. Onde Vn numero di 25. figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da 50. figure al più, ò da 49. almeno; Et così conuersamente, ò per il contrario. Vn numero di 50. figure, ò di 49. douendosi produrre da alcun numero moltiplicato in se stesso, conuiene, che il producente sia di 25. figure, cioè sia di tante figure, quanto è la mità del numero delle figure, del numero, che hà da essere prodotto, se esso numero di figure del prodotto sarà paro; ò quanto è la mità del numero paro à lui prossimo maggiore, se esso numero di figure del prodotto fusse disparo. Et perche proposto vn numero, à trouare vn'altro numero intiero, che moltiplicato in se stesso produca il proposto, ò se li approssimi più che si può *(quando il proposto non sia quadrato)* quello, che si trouarà si chiama la ℞ del proposto; conosciamo, che quando vn numero proposto sarà poniamo di 30. figure, ò di 29. che la sua ℞ necessariamente sarà numero di 15. figure, & se il numero proposto fusse di 80. ouero 79. figure, la sua radice necessariamente saria numero di 40. figure, &c. Questo inteso, per venire breuemente alla inuétione dell'operare nel pigliare la ℞ quadra delli numeri, & procedere naturalmente secondo il nostro solito, douiamo auuertire, che il pigliare la ℞ d'vn numero proposto è à punto il conuerso del moltiplicare vn numero dato in se stesso, onde conuiene, che sappiamo trouare operatione conuersa ad esso moltiplicare, & lo faremo considerando bene il modo del moltiplicare; Che per esempio dato 46. da moltiplicare in se medesimo, vediamo, che il prodotto consta di tre moltiplicationi, cioè di 36. quadrato di 6. prima figura destra, qual 36. occupa il primo luogo, di 48. doppio del prodotto di 4. seconda figura, via 6. prima, qual 48. occupa il secondo luogo; & di 16. quadrato di 4. seconda figura, qual 16. occupa il terzo luogo, & se bene nel secondo luogo hora si vede entrare il 3. del 36. & nel terzo luogo si vede entrare il 4. del 48. & il 16. &c. si vede occupare ancora il quarto luogo,

```
  46       2116
  46        46
 ---      -----
  36     8  516
 48
16
----
2116
```

questo non impedisce, che noi non conosciamo, che il proprio luogo del quadrato della prima figura destra del 46. dato, è il primo luogo del prodotto totale, & che il proprio luogo del doppio del prodotto della seconda figura, via la prima, è il secondo luogo del prodotto totale, & che il proprio luogo del quadrato della seconda figura del numero dato, è il terzo luogo del prodotto totale, se bene quádo li quadrati, & doppio del prodotto detto sono numeri, che habbino due figure, essi possono con la loro seconda figura inserirsi nel luogo à loro seguente verso man sinistra.

```
  41      22
  41      22
 ---     ---
   1       4
  8       8
16        4
----    ---
1681     484
```

Hora dal vedere la operatione, che ci mostra, che 46. via 46. fà 2116. noi ingegnandoci di trouare il 46. producente il 2116. quando esso 46. non ci fusse noto, consideraremo, che nel 21. trouato nel quarto, & terzo luogo s'include

clude il quadrato della ſeconda figura del 46. però conuiene, che eſſa ſeconda figura *(benche ella ſarà la prima di queſta operatione, cominciãdo da man ſiniſtra)* ſia quella, il quadrato della quale è incluſo nel 21. cioè quella, che è ℞ del maggior numero quadrato, che è compreſo in 21. ma queſto maggior quadrato è 16. però eſſa figura ſarà 4. & oltre il quadrato di eſſo 4. nel 21. reſta 5. al quale accompagnato il 16. ſeguente del 2116. fà 516. In queſto 516. hora ſappiamo inchiuderſi il 48. doppio del prodotto di 4. figura trouata del 46. nel 6. figura da trouarſi, & anco inchiuderſi il quadrato d'eſſo 6. da trouarſi, ma di modo, che il doppio del prodotto delle due figure dette ſi contiene nel ſolo 51. che arriua ad occupare ſolo il ſecondo luogo deſtro del 516. & il quadrato della figura da trouarſi occupa tutto il reſto del 516. però conuerrà, che la figura da trouarſi ſia tale, che moltiplicata via il 4. trouato, & il doppio del prodotto cauato dal 51. ouero *(& reſulta l'isteſſo)* che moltiplicata via il doppio del 4. trouato, & il prodotto cauato dal 51. & poi à quello, che reſta accompagnato il 6. il numero, che ſe ne compone poſſa capire, ò contenere il quadrato di detta figura da trouarſi; ma il numero, ò figura, che moltiplicato via 8. doppio di 4. facci 51. ò manco, è quello, che ſi troua à partire 51. per eſſo 8 onde diremo l'8. in 51. entra ſolo 6. volte, però più di 6. non può eſſere la figura, che ſi cerca, ma ſarà 6. ò manco di 6. & per vedere ſe è 6. diremo à cauare il prodotto di 8. via 6. cioè 48. dal 51. reſta 3. & à queſto accompagnato il 6. del 516. fà 36. hora ſe queſto 36. potrà capire il quadrato del 6. detto, cioè ſe il quadrato di 6. ſi potrà cauare da 36. eſſo 6. ſarà la figura cercata; ma il quadrato di 6. è à punto 36 cioè à punto ſi può cauare dal 36. & non reſta coſa alcuna, però conoſciamo, che il 6. è la figura cercata preciſe, & queſta accompagnata al 4. trouato fà 46. & così ſappiamo, che 46. è neceſſariamente la ℞ di 2116. & che è ℞ preciſe, cioè che non auanza coſa alcuna, perche nel fine della operatione à cauare il quadrato di 6. dal 36. che ſi haueua nõ è reſtato coſa alcuna. Hora, che ſappiamo come ſi operi nel pigliare la ℞ d'vn numero, che non paſsi quattro figure, & che perciò la ſua ℞ non ſia ſe non di due figure, noi pure ſeruẽdoci del natural diſcorſo, vedremo d'ampliare la noſtra cognitione, & però ſupponeremo d'hauere vn numero di tre figure, & ſia 465. da moltiplicare in ſe ſteſſo, ma fingeremo, che il 46. ſiniſtro ſia vna figura ſola, & perciò egli con il 5. ſiano ſolo due figure, perilche nel moltiplicare eſſo 465. in ſe ſteſſo, diremo, 5. prima figura, via 5. prima figura, fà 25. da ponere nel primo luogo *(cioè il 5. deſtro nel primo luogo, & il 2. più auanti come biſogna)* poi 5. prima figura, via 46. ſeconda, fà 230. che con l'altro 230. fà 460. ouero più facilmente diremo, 10. doppio del 5. prima figura, via 46. ſeconda, ouero 92. doppio della ſeconda, via 5. prima, fà 460. & queſto poneremo nel ſecondo luogo, cioè il 0. deſtro nel ſecondo luogo, & il 46. più oltre, poi diremo 46. ſeconda figura, via 46. ſeconda figura, fà 2116. & queſto poneremo nel terzo luogo, cioè il 6. deſtro nel terzo luogo, & il 211. più oltre; finalmente ſommaremo queſti prodotti inſieme, come l'ordine loro ricerca, & haueremo per prodotto totale 216225. & queſto è il quadrato di 465. Hora da queſta operatione ci ingegnaremo di cauarne la ſua conuerſa, che ſarà mediante il prodotto, trouare il ſuo producente, cioè trouare la ℞ del 216225. & perche vediamo il quadrato del 5. prima figura del 465. occupare il primo luogo, il 460. doppio del prodotto del 46. ſeconda figura, nella prima occupare il ſecondo luogo, & il quadrato del 46. ſeconda figura occupare il terzo luogo, & ſeguenti; cioè, perche vediamo, che quanto al 46. vengono occupati tutti i luoghi del 216225. eccetto i dui primi deſtri, conoſciamo, che nel 2162. conſiſte la operatione del 46. cioè che il quadrato del 46. ſi include nel 2162. ò vogliamo dire, che la inuentione del 46. depende dal 2162. & che la inuentione del 5. depende dal ſeguente 25. però prima nel modo ſuperiore trouaremo la ℞ del 2162. ſapẽdo, che la prima figura ſiniſtra ſi hà da trouare mediante il numero del terzo luogo, & del quarto ancora, quando in eſſo quarto luogo vi è coſa alcuna, come auuiene hora; & che la ſeguente figura della ℞ ſi hà da trouare mediãte il primo luogo, & anco del ſecondo, & dell'auanzo delli altri, quando d'eſsi auanza coſa alcuna; onde hora pigliando il 21. diremo la ℞ di 21. è 4. cioè il maggior numero intiero quadrato, che ſi includa in 21. è 16. del quale la ℞ è 4 & auanza 5. però poſto 4. fra le righe rincontro all'1. il 5. auanzo ſcriueremo ſotto alle righe al ſuo luogo, cioè rincontro all'1. del 21. & à queſto 5. accompagnaremo da man deſtra il 62. che ſarà 562. mediante il quale inueſtigaremo la ſeguente figura, adoprando eſſo 562. in due volte, come ſ'è detto, cioè il 56. da ſe, & il 2. con quello, che auanzarà da ſe, dicendo 8. *(doppio di 4. trouato)* in 56. entra 7. volte, & non auanza coſa alcuna, & però haueremo poi ſolo il 2; il quadrato di detto 7. è 49. & non ſi può cauare da eſſo 2. però queſto 7. è troppo grande, cioè non può eſſere la figura, che cerchiamo; noi dunque abbaſſandoci vna vnità, cioè pigliando il numero proſsimo minore, che è 6. cõſideraremo ſe egli è buo-

465		216225
465		4 6 5
25	8	562
460		516
2116	92	4625
216225		

no, cioè se è la figura, che cerchiamo, dicendo 6. volte 8. doppio di 4. trouato, fà 48. & questo cauato da 56. resta 8. quale accompagnato al 2. seguente, fà 82. & il quadrato di 6. detto è 36. che si può cauare dall'82. *(& resta 46.)* però 6. è la figura, che cerchiamo, da ponere fra le righe rincontro al 2. del 2162. & così sappiamo la ℞ di 2162. essere 46. & che anco auanza qualche cosa; & per trouare esso auanzo *(se bene ciò si può fare breuemente, moltiplicando, & sottrando in vn'istesso tempo)* noi al modo ordinario moltiplicaremo il 6. trouato in se stesso, per ponere il suo quadrato nel primo luogo, & anco moltiplicaremo il medesmo 6. per il doppio del 4. trouato, cioè per 8. *(che quest' 8. per facilità si può anco scriuere da se da man sinistra dell'operatione)* da ponere il prodotto nel secondo luogo, &c. cioè diremo 6. via 6. fà 36. & ponendo il 6. serbaremo il 3. poi 6. via 8. fà 48. & 3. serbato fà 51. che posto oltre al 6. fà in tutto 516. & questo sottratto dal 562. soprapostoli, resta 46. & così fin'hora sappiamo del 2612. la ℞ essere 46. & restare 46. Fatto questo, considerando il totale 261225. separato in 2612. *(nel quale habbiamo trouato la figura della sua ℞ essere 46. & auanzare 46.)* & in 25. hauendo adoprato il 2612. adopraremo hora il 25. nel modo da principio imparato, che sarà accompagnando 25. al 46. auãzato, che fà 4625. & considerando, che in questo 4625. si include il prodotto del doppio della figura trouata *(cioè di 92. doppio di 46.)* via la figura da trouarsi, & anco vi si inchiude il quadrato di essa figura da trouarsi, ma di modo, che il doppio del prodotto detto delle due figure si contiene nel solo 462. che arriua ad occupare solo il secondo luogo destro del 4625. & il quadrato della figura da trouarsi occupa tutto il resto del 4625. però la figura da trouarsi hà da essere tale, che moltiplicata via 92. doppio del 46. trouato, & il prodotto cauato dal 462. & al restante accompagnato il 5. quel numero, che se ne compone possa contenere il quadrato di detta figura da trouarsi, onde venendo alla inuentione d'essa diremo, 92. in 462. entra 5. volte, & auanza 2. *(operando al solito, cioè dicendo 9. in 46. entra 5. volte, & auanza 1. che con il 2. fà 12. & in questo 12. anco il 2. del 92. entra le medesme 5. volte, & di più auanza 2.)* qual 2. accompagnato al 5. seguente del 4625. fà 25. & il quadrato del 5. detto è 25. che capisce à punto nel 25. che habbiamo, però si conosce, che 5 è la figura cercata, & questa scritta fra le righe al suo luogo, cioè accompagnata al 46. trouato, fà 465. quale si vede di necessità douere essere la ℞ di 216225. & che è ℞ precise, cioè che non auanza cosa alcuna, perche nel fine della operatione à cauare il quadrato di 5. dal 25. che si haueua, non resta cosa alcuna.

Et se bene quello, che fin quì si è detto potria bastare all'accorto Pratico, circa alla intelligenza del modo di pigliare la ℞ di qual si vogli numero contenuto da quante figure si voglino, nondimeno seguiremo ancora ad inuestigare giuditiosamente la ℞ delli numeri, delli quali essa ℞ sia di 4. figure, & che perciò essi numeri siano contenuti da sette, ouero otto figure; & per farlo supponeremo d'hauere 4653. da moltiplicare in se stesso, fingendo, che il 465. sinistro sia vna figura sola, & che però egli con il 3. siano solo due figure; perilche nel moltiplicare esso 4653. in se stesso, diremo, 3. prima figura, via 3. prima figura fà 9. da ponere nel primo luogo, poi 3. prima figura, via 465. seconda, fà 1345. & ancora 465. seconda figura, via 3. prima, fà 1345. che con l'altro 1345. fà 2790. Ouero più facilmente diremo, 6. doppio del 3. prima figura, via 465. seconda, ouero 930. doppio della seconda figura, via 3. prima, fà 2790. & questo poneremo nel secondo luogo, cioè il 0. destro nel secondo luogo, & il 279. più oltre; poi diremo 465. seconda figura, via 465. seconda figura, fà 216225. & questo poneremo nel terzo luogo, cioè il 5. destro nel terzo luogo, & il 21622. più oltre; finalmẽte sommaremo insieme questi prodotti come si ricerca, & haueremo 21650409. prodotto totale, & questo è il quadrato di 4653. Hora da questa operatione impararemo la à lei conuersa, che sarà mediante il prodotto trouare il suo producente, cioè trouare la ℞ del 21650409. onde vedendo il quadrato del 3. prima figura del 4653. occupare il primo luogo, & il 2790. doppio del prodotto del 465. seconda nella prima occupare il secondo luogo, & il quadrato del 465. seconda figura occupare il terzo luogo, & seguenti, cioè vedendo, che quanto al 465. vengono occupati tutti i luoghi del 21650409. eccetto i dui primi destri, conosciamo, che nel 216504. consiste la operatione del 465. cioè che il quadrato del 465. si include nel 216504. ò vogliamo dire, che la inuentione del 465. depende dal 216504. & che la inuentione del 3. depende dal seguente 09. però prima nel modo superiore trouaremo la ℞ del 216504. & perciò prima la ℞ del 2165. supponẽdo diuiso il 216504. in 2165. & in 04 che del 2165. vedremo la ℞ essere 46. & auanzare 49. al quale accompagnato il 04. seguente, fà 4904. onde per trouare la figura da accompagnare al 46. supponendo separato il 490. dal 4. nel 4904. diremo, 92. doppio del 46. trouato, in 490. entra 5. volte, &

4653			21650409
4653			4653
9		8	565
2790			516
216225		92	4904
21650409			4625
	930		27909

auanza

Pigliſi la ℞ di 1229911268725925994709806663603

3 5 0 7 0 0 9 0 8 0 0 0 8 1 0

6 329
325

70 491
000. è ſuperfluo.

700 49112
49049

7014 6368
00000. è ſuperfluo.

70140 636872
000000. è ſuperfluo.

701400 63687259
63126081

7014018 56117825
00000000. è ſuperfluo.

70140180 5611782599
5611214464

701401816 56813547
0000000000. è ſuperfluo.

7014018160 5681354709
00000000000

70140181600 568135470980
000000000000. è ſuperfluo.

701401816000 56813547098066
56112145280064

7014018160016 70140181800236
70140181600161

70140181600162 20007503
0000000000000000. è ſuperfluo.

auanza 20007503

Nella ſuperiore operatione ſi ſono fatte quelle moltiplicationi di zeri, &c. accioche il principiante conoſca à pieno, perche elle ſiano in tutto ſuperflue, & d'ingombro, & però da non vſar mai, onde egli potrà operare come quì ſotto ſi vede.

1229911268725925994709806663603

3 5 0 7 0 0 9 0 8 0 0 0 8 1 0

6 329
325

700 49112
49049

701400 63687259
63126081

70140180 5611782599
5611214464

701401816000 56813547098066
56112145280064

7014018160016 70140181800236
70140181600161

auanza 20007503

auanzà molto, cioè tãto, che accompagnatoli il 4. deſtro del 4904. dal numero, che ſe ne formaſſe ſi potrà cauare il quadrato di detto 5. però 5. è la figura da ſcriuere fra le righe in compagnia del 46. & farà 465. per la ℞ di 216505. & p ſapere quanto auanza, moltiplicaremo 5. *(figura hora trouata)* in ſe ſteſſo, & fà 25. del quale poneremo il 5. ſotto al 4. deſtro del 4904. ſerbando il 2. poi moltiplicando eſſo 5. trouato, via 92. *(doppio del 46.)* diremo 5. via 2. fà 10. & 2. ſerbato fà 12. del quale ſcriueremo il 2. al ſuo luogo, ſerbãdo l'1. poi 5. via 9. fà 45. & 1. ſerbato fà 46. da ſcriuere al ſuo luogo, & haueremo 4625. da ſottrare dal 4904. & reſta 279. & così ſappiamo la ℞ di 216504. eſſere 465. ſopradetto, & che auanza 279. hora conſiderãdo il totale 21650409. ſeparato in 216504. *(del quale habbiamo trouato la figura della ſua ℞ eſſere 465. & auanzare 279.)* & in 09. hauendo adoprato il 216504. adoprare mò il 09. che ſarà accõpagnando 09. al 279. auanzato, che fà 27909. & conſiderando in queſto 27909. includerſi il prodotto del doppio della figura trouata *(cioè di 930. doppio di 465.)* via la figura da trouarſi, & anco includeruiſi il quadrato d'eſſa figura da trouarſi, di modo però, che il doppio del prodotto detto delle due figure ſi comprende nel ſolo 2790. che arriua ad occupare ſolo il ſecõdo luogo deſtro del 27904. & il quadrato della figura da trouarſi occupa tutto il reſto del 27909. vediamo la figura da trouarſi douere

Proua	35070090800810	
	35070090800810	
315630817200729		
	284067735490656I	
	280560726400648	
245490635600567		
122745317800283 5	20007503. auanzo.	
1229911268525925994709806636o3		

uere esser tale, che moltiplicato via 930. doppio del 465. trouato, & il prodotto cauato dal 2790. & al restante accompagnato il 9. il numero, che se ne compone, possa contenere il quadrato di detta figura da trouarsi; onde venendo alla inuentione d'essa, diremo, 930. in 2790. entra 3. volte precise, cioè 9. in 27. entra 3. volte senza auanzo, & 3. seguente in 9. seguente entra le medesme 3. volte senza auanzo, & vltimamente o. seguente in o. seguente entra le istesse 3. volte senza auanzo, però hora del 27909. totale haueremo solo il 9. destro, che non auanza cosa alcuna, al quale egli s'accompagni; ma del 3. detto *(numero delle volte, che il 930. entra nel 2790.)* il quadrato è 9. che à punto capisce nel 9. che habbiamo, perilche si conosce, che 3. è la figura cercata, & questa scritta fra le righe al suo luogo in cōpagnia del 465. trouato, fà 4653. quale si vede douere essere la ℞ di 21650409. Et che è ℞ precise, cioè che non auanza cosa alcuna, perche nel fine della operatione à cauare il quadrato di 3. figura trouata da 9. che si haueua, non resta cosa alcuna. Hora considerãdo noi, che nel 4653. il quadrato del 3. destro depende in particolare dal 9. prima figura destra puntata del 21650409. il quadrato del 5. seguente dal 4. terza figura, doue è il secondo punto; il quadrato del 6. terza figura dal 5. *(quinta figura)* doue si fà il terzo punto, & il quadrato del 4. quarta figura dall'1. *(settima figura)* doue è il quarto punto, conosceremo benissimo la causa del modo di puntare i numeri, delli quali si piglia la ℞, cioè perche essi punti si fanno sotto alla prima, terza, quinta, settima, nona, vndecima, &c. interlassãdo vna figura fra vn punto, & l'altro; & perche le figure da trouarsi si vanno ponendo sotto alle figure puntate, & finalmente, perche dal numero de' punti si vede altretante douere essere le figure da trouarsi, che componeranno la ℞ cercata. Ancora vediamo, che proposto vn numero grande quanto si vogli, da pigliarne la ℞, noi puntatolo, per vedere da quante figure sarà contenuto la ℞ d'esso, fingeremo, che si habbi da pigliare la ℞ solo del numero, che si contiene fino al secondo punto sinistro inclusiuamente *(cioè inclusoui esso punto, ò figura del punto)* & trouatala, all'auanzo della operatione accompagnaremo le due figure seguenti, abbracciando il seguente terzo punto, trouando la figura, che và posta sotto ad esso terzo punto, nel modo veduto, & trouatala, cioè trouate le 3. prime figure sinistre della ℞, all'auanzo della operatione accompagnaremo le due seguēti figure, abbracciando il seguente quarto punto, & trouando la quarta figura, che và posta sotto ad esso quarto punto, nel modo medesmo, & poi pure similmente nell'istesso modo trouaremo la quinta figura della ℞, poi la sesta, & tutte l'altre, che seguiranno, fino al fine della operatione, nella quale quando non auanzarà cosa alcuna, sapremo il numero proposto essere quadrato, & la sua ℞ essere precise il numero trouato fra le righe, ma quando nel fine della operatione auanzasse qualche cosa, ciò mostrarà il numero proposto non essere quadrato, & il numero trouato fra le righe essere l'intiero propinquo della sua ℞; Et mediante l'auanzo, &c. volendo formare il rotto propinquo d'essa ℞, operaremo in quale delli modi mostrati ci verrà à proposito.

LAVS DEO SEMPER.

D I S C O R S O

Per venire in cognitione del modo di trouare la Radice quadra de' numeri misti d'intiero, & rotto, senza ridurli à forma di rotto.

Sia dato 66430$\frac{8}{9}\frac{7}{6}\frac{0}{1}$. da pigliarne la radice quadra. Vediamo, che del denominatore 961. la ℞ è 31. che in 257. entra volte 8$\frac{9}{3}\frac{9}{1}$. il doppio è 16$\frac{1}{3}\frac{8}{1}$. però ogni 31. esimo importa 16$\frac{1}{3}\frac{8}{1}$. Questo in 381. auãzo entra volte 23. & 16$\frac{1}{3}\frac{8}{1}$. via 23. fà $\frac{4}{3}\frac{1}{3}\frac{4}{1}$. cioè 13$\frac{1}{3}\frac{1}{1}$. & 368. cioè 381$\frac{1}{3}\frac{1}{1}$. che si può cauare da 381$\frac{8}{9}\frac{7}{6}\frac{0}{1}$. però potria essere, che li 31. esimi fussero 23. cioè che il rotto da accompagnare all'intiero 257. fusse $\frac{2}{3}\frac{3}{1}$. che questo $\frac{2}{3}\frac{3}{1}$. via 257. intiero preso due volte, fà 381$\frac{1}{3}\frac{1}{1}$. che fino à 381$\frac{8}{9}\frac{7}{6}\frac{0}{1}$. cioè cauato $\frac{3}{9}\frac{4}{6}\frac{1}{1}$. da $\frac{8}{9}\frac{7}{6}\frac{0}{1}$. resta $\frac{5}{9}\frac{2}{6}\frac{9}{1}$. qual deue essere il quadrato del solo rotto $\frac{2}{3}\frac{3}{1}$, acciochè la quantità proposta sia quadrata *(che altramente occorrendo, ella non saria quadrata)* ma à punto il quadrato di 23. è 529. cioè il quadrato di $\frac{2}{3}\frac{3}{1}$. è l'istesso $\frac{5}{9}\frac{2}{6}\frac{9}{1}$. però la quantità data è quadrata, & la sua ℞ è 257$\frac{2}{3}\frac{3}{1}$.

Moltiplichisi 257$\frac{2}{3}\frac{3}{1}$. in se stesso. Piglisi la ℞ quadra di 66430$\frac{8}{9}\frac{7}{6}\frac{0}{1}$

257$\frac{2}{3}\frac{3}{1}$ $\frac{4}{8}\frac{6}{1}$ 1$\frac{1}{3}\frac{5}{4}$	66430$\frac{8}{9}\frac{7}{6}\frac{0}{1}$
3855	2 5 7
124$\frac{1}{3}\frac{1}{1}$ 341	393
257	381
66049$\frac{5}{9}\frac{2}{6}\frac{9}{1}$	
fà 66430$\frac{8}{9}\frac{7}{6}\frac{0}{1}$	

Et così si potrà in vn'istesso tempo cercare se vna quantità data composta d'intiero, & rotto sia quadrata, & essendo quadrata, trouarne la sua ℞ quadra, senza ridurla à forma di rotto; auuertendo però, che, acciò possa essere quadrata, conuiene, che il denominatore del rotto d'essa quantità sia numero quadrato, & che anco si conosca *(con il moltiplicare le prime due figure destre, &c. del denominatore, & dell'intiero della quantità giongendoli le due prime figure destre del numeratore, ò altre, occorrendo)* che il numeratore, quando la quantità data fusse ridutta à forma di rotto, possa essere numero quadrato, cioè termini in 1.4.5.6.9. ouero 0. con le conditioni conuenienti all'altre figure ad esse 1. 4. 5. 6. 9. 0. antecedenti; & notate nel nostro Trattato della ℞ quadra.

Sia anco, che si vogli vedere se dato 7259$\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. egli habbi radice precise, & trouarla se l'hà. Si vede, che il denominatore 36. è numero quadrato, & che anco à moltiplicare esso denominatore 36. via il 59. destro, & giongerli l'1. numeratore, il prodotto terminarà in 25. che è similmente inditio di potere essere quadrato il total prodotto di 36. via 7259. giontoli l'1. Onde pigliando al solito la ℞ del 7259. ella sarà 85. & auanza 34. che con il rotto $\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. faria 34$\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. Hor notisi, che se il dato hà ℞, perche il denominatore del suo rotto è 36. la ℞ del quale è 6. conuerrà, che il denominatore del rotto da accompagnare all'85. sia 6. però esso rotto sarà $\frac{1}{6}$. ouero $\frac{2}{6}$. ò $\frac{3}{6}$. ò $\frac{4}{6}$. ò $\frac{5}{6}$. anzi ne $\frac{2}{6}$. ne $\frac{3}{6}$. ne $\frac{4}{6}$. potrà essere, perche questi veramente *(abbreuiati, ò schisati)* sono $\frac{1}{3}$. ò $\frac{1}{2}$. ò $\frac{2}{3}$. & però il denominatore del rotto da accompagnare all'85. doueria essere, ò 3. ò 2. & consequentemente il quadrato del composto conuerria, che hauesse rotto, il denominatore del quale fusse non 36. ma il quadrato di 3. ò di 2. cioè 9. ò 4. onde esclusi $\frac{2}{6}$. $\frac{3}{6}$. & $\frac{4}{6}$. resta, che solo possa essere $\frac{1}{6}$. ouero $\frac{5}{6}$. ma perche per formare il denominatore del rotto, oltre l'intiero della ℞ si doppia esso intiero, & ne nasce detto denominatore, doppiando hora 85. in mente, che fà 170. & partendo questo 170. per 6. che ne viene 28. & più *(cioè 28$\frac{1}{3}$.)* ouero partẽdo il simplice 85. per la mità del 6. che è 3. & ne viene l'istesso 28$\frac{1}{3}$. sapremo, che ogni sesto importarà 28. & poco più, ma quì auanza 34. che è molto più di 28. però il rotto non può essere $\frac{1}{6}$. Et perche $\frac{5}{6}$. poi importariano 5. volte 28. & più, che saria molto maggiore del 34. conosciamo, che il rotto non può manco essere $\frac{5}{6}$. & perciò siamo sicuri, che il dato 7259$\frac{1}{3}$. non è num. quadrato, onde se vorremo la sua ℞ propinqua, diremo ella essere quasi 85$\frac{1}{5}$.

Di 7259$\frac{1}{3}\frac{1}{6}$
quasi 8 5 $\frac{1}{5}$
85
34
la ℞ è quasi 85$\frac{17}{85}$

Di 1570$\frac{9}{6}\frac{9}{4}$
la ℞ è 3 9 $\frac{5}{8}$
67
49

Et essendo dato 1570$\frac{9}{8}\frac{9}{4}$. da vedere se hà ℞ precise, & trouarla ancora se l'hauerà *(che il 64. denominatore quadrato, & il terminare in 9. il prodotto, che nascesse dal moltiplicare l'intiero, via il denominatore 64. & giongerli il 9. numeratore, sono inditij, ò segni di potere essere quadrato)* noi presa la ℞ dell'intiero 1570. ella è

39. &

39. & auanza 49. che con il $\frac{9}{64}$. fà poi 49$\frac{9}{64}$. hora, perche la ℞ di 64. denominatore è 8. conuerrà, che il denominatore del rotto da accompagnare al 39. *(se il dato numero sia quadrato)* sia 8. & però il numeratore douerà essere 1. ò 3. ò 5. ò 7. cioè il rotto douerà essere $\frac{1}{8}$. ò $\frac{3}{8}$. ò $\frac{5}{8}$. ò $\frac{7}{8}$. *(che $\frac{2}{8}$. ne $\frac{4}{8}$. ne $\frac{6}{8}$. può essere, perche questi sono $\frac{1}{4}$. ò $\frac{1}{2}$. ò $\frac{3}{4}$.)* ma questo 8. nel doppio di 39. ò la mità di 8 cioè 4. nel simplice 39. entra volte 9$\frac{3}{4}$. però ogni ottauo importa 9$\frac{3}{4}$. & questo in 49. auanzo entra 5. volte *(che sariano $\frac{5}{8}$. atti à poter seruire)* che 5. volte 9$\frac{3}{4}$. fà 48$\frac{3}{4}$. & auanza ancora $\frac{1}{4}$. Et accioche $\frac{5}{8}$. sia buono, conuien mò, che dall'$\frac{1}{4}$. detto, che auanza, giontoli il $\frac{9}{64}$. rotto del dato, si possa cauare precise il quadrato d'esso $\frac{5}{8}$. che è $\frac{25}{64}$. ma $\frac{1}{4}$. & $\frac{9}{64}$. cioè $\frac{16}{64}$. & $\frac{9}{64}$. fanno à punto $\frac{25}{64}$. però siamo sicuri il $\frac{5}{8}$. essere buono, & che il dato numero è quadrato, & la sua ℞ essere 39$\frac{5}{8}$.

Di 326242$\frac{162}{289}$

la ℞ è 571$\frac{3}{17}$

76

134

201

Ancora dato 326242$\frac{162}{289}$. che hà segni di potere essere quadrato, presa la ℞ dell'intiero, ella è 571. & auanza 201. hora il 17. ℞ del denominat. 289. in 571. entra volte 33$\frac{10}{17}$. che doppiato, fà 67$\frac{3}{17}$. & questo è quanto importa ogni 17. esimo, quale in 201. entra quasi volte 3. *(& sariano 3. 17. esimi)* che 3. volte 67$\frac{3}{17}$. fà 201$\frac{9}{17}$. ma vediamo, che al 201. auanzo gionto il rotto $\frac{162}{289}$. se ne potrà cauare il 201$\frac{9}{17}$. cioè che il $\frac{9}{17}$. ò $\frac{153}{289}$. che vi è, oltre al 201. può supplirsi dal $\frac{162}{289}$. che di più vi auanza ancora $\frac{9}{289}$. dal quale si può precise cauare il quadrato delli 3. 17. esimi detti *(che il suo quadrato è à punto $\frac{9}{289}$.)* però conosciamo, che il numero dato è quadrato, & che la sua ℞ è 571$\frac{3}{17}$.

Notisi, che per pigliare la ℞ propinqua eccedēte delli numeri intieri non quadrati, alli quali māca solo vna vnità ad essere quadrati, come 3. 8. 15. 24. 35. &c. noi per intiero preso quell'A, che è ℞ del prossimo inferiore minor quadrato; per formare poi il rotto poneremo per numeratore 1. più dell'auāzo del quadrato del num. A, preso per ℞ fino al num. dato, di che si piglia la ℞, & per denominatore pigliaremo il doppio, & 2. più del num. A, *(che è la ℞ presa)* & esso rotto così formato accompagnaremo al num. intiero A, preso per ℞, che il composto sarà la ℞ propinqua eccedente del num. dato, & l'eccesso sarà vn rotto, che hauerà sempre per numeratore 1. & per denominatore il quadrato del denominatore del rotto formato; Per esempio sia dato 99. *(che è 1. manco di 100. numero quadrato)* da pigliarne la ℞ quadra, l'intiero A, sarà 9. che è ℞ di 81. numero quadrato prossimo inferiore al dato 99. & l'auanzo di 81. quadrato di 9. al 99. è 18. al quale si giunge sempre 1. & fà 19. per numeratore del rotto, il denominat. del quale è sempre 2. più di 18. doppio del 9. intiero, ò vogliamo dire è sempre 1. più del numeratore, & però sarà 20. & si formarà $\frac{19}{20}$. che accompagnato al 9. intiero, fà 9$\frac{19}{20}$. per la ℞ propinqua eccedente di 99. dato, & l'eccesso sarà $\frac{1}{400}$. che per numeratore hà sempre 1. & per denominatore il quadrato del denominatore 20. & così il quadrato di 9$\frac{19}{20}$. sarà 99$\frac{1}{400}$. La causa di questo si conosce dal seguēte discorso; Se dicessimo al solito la ℞ di 99. essere 9$\frac{18}{18}$. *(cioè 10.)* il suo quadrato saria 100. cioè 1. più del 99. ma dicendo ella essere 9$\frac{19}{20}$. quantità minore del 10. il quadrato di esso 9$\frac{19}{20}$. sarà anco minore del quadrato di 10. Et la differēza de' quadrati di questi 10. & 9$\frac{19}{20}$. sarà quanto il prodotto, che nasce à moltiplicare la somma d'essi dui lati 10. & 9$\frac{19}{20}$. che è 19$\frac{19}{20}$. via la differēza de gl'istessi 10. & 9$\frac{19}{20}$. che è $\frac{1}{20}$. cioè à moltiplicare 19$\frac{19}{20}$. via $\frac{1}{20}$. il prodotto sarà la differenza del quadrato di 10. al quadrato di 9$\frac{19}{20}$. Ma se il 19$\frac{19}{20}$. fusse 20. quanto è il 20. denominatore del rotto $\frac{1}{20}$. allhora à moltiplicare 20. via $\frac{1}{20}$. saria precise 1. ma 19$\frac{19}{20}$. è manco di 20. in $\frac{1}{20}$. però il dutto di $\frac{1}{20}$. in 19$\frac{19}{20}$. sarà manco d'1 & tanto manco, quanto importa il dutto d'esso $\frac{1}{20}$. nell'$\frac{1}{20}$. detto, che māca al 19$\frac{19}{20}$. per arriuare à 20. che è quanto à dire il quadrato d'$\frac{1}{20}$. cioè $\frac{1}{400}$. che hà sempre per numeratore la vnità, & per denominatore il quadrato del 20. denominatore del $\frac{19}{20}$. Et perciò il dutto di $\frac{1}{20}$. in 19$\frac{19}{20}$. sarà 1. manco $\frac{1}{400}$. *(cioè sarà $\frac{399}{400}$.)* perilche la differenza del quadrato di 10. al quadrato di 9$\frac{19}{20}$. sarà $\frac{399}{400}$. cioè $\frac{1}{400}$. manco d'1. Onde se il quadrato di 10. supera 99. dato in 1. il quadrato poi di 9$\frac{19}{20}$. che non è intieramente 1. manco del quadrato di 10. ma vi manca $\frac{1}{400}$. verrà anco egli à superare il 99. ma solo in questo $\frac{1}{400}$. *(che è il quadrato di $\frac{1}{20}$. quale manca al 9$\frac{19}{20}$. per arriuare à 10.)* come si volea mostrare.

REGOLA

Di ponere vna data quantità, ò numero di Fanti in ordinanza quadra di Terreno, ò d'altra sorte.

SAPPIASI, che si dice li fanti in ordinanza hauere fra loro da spalla à spalla 3. piedi, & da petto à petto, ò da schiena à schiena 7. piedi, cioè ciascun fante in ordinanza per fronte occupare piedi 3. & per fianco piedi 7. *(che da ciascuna fila alla à lei prossima sono piedi 7.)* onde hauendo fanti 21. & facendone 3. file à 7. fanti per fila, essi verriano ad occupare vn Quadro di Terreno, che saria piedi 21. per ciascun lato; perilche di quì si manifesta, che il volere ridurre vna data quantità di fanti, poniamo 300. ad ordinanza quadra di Terreno, è il trouare dui numeri nella proportione di 3. à 7. che moltiplicati insieme faccino 300. Per trouarli, ponasi, che l'vno sia 3. Cose, & l'altro 7. Cose, che hanno la proportione detta, il loro prodotto è 21. Censi, & doueria essere 300. però 21. Censi importa quanto 300. cioè è eguale à 300. onde si parte 300. per 21. numero delli Censi, & ne viene $\frac{300}{21}$. cioè $14\frac{2}{7}$. & questo è il valore d'1. Censo solo, perilche 1. cosa, che è ℞ quadra d'1. Censo valerà la ℞ quadra di $14\frac{2}{7}$. cioè ℞ $14\frac{2}{7}$. Et perche si pose l'vno de' dui numeri essere 3. Cose, & l'altro 7. Cose, moltiplicaremo la ℞ $14\frac{2}{7}$. valore d'1. Cosa; per 3. & per 7. cioè per ℞ 9. & per ℞ 49. & produrranno ℞ $128\frac{4}{7}$. & ℞ 700. che sono le due quantità cercate nella proportione di 3. à 7. quali moltiplicate insieme, producono 300. ma perche deuono seruire à numero di fanti, che hà da essere rationale, & intiero, pigliaremo le propinque ℞ scarse in intieri delli $128\frac{4}{7}$. & 700. che sono 11. & 26. & seruendoci di questi, si diria, che si fariano 11. file à 26. fanti per fila, nelle quali *(perche 11. via 26. fà 286.)* sariano fanti 286. & perciò fino al 300. dato auãzariano 14. fanti.

Si può notare, che in questi Casi basta trouare con la Regola vno delli dui numeri cercati, cioè, ò il numero delle file, ò il numero de' fanti, che formano vna fila, perche trouato l'vno in intieri, si può poi con vn simplice partire trouare l'altro, che trouato poniamo il numero delle file, si parta con esso il numero dato de' fanti, che l'auuenimento *(lassando l'auanzo, per non entrare in rotti, & sarà esso auanzo il numero de' fanti, che auanzariano fuori dell'ordinanza)* sarà il numero de' fanti di ciascuna fila; ouero trouato il numero de' fanti d'vna fila, con esso si parta il numero dato de' fanti, che l'auuenimento sarà il numero delle file.

Ma per ridurre questa operatione alla Pratica simplice de' numeri, & à Regola in questi casi si potrà dire. Per ridurre vna data quantità, ò numero di fanti in ordinanza quadra di terreno *(cioè tale, che il numero de' fanti della fronte sia volte $2\frac{1}{3}$. tanto, quanto il numero de' fanti del fianco, ò vogliamo dire quanto il numero delle file)* Moltiplichisi il numero dato de' fanti per 3. & il prodotto si parta per 7. & dell'auuenimento si pigli la ℞ quadra, che ella sarà il numero delle file, con il quale partito il numero, ò quantità data de' fanti, ne verrà il numero de' fanti di ciascuna fila; Et perche quell'auuenimento, di che si hà da pigliare la ℞ quadra sarà molte volte numero non quadrato, cioè non si potrà trouare la sua ℞ precise in numero rationale, allhora piglisi la più prossima minore in intieri *(che i numeri rotti ò misti non sariano à proposito, se bene fussero precisi, trattandosi di fanti, che hanno la vnità indiuisibile)* che così la ordinãza per il verso delle file, cioè per la banda del fianco, sarà alquanto più corta, che la fronte, qual fronte perciò verrà à farsi tanto più lunga. Et se pigliassimo la ℞ prossima in intieri eccedente, che così hora le file verriano ad essere vna di più, essa ordinanza haueria alquanto più lungo il fianco, che la fronte.

Ouero in altro modo, Moltiplichisi la data quantità, ò numero de' fanti per 7. & il prodotto si parta per 3. & dell'auuenimento si pigli la ℞ quadra, che ella sarà il numero delli fanti, che vanno per fila, con il quale partito il numero dato de' fanti, ne verrà il numero delle file; Et se nel trouare la ℞ detta in intieri si pigliarà la prossima minore, la fronte sarà alquanto meno lunga, perche vi sarà vn fante di manco di quello, che vi saria pigliandosi la prossima maggiore; Onde per fare più ampla la fronte, si può vsare il primo modo, pigliando sempre la ℞ scarsa, cioè prossima minore in intieri, che quando si volesse fare più amplo il fianco, pigliando pure la ℞ scarsa prossima minore in intieri, si adopraria il secondo modo.

Et se la proportione del fianco, & fronte si volesse variare, Ouero, che le distanze supposte non fussero 3. & 7. ma poniamo 2. & 5. come se noi volessimo fare vn'ordinanza tale, che il numero de' fanti della fronte fusse due volte, & mezo quanto il numero delle file, cioè che se le file fussero 2. il numero de' fanti di ciascuna fila fusse 5. noi ci seruiressimo delli 2. & 5. nel modo istesso, che faressimo delli 3. & 7. Esempio.

Si hanno

Esempio con il primo modo.

Sono dati fanti 200
3
7) 600
auuenimento 85
la ℞ scarsa è 9) 200
22. & auanza 2

Si fariano 9. file à fanti 22. per fila, & auanzariano fanti 2.

Con il secondo modo.

fanti 200
7
3) 1400
auuenimento 466
la ℞ scarsa è 21) 200
9. & auãza 11

Si fariano 9. file à fanti 21. per fila, & auanzariano fanti 11. però si può dire à fanti 22. per fila, & auanzariano fanti 2. come nell'altro modo.

Altro esempio. Primo modo.

Sono dati fanti 1500
3
7) 4500
642
la ℞ scarsa è 25) 1500
60

Si fariano 25. file à fanti 60. per fila.

Secondo modo.

fanti 1500
7
3) 10500
3500
la ℞ scarsa è 59) 1500
25
25
320
25. auanza.

Si fariano 25. file à fanti 59. per fila, & auanzariano fanti 25. & perciò si può ponere vn'altro fante per fila, & dire, che si faranno 25. file à 60. fanti per fila.

Primo modo.

fannti 1800
4
11) 7200
654
la ℞ scarsa è 25) 1800
72

Si fariano file 25. à fanti 72. per fila.

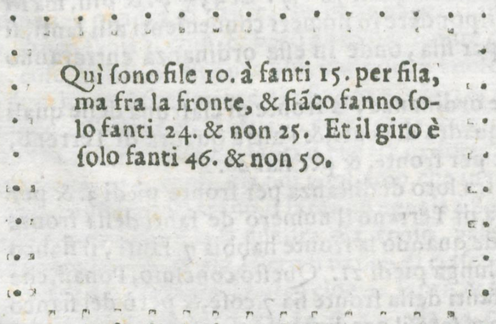
Secondo modo. fanti 1800. via 11. fà
4) 19800
4950
la ℞ scarsa è 70) 1800
25. & auanza 50

Si fariano file 25. à fanti 70. per fila, & auanzariano 50 fanti, quali compartẽdoli nelle 25. file, potranno andare 2. fanti di più per fila, & saranno fanti 72. però si dirà, che si faranno 25. file à fanti 72. per fila.

Si hanno fanti 1860. da fare vn'ordinãza tale, che la frõte sia volte $2\frac{3}{4}$ quãto il fianco, cioè che essendo il fianco 4. file, allhora in ciascuna fila siano 11. fanti.

Si hanno 1600. fanti, & se ne vuol fare vna ordinanza Quadrangola tale, che fra la fronte, & il fianco, ò che il numero delle file gionto al numero de' fanti, che saranno per fila, facci 100. si domanda quante file saranno, & à quanti per fila.

Auertasi, che dicẽdosi, che il numero de' fanti fra la fronte, & il fiãco sia 100. allhora il num. delle file con il numero de' fanti per fila verria ad essere 101. perche il fante angolare viene à comprẽdersi due volte, l'vna nel num. delle file, l'altra nel num. de' fanti, che saranno per fila, & però se le file deuano essere 20. cioè che il numero delle file sia 20. & il numero de' fanti, che vada à ciascuna fila sia 80. allhora il numero de' fanti fra la fronte, & fianco sarà 99. & si douerà dire, Con 1600. fanti si vuol fare vn' ordinanza Quadrangola tale, che il numero de' fanti fra la fronte, & fianco sia 99. *(cioè che il numero de' fanti del suo giro sia 196. che li 4. fanti delli 4. angoli seruono ciascuno d'essi due volte, cioè vna volta per fianco, & l'altra per fronte, onde conuiene hauerui consideratione)* Ouero, che il numero de' fanti del suo giro sia 196. si domanda quante file se ne faranno, & à quanti per fila, Allhora al 196. gionto 4. fà 200. che la mità è 100. Ouero al 99. si giunga 1. & fà 100. & perciò di 100. cõuerrà fare due parti tali, che producano 1600. & per farlo ecco il modo. Del 100. da diuidere, la sua mità A 50. si moltiplichi in se medesima, & fà 2500. dal quale si caui il 1600. che deue essere prodotto, & resta 900. di questo si pigli la ℞ quadra, che è 30. quale si giunga, & caui al 50 A, & ne resultano 80. & 20. quali sono le due parti del 100. che moltiplicate insieme, producono 1600. perilche con li 1600. fanti si fariano 20. file à 80. per fila, ma il numero de' fanti della fronte, & fianco, cioè cominciãdo à contare dal principio della fronte, & se-



Quì sono file 10. à fanti 15. per fila, ma fra la fronte, & fiãco fanno solo fanti 24. & non 25. Et il giro è solo fanti 46. & non 50.

	100
la mità è	50
via esso	50
fà	2500
si caua	1600
resta	900

la ℞ è 30. da giungere, & cauare al 50. & li resultanti 80. & 20. sono il numero delle file, & il num. de' fanti per fila, cioè 20. file à 80. per fila *(ò 80. file à 20. per fila.)*

& seguendo in essa, & passando poi al fianco, seguendo fino alla fine d'esso fianco, saria solo *99.* che il fante angolare, cioè doue la fronte fà angolo con il fianco vien contato solo vna volta; Et se pure si volesse, che in essa ordinanza dati li 1600. fanti, il numero de' fanti fra la fronte, & fianco fusse non 99. *(come verria ad essere facendosene 20. file à 80. per fila)* ma 100. allhora à questo 100. si giungerà 1. & farà 101. & perciò conuerria mò diuidere 101. in due parti tali, che il prodotto loro sia 1600. onde vsando la regola, ò modo sopradetto, diuideremo il 101. in due parti eguali *(cioè ne pigliaremo la mità)* & ne viene $50\frac{1}{2}$ A, quale si moltiplica in se stesso, cioè $50\frac{1}{2}$. via $50\frac{1}{2}$. & fà $2550\frac{1}{4}$. dal quale si caua il 1600. dato, & resta $950\frac{1}{4}$. di questo si piglia la ℞ quadra, che è quasi $30\frac{5}{6}$. quale si giunge, & caua al $50\frac{1}{2}$ A, & ne resultano quasi $81\frac{1}{3}$. & $19\frac{2}{3}$. & più, & queste sono le due parti di 101. che moltiplicate insieme, deuono fare 1600 ma fanno solo $1599\frac{5}{9}$. cioè non precise 1600. perche $30\frac{5}{6}$. non è la ℞ quadra precise di $950\frac{1}{4}$. *(ne si può trouare essendo esso $950\frac{1}{4}$. cioè $\frac{3}{}\frac{8}{}\frac{0}{}\frac{1}{4}$. non quadrato)* ma trattando di fanti, che hanno le vnita Aritmetiche indiuisibili, cõuerrà lassare i rotti, & hora se diremo i dui numeri cercati essere 81. & 19. la somma loro saria solo 100. & non 101. come bisogna, però giongendosi vna vnità all'81. che i rotti accompagnatili hora lo comportano, si potrà dire, che siano 82. & 19. *(che 81. & 20. giongendo cioè la vnità non all'81. ma al 20. non si può dire, perche il loro prodotto saria 1620. quale è maggiore del 1600. dato)* & però si concluderà, che si faranno 19. file à fanti 82. per fila, che importaranno fanti 1558. auanzandone 42. fino al numero 1600. dato; Et se volessimo, che in essa ordinanza dato li 1600. fanti, il numero del giro fusse non 196. *(come verria ad essere facendosene 20. file à 80. per fila)* ne manco 198 *(come verria ad essere facendosene 19 file à 82. per fila)* ma che fusse 200. allhora à questo 200. si giungerà 4. *(per li 4. fanti angolari detti)* & fà 204. del quale si pigliarà la mità, che è 102. Et di questo 102. si farãno due parti, che produchino il 1600. dato, onde operando al modo mostrato, esse parti saranno quasi $82\frac{2}{3}\frac{0}{1}$. & $19\frac{1}{3}\frac{1}{1}$. & più, ma lassando i rotti, accrescendo l'$82\frac{2}{3}\frac{0}{1}$. fino al seguẽte intiero 83. si potrà dire, che siano 83. & 19. & che perciò si potranno fare 19. file à 83. per fila, & importaranno 1577. fanti, onde vi auanzaranno fanti 23. & il giro dell'ordinanza sarà non 204. ma 200. fanti, come si propone; & allhora il numero de' fanti fra la fronte, & fianco saria non 102. somma di 19. & 83. ne meno 100. mità del 200. giro, ma saria 101. però fiasi accorto in tali domande per darli resolutione, conforme à quello, che si cerca.

	102
la mità è	51
via	51
	2601
si caua	1600
	1001
	3 1 $\frac{4}{6}$ $\frac{0}{2}$
	5 1
	8 2 $\frac{2}{3}$ $\frac{0}{1}$
	1 9 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{1}$

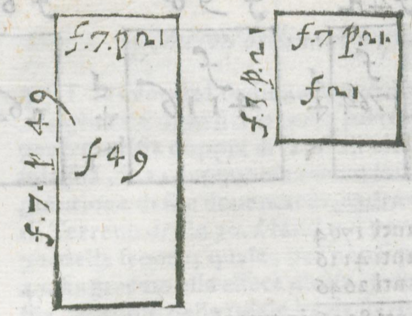
	122
la mità è	61
via	61
	3721
si caua	3400
resta	321
la ℞ è	1 7 $\frac{1}{1}$ $\frac{6}{7}$. quasi.
	6 1
somma	7 8 $\frac{1}{1}$ $\frac{6}{7}$. quasi.
differ.	4 3 $\frac{}{1}$ $\frac{}{7}$. & più.

Dati anco fanti 3400. da farne ordinanza quadrangolare tale, che il numero de' fanti del suo giro sia 240. Vedremo, che girando fanti 240. cioè 240. vnità discrete, le continue, ò di misura lineale verranno ad essere 244. & la mità, cioè la somma della lunghezza, & larghezza sarà 122. però cõuerrà diuidere 122. in due parti, che produchino 3400. & saranno quasi $78\frac{1}{1}\frac{6}{7}$. Et $43\frac{}{1}\frac{}{7}$. & più, ma in intieri per causa del rispondere in numeri conuenienti alli fanti, si dirà, che se ne potranno fare 79 file à 43. fanti per fila, onde in essa ordinanza entraranno 3397. fanti, & vi auanzaranno 3. fanti.

Dicendosi. Si hanno 8640. fanti, da farne due ordinanze, la fronte di ciascuna delle quali sia vn medesmo numero di fanti, ma che l'vna sia quadra di gente, & l'altra quadra di Terreno, si domanda quanti fanti hauerà ciascuna d'esse, & per fronte, & per fianco.

Perche si dice, che i fanti in ordinanza hanno fra loro di distanza per fronte piedi 3. & per fianco piedi 7. si vede, che nell'ordinanza quadra di Terreno il numero de' fanti della fronte al numero de' fanti del fianco è come da 7. à 3. onde quando la fronte habbia 7. fanti, il fianco ne hauerà 3. che così la fronte, come il fianco sarà lunga piedi 21. Questo concluso, Ponasi, che nell'ordinanza quadra di Terreno il numero de' fanti della fronte sia 7. cose, & però del fianco sarà 3. cose, & il numero de i fanti d'essa ordinanza sarà il prodotto da 3. cose in 7. cose, cioè sarà 21. censi *(che à moltiplicare cose via cose, il prodotto è, ò vogliamo dire si chiama censi.)* Ancora l'ordinanza quadra di gente douendo hauere la fronte medesma, che hà l'ordinanza quadra

di Ter-



7 ✝   7 ✝
via 7 ✝   via 3 ✝
fà 49 ƶ   fa 21 ƶ

somma 70 ƶ. eguale à fanti 8640.
1 ƶ. eguale à fanti $123\frac{3}{7}$.
1 ✝. vale ℞ $123\frac{3}{7}$. cioè
$11\frac{1}{1}$.& più, che è anco $11\frac{1}{10}$.& più.



Si possono giũgere 2. file à questa, che saranno fanti 154. & restaranno fanti 16.

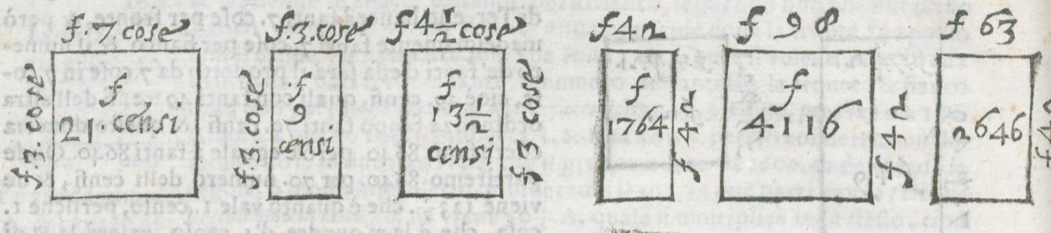
fanti 5929
fanti 2541
fanti 8470. in tutto.
8640
fanti 170. restano.

di Terreno hauerà fanti 7. cose per fronte, & però medesmamente fanti 7. cose per fianco, & il numero de' fanti d'essa sarà il prodotto da 7. cose in 7. cose, cioè 49. censi, quali con fanti 49. censi dell'altra ordinanza fanno fanti 70. censi, & questo doueria essere fanti 8640. però è eguale à fanti 8640. Onde partiremo 8640. per 70. numero delli censi, & ne viene $123\frac{3}{7}$. che è quanto vale 1. censo, perilche 1. cosa, che è la ℞ quadra d'1. censo, valerà la ℞ di $123\frac{3}{7}$. che è $11\frac{1}{10}$.& più, ma lassando il rotto, che non si può vsare, parlando di fanti, vnità indiuisibili, poneremo, che 1. cosa vagli il solo intiero 11. cioè, che 1. cosa importi fanti 11. perilche la fronte di ciascuna delle due ordinanze, che fù posta essere 7. cose, si dirà essere 7. volte 11. cioè 77. fanti, perilche ancora 77. fanti sarà il fiãco dell'ordinanza quadra di gente, cioè ella hauerà 77 file, che à 77. fanti per fila, contenirà 77. via 77. cioè 5929. fanti, Et la ordinãza quadra di Terreno, che fù posta hauere 3. cose per fiãco, hauerà 3. volte 11. *(che la cosa si dice valere 11.)* cioè 33. fanti per fianco, ò vogliamo dire 33. file, che à 77. fanti per fila, importano 33. via 77. cioè 2541. fanti, quali con li fanti 5929. dell'altra ordinanza quadra di gente sono in tutto fanti 8470. onde fino all'8640. numero de' fanti dato, restano fanti 170. da adoprare in l'vna, ò in l'altra ordinanza, ò in altro modo à beneplacito.

Et dicendosi. Si vuole, hauendo 8640. fanti, farne 3. ordinanze, che habbino ciascuna d'esse vn medesmo numero di file, cioè tanti fanti per fianco l'vna, quanto ciascuna dell'altre due, per poterne accompagnare insieme due di loro, quali si vogli-no, ò tutte tre à beneplacito, & tali, che la prima ordinanza sia quadra di gente, la seconda quadra di Terreno, & la terza habbi la fronte volte $1\frac{1}{2}$. quanto il fianco, rispetto al numero de' fanti, Si domanda quanto sarà il numero de' fanti del fianco *(cioè quante file)* & quanto il numero de' fanti della fronte *(cioè quanti fanti per fila)* hauerà ciascuna di esse tre ordinanze.

Quì per commodità cominciando alla ordinanza quadra di Terreno, nella quale sappiamo, che quando hauesse 7. fanti per fronte, ne haueria 3. per fianco, poneremo, che il numero de' fanti della sua fronte sia 7. cose, & così il numero de' fanti del suo fianco sarà 3. cose, onde la ordinanza quadra di gente, che deue hauere l'istesso, ò eguale fianco, hauerà medesmamente per fianco fanti 3. cose, & però anco per fronte *(douendo essere quadra di gente)* hauerà pure fanti 3. cose, l'altra ordinanza poi, che pure si vuole, che habbi il fianco eguale à ciascuna dell'altre due, hauerà similmente per fianco 3. cose; & perche la fronte deue essere volte $1\frac{1}{2}$. quanto il fianco, ella sarà di fanti $4\frac{1}{2}$. cose *(che 3. cose fianco prese volte $1\frac{1}{2}$. cioè 3. cose via $1\frac{1}{2}$. fà $4\frac{1}{2}$. cose)* Onde il numero de' fanti d'esse tre ordinanze sarà 9. censi, 21. censi, & $13\frac{1}{2}$. censi, che in tutto fanno $43\frac{1}{2}$. censi, ma noi vogliamo, che in tutto elle contenghino li fanti 8640. però questi $43\frac{1}{2}$. censi importarãno, ò saranno eguali à 8640.& 1. cẽso solo sarà eguale, ò valerà $198\frac{8}{9}$. Onde 1. cosa, che è la ℞ quadra d'1. censo, valerà la ℞ quadra di $198\frac{8}{9}$. cioè $14\frac{1}{4}$. & più *(che è anco $14\frac{1}{1}$. & più)* Però il fianco di ciascuna delle tre ordinanze, che fù posto 3. cose, sarà 3. volte 14. *(lassando il rotto)* cioe 42. fanti, & le 3. fronti, che furno poste 3. cose, 7. cose, $4\frac{1}{2}$. cose, saranno 3. via 14; 7. via 14. & $4\frac{1}{2}$. via 14. cioè 42. fanti, 98 fanti, & 63. fanti, & esse 3. ordinanze conteniranno fanti 1764. 4116. & 2646. che fanno in tutto fanti 8526. & ad arriuare al numero 8640. dato, vi auanzaranno fanti 114. da adoprare doue più sia à proposito.

Modo



9. censi
21. censi
$13\frac{1}{2}$. censi

$43\frac{1}{2}$. censi eguale à fanti 8640
cioè 87. censi eguale à fanti 17280

198
85
75
54

1. censo vale $198\frac{18}{29}$

però 1. cosa vale la ℞ di $198\frac{18}{29}$

cioè $14\frac{1}{4}$. & più.
che è anco $14\frac{1}{1}$. & più.

fanti 1764
fanti 4116
fanti 2646

fanti 8526. in tutto.
da 8640

fanti 114. restano, che piacendoci, si potrà giungere 1. fante alla fronte della prima ordinãza, & 1. fante alla fronte della terza, ò 2. fanti alla fronte d'vna di loro, che saranno 42. & 42. fà 84. fanti, & così restaranno solo 30. fanti.

Modo facile da ridurre vn'ordinanza quadra di gente, à quadra di Terreno.

DELL' vltima fila fatte due parti eguali, l'vna mità si aggiunga alla prima fila della fronte, & l'altra mità alla seguente seconda fila, Ancora dell'altra fila, che sarà l'vltima, le due mità si giungano l'vna alla terza fila superiore, & l'altra alla quarta, Ancora della fila, che hora sarà l'vltima, le due mità si giungano l'vna alla quinta fila superiore, & l'altra alla sesta, Et così si vada seguendo, fin che la coda dell'ordinanza habbi tanti fanti per fila, quãto hauerà la fronte, che allhora l'ordinanza di quadra di gente sarà douentata quadra di Terreno.

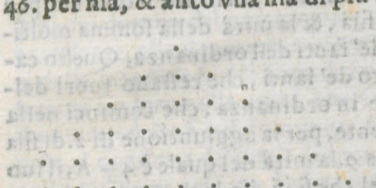
Per esempio, Hauendo vn'ordinanza quadra di gente di file 30. à fanti 30. per fila, l'vltima fila diuisa per mezo, si giongerà la mità, che è 15. fanti, alla prima fila della fronte, & gl'altri 15. fanti alla seconda fila, & allhora la fronte sarà di 45. fanti, & così seguendo, si verrãno adoprando le 10. vltime file della prima ordinanza *(cioè sempre la terza parte delle file, che hora sono 30.)* & alle restanti 20. file si accompagnaranno le 20. mità fatte dalle 10. file leuate, & allhora l'ordinanza sarà ridutta à file 20. di 45. fanti per fila, che sarà quasi quadra di Terreno, perche il fianco sarà di piedi 140. & la fronte di piedi 135. Et in essa ordinanza sariano fanti 900. che moltiplicato 20. numero delle file, via 45. numero delli fanti di ciascuna fila, fà 900. numero totale d'essi fanti.

Et se l'ordinanza quadra di gente fusse di file 40. à 40. fanti per fila, si pigliaria il terzo d'esse 40 file, che si dirà essere 13. file *(& non 13 $\frac{1}{2}$. che in queste quantità discrete la vnità non si diuide)* & restaranno 27. file, Et delle 13. file, le 26. mità, che saranno 20. fanti per ciascuna, si accompagnaranno, ò giungeranno alle 26. file della ordinanza, & così haueremo 26. file à 60. fanti per fila, ma vi restarà vna fila di più in vltimo di fanti 40. da seruirsene, come parerà al giuditioso Sergente.

Et se l'ordinanza fusse di 35. file à 35. fanti per fila, che il terzo è file 11. & ne restano 24. ò vogliamo dire è 12. & ne restano 23; le 12. diuise in 24. mità sariano fanti 17. & 18. per ciascuna mità, ma diciamo 17 che auanzaria 1. fante per fila, & così essendo 12. file, auanzarãno 12. fanti, & delle 24. mità, le 23. accompagnate alle 23. file dette restate nell'ordinanza haueranno fanti 52. per fila, & vi restaranno ancora li 12. fanti detti, oltre la meza fila di 17. fanti, che in tutto saranno 29. fanti, Et così haueremo file 23. à fanti 52. per fila, che fanno fanti 1196. & con li 29. auanzati sono 1225. che è il numero dell'ordinanza delle 35. file à 35. fanti per fila.

Come vn'ordinanza quadra di Terreno si riduca à quadra di gente.

ET se essendo l'ordinanza quadra di Terreno, la vorremo ridurre à quadra di gente, si pigliarà d'ogni fila la terza parte de' fanti, cioè se paratala dalla fronte in due parti, che l'vna per fronte sia doppia di fanti all'altra, allhora d'ogni due file della parte leuata facendone vna sola fila, le andaremo accommodando alla coda della prima ordinanza, quale con questa aggiuntione di file douentarà quadra di gente. Per esempio. Hauendo vna ordinanza quadra di Terreno di file 30. à fanti 70. per fila, da ridurre à quadra di gente, noi, preso il terzo del 70. della fronte, quale, per non si potere spezzare la vnità, potremo dire essere 23. & restarà 47. fingeremo ella essere diuisa in due parti, che l'vna sia l'ordinanza di file 30. à fanti 47. per fila, la fronte della quale hà da stare così. & delle 30. file della da leuarsi à fanti 23. per fila, faremo solo 15. file à fanti 23. & 23. cioè à fanti 46. per fila, & queste file 15. poste doppo alle 30. dell'ordinanza ferma, formaranno con quelle file 45. ma perche queste 15. vltime sariano solo à fanti 46. per fila, essendo l'altre 30. à fanti 47. ò si potrà leuare 1. fante per fila da esse ritirandole alla coda, Ouero con l'vltima delle 15. file aggiunte alla coda, riempire li 14. luoghi delle antecedenti 14. à 1. fante per luogo, ò lassarli in quel modo, che sarà espediente. Et perche così haueressimo 44. file à fanti 47. per fila, onde ella non saria del tutto quadra di gente, ma la fronte saria di più numero, che il fianco, noi da principio nel pigliare il terzo del 70. in cambio di 23. che è scarso, potressimo, se così ci piacesse, pigliare 24. che la fronte restarà di fanti 46. per fila, & delle 30. file, che si leuaranno à 24. fanti per fila, farne solo 15. à 48 fanti per fila, da accommodare alla coda dell'ordinanza ferma, che saranno poi file 30. & 15. cioè 45. & anco vi saranno fanti 2. per fila di più in ciascuna delle 15. aggiunte, cioè in tutto fanti 30. che si potranno accommodare alla coda, doue sarà espediente, & così si haueranno file 45. à fanti 46. per fila, & anco vna fila di più di fanti 30.

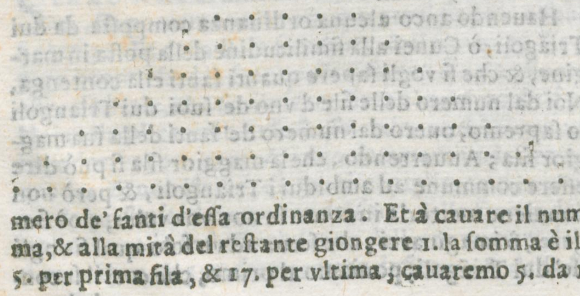


Et hauendo vn'ordinanza Cunea, ò Triangolare, che cominci da 1. fante, & segua à 3. 5. 7. 9. 11. 13. & così passando alli altri seguenti numeri dispari per ordine; Per sapere quanti fanti ella contenga, sommisi l'vltimo numero con 1. che è il primo, & della somma si pigli la mità, qual mità sarà, ò mostrarà sempre in simili ordinanze il numero delle file, & ella si moltiplichisi in se stessa *(cioè nel numero delle file)* che il prodotto sarà il numero de' fanti di tale ordinanza.

Per esempio, Essendo i fanti dell'vltima fila 23. à questo si giunga 1. fante, che è il fante, ò numero della prima fila, & fà 24. la mità del quale è 12. & questo 12. ci mostra, che quì sono 12. file, hora esso 12. si moltiplichi in se stesso, & fà 144. però 144. è il numero de' fanti d'essa ordinanza.

Et se in simili ordinanze ci fusse noto solo il nùmero delle file, egli si moltiplichi in se stesso, che il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordinanza. Et se del doppio di detto numero delle file si cauarà 1. che è l'1. fante della prima fila, il restante sarà il numero de' fanti dell'vltima fila, onde se il numero delle file fusse 18. li fanti sariano 324. Et dal doppio di 18. cioè da 36. cauato 1. il restante 35. saria il numero de' fanti dell'vltima fila.

Et se dato vn numero di fanti gli vorremo ponere in vna ordinanza tale, che cominci da 1. & vada seguendo per i numeri dispari per ordine, noi di tal numero pigliaremo la ℞ quadra, che ella sarà il numero delle file, che se ne faranno, & dal suo doppio cauato 1. il restante sarà il numero de' fanti dell'vltima fila. Onde hauendo fanti 500. presa la sua ℞, che è 22. *(che 22. via 22. fà* 484.*)* & auanza 16. diremo, che se ne faranno file 22. & auanzaranno 16. fanti, & l'vltima fila sarà di fanti 43. che è 1. manco di 44. doppio di 22. numero delle file.



Et quādo il numero de' fanti della prima fila non fusse 1. ma qualche numero disparo, poniamo 5. & il numero dell'vltima fila 17. Si giongeranno essi dui numeri insieme, 17. & 5. & fanno 22. la mità sempre della qual somma, cioè hora 11. si moltiplicarà per il numero delle file, che hora è 7. & fà 77. & questo è il numero de' fanti d'essa ordinanza. Et à cauare il numero della prima fila dal numero dell'vltima, & alla mità del restante giongere 1. la somma è il numero delle file, Onde in questa, che hà 5. per prima fila, & 17. per vltima, cauaremo 5. da 17. & resta 12. alla mità del quale, che è 6.

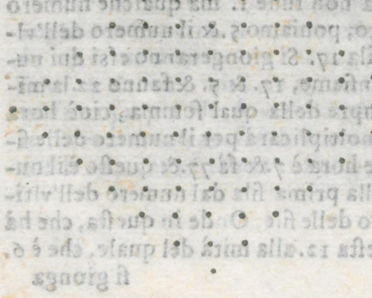
 si gionga

si gionga 1. & fà 7. qual 7. è il numero delle file. Et sapendo il numero delle file, & il numero della prima fila, ad esso numero della prima fila giongendo il doppio del numero delle file meno 1. la somma sarà il numero dell'vltima fila, Onde in questa, che il numero delle file è 7. che cauatone 1. resta 6. il suo doppio è 12. quale giongeremo à 5. prima fila, & fà 17. & questo 17. è il numero dell'vltima fila.

Il medesmo auuiene quando il numero della prima fila fusse paro, & che il numero della seconda fusse 2. più del numero della prima, & così il numero della terza, & delle seguenti eccedesse il numero della à lei antecedente in 2. che per esempio essendo il numero della prima fila 6. & il numero dell'vltima 28. cauando il 6. dai 28. che resta 22. alla sua mità 11. giongendo 1. la somma 12. sarà il numero delle file; Ouero sapendo, che la prima fila è 6. & che le file sono 12. da questo 12 cauaremo 1. & resta 11. al doppio del quale, che è 22. giongeremo il 6. della prima fila, & fà 28. per il numero dell'vltima. Et quanto al numero de' fanti dell'ordinanza, per trouarli mediãte il numero della prima, & dell'vltima fila, & del numero delle file *(de' quali tre numeri hauendone noti dui, si può da se trouar l'altro)* noi pure giongeremo il numero della prima fila con il numero dell'vltima, & la mità della somma moltiplicaremo con il numero delle file, che il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordināza, Onde essendo la prima fila 6. & l'vltima 28 la somma è 34 la mità del quale è 17. da moltiplicare via 12. numero delle file *(ò noto, ò trouato con l'arte detta)* & fà 204. che è il numero de' fanti dell'ordinanza.

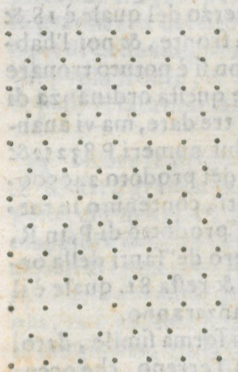
Ancora essendo proposto vn numero di fanti da ponere in vna ordinanza simile, che cominci da vn numero H, dato, & vada progredendo sempre con la aggiuntione di 2. di fila in fila, & si domandi quante file se ne faranno, & quanti fanti sarà l'vltima fila; Noi per regola, dal numero de' fanti della prima fila cauaremo sempre 1. & il quadrato della mità A, del restãte giongeremo al numero de' fanti proposto, & dalla ℞ della somma cauaremo detta mità A, che il restante sarà il numero F, delle file dell'ordinanza. Da questo numero F, delle file si caui sempre 1. & al doppio del restante si giunga il numero della prima fila, & la mità della somma moltiplicata con il numero delle file, il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordinanza, Questo cauato poi dal numero proposto, si vedrà quanto sia il numero de' fanti, che restano fuori dell'ordinanza. Per esempio proposto 1000. fanti da ponere in ordinanza, che cominci nella prima fila da 10. fanti, & segua à 12. 14. 16. &c. ordinatamente, per la aggiuntione di 2. di fila in fila, noi dal 10. numero della prima fila cauaremo 1. & resta 9. la mità del quale è $4\frac{1}{2}$ A, il suo quadrato $20\frac{1}{4}$. si giunge al 1000. proposto, & fà $1020\frac{1}{4}$. del che si piglia la ℞ non eccedente, & si può dire essere $31\frac{5}{6}\frac{9}{5}$. & alquanto più; da questo si caua l'A $4\frac{1}{2}$. & resta $27\frac{5}{7}\frac{5}{2}\frac{5}{6}$. & più, ma à noi serue il solo intiero 27. & questo è l'F, che mostra il numero delle file douer'essere 27. Da questo 27. cauando per regola 1. resta 26. al doppio del quale, cioè à 52. si giunge il 10. numero della prima fila, & fà 62. che è il numero de' fanti dell'vltima fila, questi dui numeri 10. & 62. della prima, & vltima giunti insieme, fanno 72. che la sua mità 36. moltiplicata con 27. numero delle file, fà 972. quale è il numero de' fanti dell'ordinanza, che cauato dal 1000. proposto, resta 28. però 28. fanti restano fuori d'essa.

Et se li 1000. fanti si volessero ponere in ordinanza simile, ma che la prima fila fusse di 15. fanti, la seconda di 17. poi 19. &c. noi pure dal 15. cauaremo 1. che resta 14. & la sua mità 7 A, moltiplicaremo in se medesma, che fà 49. quale giongeremo al 1000. & della somma 1049. pigliaremo la ℞ non eccedente, che è circa à $32\frac{2}{5}\frac{5}{5}$. dal quale cauaremo il 7 A, & resta $25\frac{2}{6}\frac{5}{5}$. ma à noi basta l'intiero 25. che è il numero delle file da farsi, dal quale cauaremo 1. & resta 24. al suo doppio 48. si giunge il 15. numero della prima fila, & fà 63. che è il numero dell'vltima fila, questo sommato con il 15. della prima, fà 78. la sua mità 39. moltiplicata via 25. numero delle file, fà 975. quale è il numero de' fanti, che entrano nell'ordinanza, però sino al 1000. proposto vi auanzano 25. fanti.



Hauendo anco alcuna ordinanza composta da dui Triãgoli, ò Cunei alla similitudine della posta in margine, & che si vogli sapere quanti fanti ella contenga, Noi dal numero delle file d'vno de' suoi dui Triangoli lo sapremo, ouero dal numero de' fanti della sua maggior fila; Auuertendo, che la maggior fila si può dire essere commune ad ambidui i Triangoli, & però non conuiene metterla in conto se non vna volta, cioè fingere, ò imaginarci, che serua ad vn solo qual si vogli de' dui Triãgoli, poniamo al primo, che così il secondo ha-

do hauerà vna fila di manco di quello, che hà il primo; onde ſe il primo habbi 7. file, il ſecondo ne hauerà ſolo 6. & però il primo Triangolo contenirà 49. fanti, che è il quadrato di 7. numero delle ſue file, & il ſecondo Triangolo contenirà 36. fanti, che è il quadrato di 6. numero delle ſue 6. file; Et perche 49. & 36. fà 85. ella côteniria 85. fanti. Et ſe guardaſsimo eſſa ordinanza per fianco, vedreſsimo ella apparire compoſta di dui Quadrangoli, ò Quadri di gente inſerti l'interiore d'vna fila manco, cioè hora di 6. file à 6. fanti per fila; nell'eſteriore di 7. file à 7. fanti per fila, & però 7. via 7. cioè 49. ſaria il numero de' fanti del maggior quadrato; & 6. via 6. che fà 36. ſaria il numero de' fanti del minor quadrato, & però in ſomma eſsi dui quadrati, & però l'ordinanza totale conteniria fanti 85.



Ma in eſſe ordinanze di doppio Cuneo, ſapendo il numero de' fanti della maggior fila, che è ſempre numero diſparo, diuidendolo in due parti tali, che l'vna ſia $\frac{1}{2}$. manco della ſua mità, & l'altra ſia il reſtante, cioè $\frac{1}{2}$. di più della ſua mità, ò vogliamo dire in due parti, che l'vna ſia vna vnità, cioè 1. maggiore dell'altra, la maggiore ſarà il numero delle file del maggior Triangolo, & la minore ſarà il numero delle file del minor Triangolo, de' quali dui numeri, ò parti, moltiplicato ciaſcuno in ſe medeſimo, & i dui prodotti gionti inſieme, la ſomma ſarà il numero de' fanti della totale ordinanza; Onde ſe in vna ordinanza tale il numero de' fanti della maggior fila fuſſe 31. queſto diuiſo in 16. & 15. differenti fra loro in vna vnità, il 16. maggiore moſtraria nel maggior Triangolo eſſere 16. file, & però 16. via 16. fà 256. fanti, Et nel minore 15. file, che perciò 15. via 15. fà 225. fanti, perilche eſſendo nel maggior Triangolo 256. fanti, & nel minore 225. vi ſaranno nella ordinanza totale fanti 481.

Et eſſendo propoſto vn numero di fanti da ridurre in ordinanza ſimile, di doppio Cuneo, Noi dal doppio del numero propoſto de' fanti cauaremo 1. & del reſtante pigliaremo la ℞ non eccedente, che il numero intiero diſparo più à lei vicino non eccedente ſarà il numero de' fanti della maggior fila, & anco il numero delle file, qual numero diſparo diuiſo in dui numeri differenti fra loro nella vnità, che vno d'eſsi ſarà paro, & l'altro diſparo, il maggiore di loro ſarà il numero delle file del maggior Triangolo, & il minore ſarà il num. delle file del minor Triangolo, I quadrati de' quali dui numeri moſtraranno il numero de' fanti, che ſono ſeparatamēte nelli dui Triangoli, perilche gionti inſieme, la ſomma ſarà il numero de' fanti della totale ordinanza, & cauatolo dal numero propoſto, quello, che reſtarà ſarà il numero de' fanti, che rimanghino fuori d'eſſa. Per eſempio. Propoſto 900. fanti, da ridurre in ordinanza tale di doppio Cuneo, Noi dal ſuo doppio 1800. cauaremo 1. & reſta 1799. la ℞ non eccedente del quale è circa à $42\frac{3}{8}\frac{5}{5}$. di queſto il numero intiero diſparo proſsimo minore è 41. però 41. ſarà il numero delle file, & il numero de' fanti della maggior fila, quale diuiſo in 20. & 21. fra loro differenti in vna vnità, il 21. maggiore è il numero delle file del maggior Triangolo, & il ſuo quadrato 441. è il numero de' fanti, che entrano in eſſo maggior Triangolo, Et il 20. minore è il numero delle file del minor Triangolo, & il ſuo quadrato 400. è il numero de' fanti, che entrano in eſſo minor Triangolo, quali con li 441. fanno fanti 841. che ſono nella totale ordinanza, onde ſino al 900. propoſto vi rimangono 59. fanti fuori d'eſſa ordinanza.

Come hauendo due, ò più ordinanze ſimili, & volendo formarne vna, che le ſia pur ſimile, & le contenga tutte, ſi poſſa facilmente conoſcere quanto ſarà la fronte, & fianco d'eſſa.

SIANO le tre ordinanze A, B, C, ſimili, che la fronte di ciaſcuna, riſpetto al numero de' fanti, ſia poniamo volte $1\frac{2}{3}$. quanto il fianco, eſſendo la fronte della prima A, fanti 50. & il fianco 30. Et della B, la fronte 65. & il fianco 39. Et della C, la fronte 40. & il fianco 24. Per ſapere quanto ſarà la fronte, & il fianco d'vn'ordinanza, che le contenga tutte, & ſia ſimile ad eſſe, cioè tale, che ſimilmente circa al numero de' fanti la fronte ſia volte $1\frac{2}{3}$. quanto il fianco, Noi moltiplicaremo in ſe ſteſſo ciaſcuno delli tre numeri delle tre fronti, cioè 50. 65. & 40. & i prodotti 2500. 4225. & 1600. ſommaremo inſieme, & della ſomma loro 8325. pigliaremo la ℞ quadra, & non l'hauendo preciſe, pigliaremo la propinqua intiera non eccedente, che hora è 91. & queſto ſarà il numero de' fanti della fronte della ordināza grande da farſi; Ancora moltiplicaremo in ſe ſteſſo ciaſcuno delli tre numeri delli tre fianchi, cioè 30. 39. & 24. & i prodotti 900. 1521. & 576. ſommaremo inſieme, & della ſomma loro 2997. pigliaremo la ℞ quadra,

& non

& non l'hauendo precise, pigliaremo la propinqua intiera non eccedẽte, che hora è 54. & questo 54. sarà il numero de' fanti del fianco della detta ordinanza grande da farsi, Questa nondimeno non sarà precise simile alle tre dette, perche essendo il fianco 54. il terzo del quale è 18. & li dui terzi 36. questo 36. gionto al 54. fà 90. & però 90. doueria essere la fronte, & noi l'habbiamo posta 91. il che auuiene, perche delli dui numeri 8325. & 2997. non si è potuto trouare la ℞ precise *(che essi non sono numeri quadrati)* che perciò anco ne segue, che questa ordinanza di 91. per fronte, & 54. per fianco non contenirà à punto tutti i fanti delle tre date, ma vi auanzarà qualche numero di fanti, quale auanzo si potrà trouare così; Li dui numeri P 8325. & R 2997. de' quali si sono prese le ℞ propinque, si moltiplichino insieme, & del prodòto 24950025. si pigli la ℞, & è 4995. precise, quale 4995. è sempre il numero de' fanti, contenuto in tutto nelle tre ordinanze date, & perciò hora il 24950025. & anco sempre il prodotto di P, in R, sarà di necessità numero quadrato. Da questo mò cauaremo 4914 numero de' fanti della ordinanza grande formata *(che si troua moltiplicando 91. fronte per 54. fianco)* & resta 81. quale è il numero de' fanti, che oltre all'ordinanza di 91. fronte, & 54. fianco vi auanzaranno.

Et quando di quante ordinanze simili, ò siti d'alloggiamenti, ò altro di forma simile, dato, non il numero de' fanti della fronte, & fianco, ma il numero de' piedi del Terreno, che occupassero per lato, si volesse formandone vna sola ordinanza simile, & di grandezza eguale à tutte le date, sapere quanti piedi sarebbe la fronte, & il fianco della grande da farsi, pure questo si esequirebbe nel modo medesmo sopradetto, adoprando i numeri dati de' piedi delle fronti, & fianchi loro in vece del numero de' fanti delle fronti, & fianchi, che ne resultarebbono i numeri de' piedi delle fronte, & fianco della ordinanza grande da farsi.

Et se da vna proposta ordinanza douendone leuare vna, ò più ordinanze simili, & il restante ridurre in ordinanza pure à queste simili, Come per esempio, Proposta vna ordinãza di 150. per fronte, & 60. per fianco, douendone leuare due simili, l'vna di 70. per fronte, & 28. per fianco, Et l'altra di 85. per fronte, & 34. per fianco, & del restante formare vn'ordinanza simile ad esse tutte, si vorrà sapere quanto sarà la sua fronte, & il suo fianco, prima, per trouare la fronte, sommaremo insieme i quadrati delle due fronti 70. & 85. delle due da leuarsi, cioè 4900. & 7225. & la somma 12125. cauaremo dal quadrato di 150. fronte della totale ordinanza, qual quadrato è 225000. & del restante 10375. pigliaremo la ℞ quadra, ò propinqua in intieri non eccedente, che ella è 101. & questo 101. sarà la fronte dell'ordinanza da farsi simile alla grande con quello, che resta doppo l'hauerne leuate le due dette; Ancora per trouarne il fianco sommaremo insieme i quadrati dei dui fianchi 28. & 34. che sono 784. & 1156 & la somma 1940. cauaremo da 3600. quadrato di 60. fianco della ordinanza grande, & resta 1660. del quale pigliaremo la ℞ quadra, ò propinqua in numero intiero non eccedente, che vedremo ella essere 40. & questo 40. sarà il fianco della ordinanza da farsi, quale non sarà precise simile all'altre *(poiche essendo il fianco 40. la fronte doueria essere 100.)* perche i numeri 10375. & 1660. non hanno hauuto ℞ quadra precise, & perciò vi auanzaranno ancora alcuni fanti, quale auãzo si potrà trouare al modo ordinario, cauando la somma del numero de' fanti di queste tre ordinanze, che sono 1960. 2890. & 4040. & fanno 8890. dal numero de' fanti della totale, che è 9000. & resta 110.

Et proposto vn numero di fanti, poniamo 1380. da ridurre in ordinanza, che quanto al sito la fronte hauesse vna data proportione al fianco, come se douesse la fronte essere $\frac{1}{4}$. di più di quello, che sia il fianco, cioè che se il fianco fusse piedi 84. la fronte sia 21. di più, cioè sia piedi 105. ò vogliamo dire in numeri piccoli, che quando il fianco si pona 4. la fronte sia 5. noi prima vedremo quanto è il sito, che deuono occupare li fanti 1380. proposti, moltiplicandoli per 21. *(che piedi 3. per fronte, & 7. per fianco, & però 3. via 7. cioè piedi 21. quadri di sito si pone occupare ciascun fante)* & fà piedi 28980. quadri di sito, Questo hora moltiplicaremo con vno delli dui numeri 4. & 5. della proportione data, poniamo con il 4. minore, che serue al fianco, & fà 115920. quale partiremo per 5. che è l'altro numero maggiore delli dui dati, & ne viene 23184. del quale pigliaremo la ℞ propinqua non eccedẽte in numero intiero, che è 152. & questo sarà corrispondente al 4. numero adoprato à moltiplicare, & però sarà il numero de' piedi del lato minore, cioè il fianco dell'ordinãza, al quale aggiunto la sua quarta parte, che è 38 fà 190. che è il numero de piedi del lato maggiore, che è la fronte, onde partito il 152. del fianco per 7. ne viene 21. lassando il rotto, che non si può adoprare, & partito il 190. della fronte per 3. ne viene 63. lassando il rotto, perilche diremo, che la nostra ordinanza hauerà file 21. à fanti 63. per fila, però contenirà fanti 1323. onde ne auanzaranno 57. & per fianco sarà piedi 147. & per fronte piedi 189.

Et volendo d'vn proposto numero di fanti, poniamo delli 1380. formare vna ordinanza

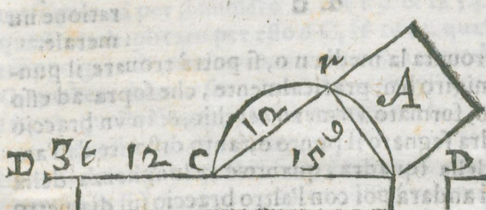
quadra

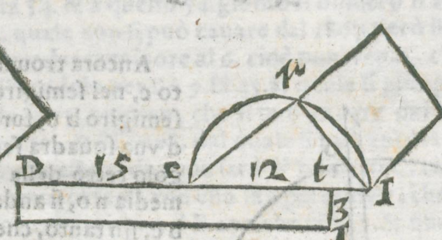
quadra di Terreno, si potrà nel medesmo modo veder prima quanto sito ella occuparà, moltiplicando il 1380. per 21. numero de' piedi, che occupa ciascun fante, & fà piedi 28980. che è la grandezza del sito quadro, di che pigliaremo la ℞ propinqua, che è circa à 570 $\frac{4}{7}$. & sono li piedi della lunghezza di ciascun lato, onde partito per 3. & per 7. lassando i rotti, ne viene 56. per la fronte, & 24. per il fianco, quali mostrano, che si faranno 24. file à 56. fanti per fila, & però vi saranno fanti 1344. onde vi auanzaranno fanti 36.

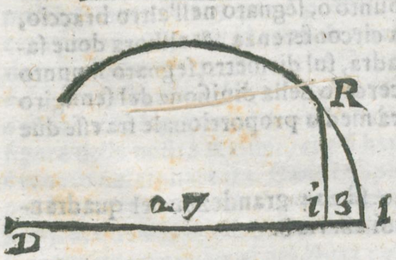
ANcora se proposto vn sito quadrato, poniamo di 9. pertiche, ò altre misure per lato, che sarà grande pertiche, ò misure quadre 81. si vogli formare vn sito quadrangolo rettangolo, che sia eguale ad esso quadrato *(cioè sia 81.)* & giri quanto si vogli, pur che esso giro sia maggiore del giro del quadrato *(perche delle figure quadrangole rettangole, ò equiangole di lati equidistanti di egual giro, la equilatera è la maggiore, & perciò conuersamente delle eguali di grandezza la equilatera è di minor giro)* & sia, che giri 60. noi veduto, che la somma della lunghezza, & larghezza è 30. cioè sempre la mità del giro, & sapendo, che la grandezza si troua moltiplicando la lunghezza, via la larghezza, conosceremo, che conuiene diuidere 30. in due parti tali, che il prodotto sia 81; Il che in numeri si fà così, Dal quadrato di 15. mità di 30. qual quadrato è 225. si caua la grandezza data 81. & del restante 144. presa la ℞, che è 12. ella si giunge, & caua al 15. detto, & ne resultano 27. & 3. & queste sono le due parti del 30. che moltiplicate insieme fanno 81. perilche si dirà, che il quadrangolo rettangolo, che deue hauere di giro 60. essendo 81. di grandezza, sarà lungo 27. & largo 3.

In linee sia il quadreto proposto A, che per lato habbi la retta I r. Et del quadrangolo rettangolo da farsi sia il giro G I, & la sua mità solo posta in margine sia la D I, Questa D I, si diuida per mezo in C, & sopra l'vna mità, & sia C I, come sopra à diametro, ò presa per diametro si formi il mezo Cerchio C r I, & in esso dall'estremo I, del diametro si accommodi la retta I r, eguale al lato I r, del proposto quadrato A, & dal punto r, doue ella tocca la circonferēza, si tiri all'altro estremo C, del diametro la retta r C, che anco senza tirare le rette I r, & r C, basta segnare il punto r, & poi à questa c r, si facci eguale la c t, ò partendosi dal c, verso il D, ò verso l'I, come ci piaccia, che segnato il pūto t, egli diuiderà la totale D I, nelle due parti D t, t I, che saranno l'vna la lunghezza, & l'altra la larghezza del Quadrangolo da farsi eguale al quadrato A, proposto, La Dimostratione è facile, che la retta I r, è media proportionale fra D t, t I, & la operatione Geometrica è simile alla Aritmetica, ò numerale.

Ancora con facilità praticalmente si potriano trouare le due parti della D I, così; Sopra à tutta la D I, presa per diametro si formi il mezo cerchio D R I, & con vna squadra posto vno delli dui suoi braz zi sul dia met. D I, egli si cō duca sù per esso diametro finche ha uendo segnato sù





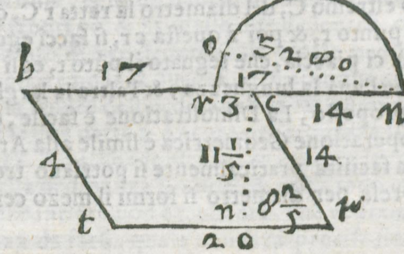


l'altro braccio, cominciādo dal punto angolare il punto R, lontano dall'angolo quanto è la lunghezza del lato I r, del quadrato, questo punto R, peruēga alla circonferenza, & allhora segnato il punto I, sul diametro doue si fermi l'angolo della squadra, esso punto i, determinarà le due parti D i, & I i, che sono i dui lati continenti l'angolo retto del quadrangolo da farsi eguale al quadrato A. Il che è chiaro, poiche la R i, è media proportionale fra le due D i, & i I, & perciò il rettangolo d'esse D i, i I, è eguale al quadrato della media i R, cioè al quadrato A.

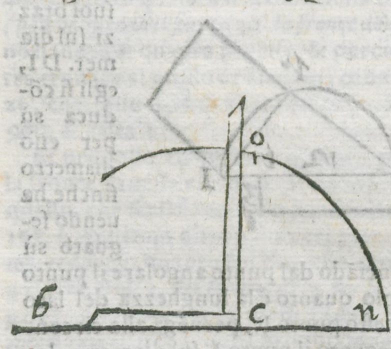
L'istesso modo seruiria, quando proposto vn Rombo, si volesse formare vn Romboide di lati equidistanti equiangolo, & eguale al Rombo, ma di vn dato maggior giro.

Et proposto vn sito quadrangolo di lati equidistanti d n p g, volendone formare vn'altro à questo eguale, & equiangoio, ma di vn giro dato, la mità del quale sia b n, ma tale, che il suo doppio, cioè il giro dato totale non sia minore del giro del Quadrangolo equilatero, che fusse eguale di superficie, & equiangolo al proposto, Noi trouaremo la media proportionale fra i dui lati, che contengono vno delli angoli del proposto, & sia la retta n o, *(& si troua facendo vn mezo cerchio sù la retta d p, continente li dui lati angolari d n, n p, del quadrangolo, & dal punto n, angolare si tira al diametro d p, la perpendicolare, ò linea retta à squadra n o, sino alla circonferenza, che essa n o, è la media cercata fra le due d n, n p, & non minore del doppio di questa n o, ma eguale, cioè, ò maggiore, conuiene, che sia il semigiro del quadrãgolo da farsi eguale, & equiangolo al dato, acciò il quesito sia possibile. Et quando esso semigiro dato fusse à punto eguale al doppio di questa media n o, allhora il quadrangolo da farsi saria equilatero, & ciascnno de' suoi 4. lati sarebbe eguale ad essa n o,)* poi soprà alla mità r n, della retta b n, semigiro dato formaremo vn mezo cerchio, & in esso dall'estremo n, accommodaremo la trouata media n o, & dal punto o, doue ella peruiene alla circonferenza al punto r, altro estremo del diametro r n, tiraremo, ò imaginaremo la retta o r, & ad essa eguale, principiando da detto punto r, segaremo dal diametro r n, la parte r c, segnando, cioè il punto c, che allhora il semigiro b n, sarà diuiso nelle due parti b c, c n, quali saranno i dui lati, che deuono formare vno de gl'angoli del quadrangolo da farsi equiangolo al proposto, perilche accommodato il lato c n, talmente, che con il c b, facci angolo eguale al d n p, del proposto, & con li dui n t, b t, eguali, & però anco equidistãti alli dui detti c b, & n c, chiuso il quadrangolo b n c t, che sarà equiangolo al proposto, & hauerà il giro dato, egli sarà eguale di grandezza al proposto.





Questo si può dimostrare, mediante la 14. propositione del Sesto libro delli elemẽti di Euclide, come anco si conosce nella operatione numerale.



Ancora trouata la media n o, si potrà trouare il punto c, nel semigiro b n, praticalmente, che sopra ad esso semigiro b n, formato vn mezo cerchio, & in vn braccio d'vna squadra segnato il punto o, tanto distante dall'angolo retto della squadra, quanto è la lunghezza della media n o, si andarà poi con l'altro braccio sul diametro b c, fin tanto, che il punto o, segnato nell'altro braccio, peruenga precise alla circonferenza, & allhora doue sarà l'angolo della squadra, sul diametro segnato il punto c, egli sarà il punto cercato della diuisione del semigiro b n, perche la c o, sarà media proportionale fra esse due parti b c, c n.

n p, 10. da n x, 8 però c n, 14. darà c u, 11 $\frac{1}{5}$. che via t n, 20. fà 224. grandezza del quadrangolo b c n t, come è anco la grandezza del d n p g, dutto di 28. via 8.

Moda di trouare la Radice Cuba d'vn proposto numero, mediante il seguente esempio.

VOLENDO trouare la radice cuba poniamo di 45678902. bisogna prima puntare esso numero così. Cominciando da man destra facciasi vn punto sopra, ò sotto al 2. prima figura, & lassate le due seguenti, si facci vn'altro punto sotto all'8. & di nuouo lassate pure sempre le due seguenti figure, si facci vn'altro punto sotto al 5.& così con quest'ordine si seguirà di andar puntando, quando vi fussero più figure.

Hora nel numero proposto haueremo tre punti, il che ci fà conoscere, che la ℞ cuba d'esso numero sarà vn numero cõposto da tre figure; Et per trouarle, cominciaremo da man sinistra à trouare la prima in questo modo. Veggasi fin doue arriua il primo punto, cioè quanto è il numero, che è dal principio sinistro del 45678902. fino al primo punto, comprendendoui la figura, che hauerà sotto il punto, & vediamo essere 45. Veggasi hora quale è quel numero *(intendendo sempre de gl'intieri)* il cubato del quale sia esso 45. ò manco minore del 45. che si può, & vediamo, che è 3. Questo 3. è la prima figura sinistra del numero cercato, che hà da essere radice cuba del proposto, qual 3. si pona sotto al 5. puntato, tirandoui sotto vna linea, come si vede in margine; poi si caui il cubato di queste 3. che è 27. dal 45. detto, & resta 18. al qual restante si accompagnino da man destra le due figure, che seguitano nel 45678902. doppo al 45. che sono 67. & farà 1867. Hora cercaremo la seconda figura della ℞ cuba, che si hauerà da ponere sotto all'8. puntato, così. Triplichisi sempre la ℞ fin'hora trouata, che è il 3. detto, sopra alla riga, & fà 9. qual prodotto 9. chiamaremo per commodità A, & questo A, sempre si moltiplichi per la medesma ℞ fin'hora trouata, che hora è l'istesso 3. detto sopra alla riga, & fà 27. al qual 27. prodotto si accompagni sempre vn 0. da man destra, & fà 270. qual 270. chiamaremo numero B. Conuien mò trouare vn numero, il maggiore, che si può *(quale chiamaremo C, & è quella figura della nostra ℞ cuba, che cerchiamo, quale si deue ponere sotto all'8. puntato)* tale, che moltiplicato per il numero A, cioè hora per 9. & al prodotto giũto il numero B, cioè hora 270. & la somma moltiplicata per esso numero C, che trouaremo produchi numero tale, che si possa cauare dal 1867.& che resti tanto, che di esso restante accompagnatoli prima da man destra l'8. puntato, se ne possa ancora cauare il cubato di detto numero C, che trouaremo; & per trouarlo, veggasi quante volte entra il numero B, cioè il 270. nel 1867. al più, che si vede, che vi entra 6. volte, il che ci fà conoscere, che il numero C, da trouare non può essere più di 6. ma sarà 6. ò numero minore di 6. *(ma più facilmente, & quasi sempre sarà minore di 6. cioè del numero delle volte, che il 270. ò altro entri nel 1867. ò altro)* che per chiarirci se habbi da essere il 6. egli si moltiplicarà per il numero A, che è 9. & fà 54. & à questo 54. gionto il numero B 270. fà 324.& questo moltiplicato per esso 6 C, fà 1944. quale non si può cauare dal 1867. però il 6. è numero troppo grande, onde prouaremo il 5. antecedente minore al 6. cioè poneremo, che il numero C, qual cerchiamo sia 5. perilche moltiplicandolo per l'A 9. fà 45. al quale si giunga il B 270. & fà 315. questo si moltiplichi per esso C, fà 1575. numero, che si può cauare dal 1867. & resta 292. à questo 292. si accompagna l'8. puntato, & fà 2928. dal quale si può ancora cauare il cubato di detto C 5. qual cubato è solo 125. Questo 5. dunque sarà il numero C, che bisognaua trouare, & si deue ponere sotto all'8. puntato, & fatta con esso la operatione, che si deue, cioè moltiplicato esso C 5. per A 9. & al prodotto 45. giunto il B 270. che fà 315.& questo moltiplicato per esso C 5. che fà 1575. & questo cauato dal 1867. che resta 292. al quale accompagnato da man destra l'8. puntato, che fà 2928. di questo 2928. poi si caua il cubato del 5. trouato, che è 125. & resta 2803. hora à questo restante si accompagnino da man destra le due figure del 45678902. che seguitano l'8. puntato, cioè 90. & fà 280390. & si cerchi quale sia la seguente terza figura della nostra ℞ cuba, che si hauerà da ponere sotto al 2. puntato, nel modo istesso, che si è tenuto nel trouare il 5. Cioè si triplichi il 35. numero della radice fin'hora trouato, & fà 105. per il numero A, quale si moltiplichi per il medesmo 35. numero della ℞ fin'hora trouato, & fà 3675. al quale si accompagni da man destra vn 0. & fà 36750. che è il numero B. Questo hora si vegga quante volte al più entra nel 280390. & vedremo, che v'entra 7. volte, però il numero C, che cerchiamo non potrà essere più di 7. ma sarà 7. ò numero minore di 7 hor prouisi se fusse 7. che questo 7 C, moltiplicandolo per A 105. fà 735. al quale giunto B 36750. fà 37485. & questo moltiplicato per esso C 7. fà 262395. numero, che si può cauare dal 280390. & si vede, che resta anco vn numero grande, di modo, che da esso restante accompagnatoli da man destra il 2. puntato, se ne potrà cauare il cubato d'esso 7 C, perilche diremo esso 7. essere il numero C, checerchiamo, & però con esso 7. fatta la operatione sopradetta, & trouato il 262395. lo cauaremo

remo dal 280390. che restarà 17995. al quale accompagnaremo da man destra il 2. puntato, & fà 179952. & da questo cauaremo il cubato d'esso 7. trouato *(& che si ponerà sotto al 2. puntato)* qual cubato è 343. & resta 179609. Et hora, perche nel numero proposto non sono altre figure dietro al 2. puntato già adoprato, diremo d'hauer finita la operatione, cioè hauer trouata la ℞ cuba del numero proposto, qual ℞ è il 357. posto sotto alle figure puntate, & di più auanza 179609. Cioè che la ℞ cuba del numero proposto è alquãto più di 357. ma non arriua à 358. & quello, che ella è di più di 357. non si può trouar precise, perche il numero proposto non è numero cubo; ma si può bene sapere molto appresso al vero, cioè formare vn rotto, che giunto al 357. mostrarà presso al vero quanto essa ℞ sia più di 357. & esso rotto si forma così. Ponasi il 179609. auanzo della nostra operatione, sopra ad vna righetta per numeratore, & poi per trouare il denominatore, Moltiplichisi sempre il triplo della ℞ trouata *(che hora è 357. & il suo triplo è 1071.)* via 1. più sempre d'essa ℞ trouata, cioè hora per 358. & fà 383418. & questo è il denominat. da ponere sotto alla righetta, che gionto questo rotto al 357. fà $357\frac{179609}{383418}$. & tanto diremo essere la prossima ℞ cuba *(ma eccedente però)* del numero proposto. Et se volessimo, che la ℞ cuba cercata fusse scarsa, & non eccedẽte, noi al denominatore del rotto trouato, come di sopra, giongeressimo sempre 1. che la somma hora 383419. saria il denominatore del rotto, che daria la ℞ scarsa. Et sappiasi, che questo 383419. saria precise la differenza, che è dal cubato di 357. al cubato di 358. intiero, che subito gli segue. Perche la differenza de' cubati di dui numeri intieri prossimi *(cioè solo distanti fra loro in vna vnità)* è sempre quello, che nasce à giongere 1. al numero, che si troua moltiplicando il triplo dell'vno d'essi dui numeri, via l'altro. Onde se vorremo trouare la differenza, che è dal cubato, poniamo di 78. al cubato di 79. noi moltiplicaremo questi tre numeri 78. 79. 3. fra loro, cioè 234. via 79. ouero 237. via 78. ouero 6162. via 3. che fà 18486. al quale giongeremo 1. & fà 18487. quale è la differenza cercata.

Radici	Num. quad.	Num. cubi
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Et con questo modo si trouarà la radice Cuba di qual numero si vogli.

45678902
3 5 7
27
1867
1575
2928
125
280390
262395
179952
343
179609
$357\frac{179609}{383418}$. è la ℞ cercata, ma eccedente.

3 ℞ trouata
via 3
9 A
3 ℞ trouata
270 B
39 ℞ trouata
3
105 A
35 ℞ trouata
36750 B

posto, che C, sia 6
via 9 A
54
270 B
324
via C 6
1944 è troppo

posto dunque C 5 solamente
via A 9
45
B 270
315
via C 5
1575 però C è 5.

posto C 7
105 A
735
36750 B
37485
7 C
262395 è buono
però C è 7

Per trouare il denomin. del rotto.
℞ trouata 357
3
1071
via 358
383418 è il denom.

Altro esempio.

℞ trouata 7
suo triplo 21 A
1470 B
sia C 4
A 21
84
B 1470
1554
C 4
6216 buono

sia C 5
via A 21
fà 105
1470 B
somma 1575
via C 5
produce 7875. che è troppo.

Trouisi la ℞ cuba di 420327548053126
7 4 9 0 8
343
7732
6216
15167
64
1510354

℞ trouata 74
ſuo triplo 222 A
164280 B
Sia C 9
via A 222
1998
giunto B 164280
ſomma 166278
via C 9
ꝓdotto 1496502 buono

1510354
1496502
138528
729
13779905312
13465462080
3144432326
512
auãza 3144431814.

che è numerat. d'vn rotto, il denominat. del quale ſia la differenza, che è dal cubato di 74908. trouato à 74909. num. intiero ſubito ſeguente, qual differenza è ſempre quanto il triplo del prodotto d'eſsi dui numeri intieri ꝓſsimi, & 1. di più, ma eſſa differẽza forma il rotto, che è ſcarſo, ma 1. mãco d'eſſa differẽza, cioè il ſolo triplo del prodotto d'eſsi dui num. intieri proſsimi forma il rotto, che è ecced.

74908
74909
674172
524526
3670492
5611283372
3
15833850116. den. del rotto ecced.
1
15833850117. den. del rotto ſcarſo.

℞ trouata 749
ſuo triplo 2247
15729
110103
B 16830030
Il C, ſarà o.

℞ trouata 7490
ſuo triplo 22470 A
1683003000 B
Sia C 8. via 22470 A
prodotto 179760
giõtoli B 1683003000
ſomma 1683182760
via C 8
produce 13465462080 buono.

Proua Aritmetica, cioè non ſpezzando la vnità.

74908
74908
599264
524356
3670492
5611208464

5611208464
74908
44889667712
39278459248
274949214736
420324403621312. cubato dell'intiero.
3144431814. auanzo.
420327548053126. numero propoſto.

SI può anco nel pigliare la ℞ cuba d'vn numero dato, poniamo del 420327548053126. operare coſì. Veduto la ℞ del 420. ſiniſtro eſſere 7. da mettere ſotto al o. puntato, & che auanza 77. da ponere ſotto alla riga, ad eſſo accompagnaremo le tre ſeguenti figure 327. compreſe ſino all'incluſione del ſecondo punto, & haueremo 77327. dal quale intenderemo il 7. puntato eſſere da ſe ſeparato dall'altre figure, perche il 7732. s'adopra da ſe nel modo ſeguente, & è, che il 7. figura nella ℞ già trouata ſi tripla, & fà 27 A, quale ſi moltiplica per il medeſimo 7. trouato, & fà 147. *(che è quanto à dire, ò reſulta quanto à moltiplicare il 7. via il medeſimo 7. & il prodotto 49. moltiplicare per 3. cioè eſſo 147. viene ad eſſere il triplo del quadrato del 7. trouato)* à queſto 147. ſi accompagna vn zero deſtro, & fà 1470. quale è il B, da vedere quante volte entra nel 7732 ſopradetto, per trouare il C, che entrandoui 4. volte largamente, ſi ponerà queſto 4. eſſere il C, & per chiarirci ſe è buono *(cioè che non ſia troppo)* & adoprarlo nella operatione, moltiplicaremo eſſo C 4. per l'A 21. & fà 84. al quale giongeremo B 1470. & fà 1554. da moltiplicare con il C 4. & produce 6216. à queſto mò, inteſo come decine riſpetto al 7. puntato del 77327. giongeremo il cubo dell'iſteſſo C 4. cioè 64. quale 64. con la ſua figura deſtra 4. deue peruenire ad occupare il 7. puntato, & però eſſo 4. deſtro ſi deue ponere vna figura, ò vn luogo più auãti da man deſtra nel ſcriuerlo *(ò imaginarlo quando lo voleſſimo giongere à mente)* ſotto al 6216. col quale eſſo 64. ſi giunge, cioè di modo, che il 6. ſeconda figura del 64. ſtia ſotto al 6. prima figura deſtra del 6216. & così giontoli inſieme, faranno in ſomma 62224. quale ſi hà da cauare dal totale 77327. & quando la ſottrattione non ſi poteſſe fare, cioè che la ſomma detta 62224. fuſſe maggiore del 77327. ciò ſaria ſegno il C, adoprato eſſere troppo grande, & perciò biſognaria ſupponere egli eſſere vna vnità manco, ò più d'vna, ſin tanto, che adoprandolo nel modo detto, la ſomma vltima, nella quale ſia compreſo il cubo del C, adoprato, ſi poteſſe cauare dal 77327. ò altro num. ſimile, che ſi haueſſe in ſuo luogo; onde hora ſi vede il C 4. eſſere buono,

Trouisi la ℞ cuba di
4203275480531 26

7 4 9 0 8

77327
62224

15103548
14965749

137799053126
134654621312

3144431814

7. ℞ trouata.
21. suo triplo A.
via 7. ℞ trouata.

1470. B. in 7732.
entra volte 4. largamente, che sarà C.

4 C.
via 21. A.

84
1470. B.

1554
via C 4

6216
cubo di C 64

somma 62224

74. ℞ trouata.
che il suo triplo è 222 A, da moltiplicare con l'istesso 74. Ouero si può dire.

74. ℞ trouata.
5476. è il suo quadrato, che al suo triplo accompagnato vn zero destro, forma il B.
164280 B, in 1510354. entra 9. volte, che si pone essere il C.
C 9. via 222. triplo di 74. ℞ trouata, fà

1998
164280 B

166278
via C 9

1496502
729 cubo di C

14965749 somma

℞ trouata 7490
suo quadrato 56100100
il triplo, & o. 16830030 B, che in 1379905 entra nessuna volta, però il C, è o. da ponere sotto al 3. puntato, & l'auanzo hora sarà il totale 137799053. da accompagnarli mò le tre seguenti figure 126.

℞ trouata 7490
suo quadrato 56100100
il triplo, & o. destro di più fà 168300030000 B. quale in 137799053126 entra 8. volte largamente, che si pone essere il C.
C 8. via 22470. triplo di 7490. ℞ trouata, fà 179760 al quale si giunge B

somma 1683182760
via C 8

13465462080
cubo di C 512

somma 134654621312 da cauare dal totale 137799053126. & resta 3144431814.

perche 62223. somma detta, si può cauare dal 77327. faremo dunque la sottrattione, & resta 15103. à questo accōpagnaremo le tre seguenti figure, cioè 548. compresaui l'8. puntato, quale nondimeno si considera prima separato dal composto 15103548. *(perche il 1510354. si adopra da se per vedere quāte volte il B, da formarsi v'entra, acciò si conosca quanto al più possa essere il C,)* & seguēdo à cercare la figura, ò C, che vada posta sotto l'8. puntato, preso il 74. fin'hora trouato, lo triplaremo, & fà 222 A, & questo moltiplicaremo per il medesmo 74. & fà 16428. Ouero *(senza tener conto hora dell'A, & resultarà l'istesso)* quadraremo, cioè moltiplicaremo in se medesmo il 74. fin'hora trouata, & fà 5476. quale triplaremo, & fà 16428. à questo accompagnaremo vn zero da man destra, & haueremo 164280. che sarà il B, cioè il B, è quello, che nasce ad accōpagnare vn zero destro al triplo del quadrato della radice trouata, qual B, si consideri quante volte egli entri in 1510354. & si vede, che v'entra 9. volte, largamente, perilche poneremo il C, figura della ℞, che và posta sotto all'8. puntato essere 9. Questo C 9. moltiplicaremo per il triplo di 74. antecedente radice trouata, cioè per 222. *(che si chiamaua A,)* & fà 1998. al quale giongeremo il B 164280. & la somma 166278. moltiplicaremo per l'istesso C 9. & fà 1496502. *(che è decine, rispetto al cubo di C,)* con il quale sommaremo il cubo di 9 C, cioè 729. occupādo vn luogo destro di più, cioè ponendo il 72. del 729. sotto al 02. del 1496502. & la somma sarà 14965749. quale, perche si può cauare dal totale 15103548. siamo sicuri il 9 C, adoprato essere la figura cercata, onde postala sotto all'8. puntato, faremo anco la sottrattione occorrente, & resta 137799. à questo si accompagnaranno le tre figure seguenti, che contēgono il seguente punto, cioè 053. & si hauerà 137799053. da cercare hora con esso quale sia il C, ò figura da scriuere sotto al 3. pūtato, & però al modo solito quadraremo il 749. fin'hora trouato, & esso quadrato 561001. moltiplicaremo per 3. accompagnando poi al prodotto vn zero destro & hauere-mo 1683003 0. che è il B, da trouare con esso il C, vedendo quante volte questo B, entri nel 13779905. che si hà *(che il 3. puntato vltima figura, ò prima destra non si adopra con il B,)* ma vediamo, che non v'entra alcuna volta, però il C, sarà o. onde o. sarà la figura da scriuere sotto al 3. puntato, & hora senza fare operatione alcuna

cuna con esso o. perche saria superfluo *(vedendosi, che à moltiplicare il triplo del 749. per esso o faria o. al quale gionto il B, & moltiplicata la somma (che saria l'istesso B,) per il medesmo o. faria o. al quale gionto il cubo dell'istesso C o. posto vn luogo destro più auanti la somma, saria pur o. che cauata dal totale 137799053. restaria pure il medesmo 137799053.)* noi vedendo, che la ℞ fin'hora trouata è 7490. & auanza 17799053. à questo auanzo accompagnaremo l'altre tre figure seguenti, che comprendono il seguente punto, cioè 126. & haueremo 137799053. mediante il quale, & il 7490. trouato, cercaremo la seguente figura della radice da scriuere sotto al 6. puntato, Perilche al modo solito sempre, al triplo del quadrato del 7490. accompagnaremo vn zero destro, & formaremo il B, ma per questa operatione ci seruirà la già vltimamente fatta, accompagnando al B 16830030. già trouato *(continente il triplo del quadrato del 749. & vn zero destro di più)* dui zeri destri, per causa dell'vn zero destro del 7490. il quadrato del quale, oltre al quadrato della sua parte sinistra 749 hauerà dui zeri destri *(come si vede considerando la differenza, che è da moltiplicare 7490. via 7490. à moltiplicare solo 749. via 749.)* & così haueremo 1683003000. per il B, presente, da vedere quante volte egli entri nel numero sopradetto, che si hà remosso il 6. puntato, cioè nel solo 13779905312. & vedremo, che vi entra 8. volte largamente, onde posto il C, essere questo 8. lo moltiplicaremo al solito, via il triplo di 7490. radice trouata, cioè via 22470. & fà 179760. al quale giõgeremo il B, & la somma moltiplicaremo per l'istesso 8 C, & fà 13465462080. da giongerli il cubo d'esso C, cioè 512. accommodatogli sotto, ò à mente vna figura, ò luogo più inanzi dalla banda destra, & la somma sarà 13465462131 2. che si può cauare dal 137799053110. totale *(& però l'8 C, adoprato è buono, & si porerà sotto al 6. puntato)* & resta 3144431814. che è l'vltimo auanzo, non restando altre figure nel numero dato da adoprare, Et così haueremo trouato la ℞ cuba del numero dato essere 74908. & auanzare il detto 3144431814. da formarne il rotto propinquo al modo già detto, per accõpagnare al 74908.

Applicatione della Radice Cuba.

LA radice cuba hà il suo vso, ò s'adopra nel trattare delli corpi alla similitudine, che serue la ℞ quadra, trattando delle superficie, che per esempio, dicendosi, Vna superficie quadrata è grande 64. piedi, si domanda quanto è per lato; per trouarlo, si piglia la ℞ quadra del 64. & perche ella è 8. si risponde ciascun lato di tal superficie essere 8. Similmente nelli corpi, dicendosi, Vn corpo cubo *(cioè di forma di dado, che hà gl'angoli retti, & tutti i lati delle sue sei superficie quadrate, che lo serrano eguali fra loro, & perciò la lunghezza d'esso corpo è eguale alla sua larghezza, & ciascuna di loro è eguale alla sua altezza)* è grande piedi 512. corporei *(che piede corporeo, ò vogliamo dire vn piede corporeo si intende essere vn dado, ò cubo, che sia lungo, & ancor largo, & ancora alto vn piede; Che vn piede superficiale poi s'intende essere vna superficie quadra, lunga 1. piede, & larga 1. piede)* si domanda, quanto è per lato esso cubo? Per trouarlo, si piglia la ℞ cuba del 512. & perche ella è 8. si risponde ciascun lato del cubo essere 8. Et nelli corpi sferifici, dicendosi, Si domanda vna palla di metallo, che pesi libre 99. quanto douerà essere grossa, ò alta, supponendo, che ogni piede cubo, ò corporeo à guisa di dado di tal sorte di metallo pesi libre 7. Noi prima vedremo quanti piedi corporei saria essa palla, partendo libre 99. suo peso per 7. numero delle libre, che è il peso d'vn piede corporeo, & ne viene $14\frac{1}{7}$. quale è il numero delli piedi della grandezza della palla, poi, perche per le regole Geometriche ci è noto, che ciascuna palla è *(prossimo al vero incognito)* li $\frac{1}{2}\ \frac{1}{7}$. del cubo, ò dado, che la circonscriuesse, ò hauesse per lato la grossezza d'essa palla, vedremo quanto saria la grandezza del cubo, che hauesse per lato la grossezza della proposta, dicendo, Se quando la palla è 11. di grãdezza, il cubo di eguale altezza è grande 21. essendo mò la grandezza della palla $14\frac{1}{7}$. quanto sarà la grandezza del cubo? Onde moltiplicando $14\frac{1}{7}$. per 21. che fà 297. & questo partẽdo per 11. che ne viene 27. questo 27. sarà la grandezza del cubo, & hora pigliaremo la ℞ cuba d'esso 27. che è 3. & però 3. sarà ciascun lato del cubo; perilche diremo, che la palla proposta douerà hauere di grossezza, ò altezza piedi 3.

Si può anco notare, che così come la ℞ quadra, & i numeri quadrati seruono à proportionare, ò à trouare le proportioni, che hanno fra loro le figure superficiali simili, così anco la ℞ cuba, & i numeri cubi seruono à proportionare, ò à trouare le proportioni, che hanno fra loro li corpi simili; Che per esempio, dicendosi; Vn Triangolo, ò vn Quadrangolo, ò vn Pentagono, &c. hà per lato, ò base, ò altezza misure 15. si domanda, volendo fare vn'altro Triangolo simile, ò Quadrangolo, ò Pentagono, &c. che sia la nona parte di quello, quanto hauerà similmente per lato, ò base, ò altezza? Noi, perche il primo del 15. è nonuplo al da farsi, pigliaremo la

℞ quadra

℞ quadra di questo 9. denotante il nonuplo, & è 3. con il quale 3. partiremo il 15. & ne viene 5. & questo 5. sarà il lato, ò base, ò altezza della figura, ò superficie da farsi alla similitudine della proposta: Et così anco se d'vn cerchio il diametro sia 15. il cerchio poi, al quale questo sia nonuplo, douerà hauere per diametro 5. Et conuersamente dicendosi, Di due superficie simili, ò di dui cerchi l'vna hà di diametro, ò altezza 5. & l'altro 15. domando quante volte il grande, ò maggiore contiene il piccolo, ò minore; Noi partiremo 15. per 5. che ne viene 3. *(mostrando, che il diametro del grande è triplo al diametro del piccolo)* & questo 3. quadraremo, ò vogliamo dire moltiplicaremo in se medesmo, cioè per l'istesso 3. & fà 9. qual 9. mostra, che il grande contenirà 9. volte il piccolo; O perche 5. è l'$\frac{1}{3}$. di 15. quadraremo quest' $\frac{1}{3}$. & fà $\frac{1}{9}$. & diremo, che il piccolo è l'$\frac{1}{9}$. del grande.

Nelli corpi mò, dicendosi, Vna piramide, ò colonna, ò altro corpo è alto misure 15. si domanda, volendo vn'altra piramide, ò colonna, ò altro corpo simile al proposto, che sia l'ottaua parte di quello, quanto egli sarà alto; Noi, perche il primo del 15. è ottuplo al da farsi, pigliaremo la ℞ cuba di quest' 8. denotante l'ottuplo, & è 2. con il quale 2. partiremo il 15. & ne viene $7\frac{1}{2}$. quale $7\frac{1}{2}$. sarà l'altezza del corpo, che si vuole, & così anco, Se d'vna palla l'altezza, ò grossezza sia 15. la palla poi simile, alla quale questa sia ottupla, douerà esser'alta, ò grossa $7\frac{1}{2}$.

Et conuersamente dicendosi, Di dui corpi, ò palle simili, l'vno è alto $7\frac{1}{2}$. & l'altro 15. domando quante volte il grande, ò maggiore cōtiene il piccolo, ò minore, Noi partiremo 15. per $7\frac{1}{2}$. che ne viene 2. *(mostrãdo, che l'altezza del grande è 2. volte quanto l'altezza del piccolo)* & questo 2. cubaremo, cioè moltiplicaremo per l'istesso 2. & il prodotto 4. moltiplicaremo anco per l'istesso 2. & fà 8. quale 8. mostra, che il grande contenirà 8. volte il piccolo; O perche $2\frac{1}{2}$. altezza del piccolo è la mità, cioè l'$\frac{1}{2}$. di 15. altezza del grande, cubaremo questo $\frac{1}{2}$. *(cioè moltiplicaremo $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. che fà $\frac{1}{4}$. via $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{8}$.)* & l'$\frac{1}{8}$. suo cubo mostrarà, che il piccolo è l'$\frac{1}{8}$. del grande.

Et parlando de' corpi, sappiasi, che ogni piramide regolare è la terza parte della colonna, egualmente grossa, à lei simile, della medesma altezza, ò sia, cioè tonda, ò sia laterata, hauendo per base vn Triangolo, ò Quadrangolo, ò Pentagono, Esagono, Ottagono, ò altra superficie, Et perciò per trouare la grandezza corporea d'alcuna piramide, bisogna moltiplicare la grandezza della superficie della sua base, via la terza parte della sua altezza *(che altezza è quella linea imaginaria, quale partendosi dal punto, che è cima della piramide, và perpendicolarmente nel centro, ò punto di mezo della superficie, che è sua base)* Ma nelle colonne la grandezza corporea si troua moltiplicando la grandezza della superficie della sua base, via la totale altezza della colonna, che il prodotto è la grandezza corporea, Onde se haueremo vna colonna quadrata *(ò pilastro)* che sia per lato piedi 5. & sia alta piedi 40. noi, quanto al quadro della base, moltiplicaremo 5. lunghezza, via 5. larghezza, & fà piedi 25. per la grandezza della base, quale 25. moltiplicaremo per 40. altezza, & fà piedi 1000. però si dirà, che essa colonna contiene piedi 1000. corporei, che sono 1000. dadetti cubi, lunghi 1. piede, & larghi 1. piede, & alti medesmamente 1. piede, La piramide mò quadrata fatta sopra la medesma base di 5. piedi per lato, & alta medesmamente piedi 40. saria grande la terza parte delli piedi 1000. della sua colonna, & però conteniria solo piedi $333\frac{1}{3}$. corporei, Et l'istesso auuiene nell'altre.

Dalle cose dette si viene in cognitione del modo facile di comporre le Tauole da conoscere, mediante la grossezza, ò altezza d'vna palla d'artigliaria, quanto ella pesi, & consequētemente quanta poluere se gli habbi da accompagnare nel fare il suo tiro *(stante la proportione, che deue hauere il peso della poluere al peso della palla, secondo le diuerse materie d'esse palle, ò ferro, ò pietra, ò altro, & anco, secondo le diuerse finezze, ò qualità della poluere, come apporti l'vso, ò esperienza, ò giudicio di chi le adopera)* Et questa si fà hauendo pesata vna palla grande *(per maggiore commodità, & sicurezza)* della sorte, ò qualità delle palle, per le quali si vuole fare la tauola, ben tonda, & pulita, & presane anco diligentemente la sua altezza, ò grossezza, & da questa cognitione si vien trouando il peso di ciascun'altra palla simile, di che altezza si vogli, che per esempio, Essendo io giouine, in Perugia, al tempo, che vi leggeuo Euclide, nello Studio, l'anno 1572. desiderando l'Illustre Sig. Fuluio Mascalchi, Castellano della Fortezza, di fare vna Tauola per seruitio d'essa; si prese vna palla di ferro della Colubrina, che chiamano la Paulina, & si vidde, che pesaua 66. libre Perugine, & era alta, ò grossa vn mezo piede Perugino, qual piede per cōmodità si suppose essere diuiso in 120. parti, & però la grossezza della palla detta era 60. d'esse parti, ma la bocca della Colubrina era 63. delle medesme parti; & mediante questa esperienza, ò cognitione fabricai la seguente Tauola; che cominciando da vna palla piccola, che fusse grossa 10. d'esse parti, cioè $\frac{1}{12}$. di piede, si cuba esso 10. & fà 1000. & anco si cuba il 60. altezza della palla di peso noto, & fà 216000. poi si dice, Se il cubo 216000. dà libre 66. di peso, che

darà

darà il cubo 1000? & *(operando come insegna la Regola chiamata del Tre)* vedremo, che darà oncie $3\frac{2}{3}$. perilche si dirà, che la palla, che sia alta parti 10. ò vn duodecimo di piede, douerà pesare oncie $3\frac{2}{3}$. *(Il che anco si conosce, vedendo, che per essere l'altezza della palla piccola di 10. parti, l'$\frac{1}{6}$. dell'altezza della palla grande di 60. parti, cubando questo $\frac{1}{6}$. (cioè dicendo $\frac{1}{6}$. via $\frac{1}{6}$. via $\frac{1}{6}$.) che fà $\frac{1}{216}$. questo mostra, che la piccola è l'$\frac{1}{216}$. della grandezza, & però del peso della grande, onde pigliando l'$\frac{1}{216}$. di 66. libre, cioè partendo 66. libre, ò vogliamo dire 792. oncie per 216. (ò (schisando per 6.) partendo 11. libre per 36. & anco schisando per 12. (che le libre douentaranno oncie) partẽdo 11. oncie per 3.) ne viene oncie $3\frac{2}{3}$. & questo è il peso della palla piccola)* Et per trouare il peso della palla, che sia alta, ò grossa 11. parti, cubaremo questo 11. *(che 11. via 11. fà 121. & questo 121. di nuouo via 11. fà 1331.)* & essendo 1331. il cubo di 11. Et 216000. il cubo di 60. diremo, Se il cubo 216000. da libre 66. di peso, che peso darà il cubo 1331. O schisando la prima, & seconda delle tre quantità per 6. potremo dire, Se 3600. da libre 11. che darà 1331? Et anco potremo dire, schisando per 12. la prima, & seconda quantità *(che così le 11. libre si riducono ad 11. oncie)* Se 3000. da oncie 11. che darà 1331? onde moltiplicando insieme la seconda, & terza delle tre quantità, cioè 11. via 1331. & il prodotto 14641. partendo per 3000. prima delle tre quantità *(cioè 14. milia, & 641. per 3. milia)* ne viene $4\frac{2}{3}$. & $\frac{641}{3000}$. cioè $4\frac{2641}{3000}$. che sono le oncie del peso della palla piccola, cioè ella pesarà oncie $4\frac{2641}{3000}$. ma perche il rotto $\frac{2641}{3000}$. che significa delle 3000. parti d'vn'oncia le 2641. è poco minore d'vn'oncia intiera, egli si potrà pigliare per 1. oncia, & però dire, che detta palla pesarà quasi oncie 5. ò oncie 5. poiche nelle cose simili materiali non si attende alla esquisita precisione astratta nelle quantità difficili da trouarsi. Et perciò nella fabrica della Tauola, che è la seguente, non si è tenuto cõto delli rotti di poco momento, se bene alle volte vi si veggono notati delli terzi, sesti, & ottaui d'oncia.

Si può anco auuertire dall' hauer notato, che quando l'altezza d'vna palla è doppia all'altezza d'vn'altra, allhora *(perche il cubo di 2. denominatore della proportione doppia, ò dupla è 8.)* la grandezza, ò peso dell'vna è ottuplo, ò vogliamo dire 8. tanti della grãdezza, ò peso dell'altra; Et conuersamente quando l'altezza dell'vna è la mità dell'altezza dell'altra, allhora la grandezza, ò peso dell'vna è l'ottauo della grandezza, ò peso dell'altra, Et se l'altezza è tripla all'altezza *(perche il cubo di 3. denominatore della proportione tripla è 27)* allhora la grandezza, ò peso è 27. vplo, cioè 27. tanti della grandezza, ò peso; Et conuersamente se l'altezza dell'vna è l'$\frac{1}{3}$. dell'altezza dell'altra, allhora la grandezza, ò peso dell'vna è l'$\frac{1}{27}$. della grandezza, ò peso dell'altra; Et se l'altezza è 4. volte, ò 5. ò 6. volte quanto l'altezza, ò sia l'$\frac{1}{4}$. ò l'$\frac{1}{5}$. ò, l'$\frac{1}{6}$. allhora la grandezza, ò peso è 64. volte, ò 125. ò 216. volte, quanto la grandezza, ò peso, ò l'$\frac{1}{64}$. ò l'$\frac{1}{125}$. ò l'$\frac{1}{216}$. Di quì si vede, che senza molta fatica di calcolare, si può in gran parte construere la Tauola con vna sola moltiplicatione, ò con vna sola partitione, Poiche sapendo della palla di 60. parti d'altezza il peso essere 66. libre, conosciamo, che partendo esse libre 66 per 8. cubo di 2. & ne viene libre $8\frac{1}{4}$. cioè libre 8. & oncie 3. questo douerà essere il peso della palla, che per altezza sia solo parti 30. al quale l'altezza di parti 60 è doppia; Et quella, che sia alta parti 15. pesarà l'ottauo di esse libre 8. & oncie 3. cioè solo libre 1. & oncie $\frac{3}{8}$. che è alquanto più d'oncie $\frac{1}{3}$. Et così, mediante le quasi oncie 5. che pesa la alta parte 11. sapremo, che la alta il doppio, cioè parti 22. pesarà otto volte tanto, cioè quasi oncie 40. *(che 8. volte 5. fà 40.)* & però nella Tauola è notato per libre 3. oncie 3. che sono oncie 39. Et la alta parti 44. pesarà otto tanti di questa, cioè libre 26. se bene esso peso trouato con maggior diligenza, mediante il cubo di 44. & di 60. è scritto nella Tauola libre 26. oncie 1. Et così si potrà fare nelle simili; Anzi vediamo, che hauendo calcolata la Tauola con diligenza al modo ordinario con i cubi delle parti dell'altezza, potremo poi anco, mediante l'altro modo breue detto, chiarirci se vi fusse errore. Che per esempio, vedendo, che la palla alta parti 13. pesa oncie 8. & quella di parti 26. doppio al 13. pesa libre 5. & oncie 4. che sono oncie 64. perche questo 64. oncie è ottuplo all'oncie 8. si viene ad assicurarsi, che il calcolo loro stia bene; Et così, perche la alta 3. volte 13. cioè 39. parti, deue pesare 27. volte oncie 8. cioè libre 18. vedendosi, che nella Tauola si dice il suo peso essere libre 18. & oncie $1\frac{1}{2}$. siamo sicuri, che i loro calcoli stiano bene, ancorche la Tauola mostri le oncie $1\frac{1}{2}$. di più; il che ci fà accorti, che la palla di parti 13. deue pesare qualche poca cosa *(se bene non di momento)* più delle oncie 8. Et questo basti, che anzi io mi sono dilatato molto, accioche essendo questo discorso pertinente in particolare à persone militari, fra le quali si trouino delli non molto esperti nelli numeri, essi ancora ciò non ostante, ne possino cauare basteuole intelligenza.

Tauola per sapere quanto pesi, à peso di Perugia (*Città Augusta, capo dell'Vmbria, & famosa per lo Studio vniuersale delle Scienze, & persone Illustri in esse, & nella Militia*) vna Palla tonda di ferro da Artiglia-ria; sapendo quante delle sottonotate parti è la sua grossezza, ò altezza.

Il piede Perugino si suppone diuiso in centouinti parti eguali, & vna Palla, che habbi di altezza, ò grossezza dieci di esse parti (*che è vn duodecimo di piede*) pesa oncie $3\frac{2}{3}$. in circa; pesando quella di parti 60. (*presa per esemplare fondamento*) libre 66.

Parti	Peso libre	oncie		Parti	Peso libre	oncie
10	libre	oncie $3\frac{2}{3}$		56	libre 53	oncie 8
11		5		57	56	7
12		$6\frac{1}{3}$		58	59	7
13		8		59	62	9
14		10	Palla della Paulina	60	66	
15	libre 1	oncie $\frac{1}{3}$		61	69	4
16	1	3		62	72	9
17	1	6	Bocca della Paulina	63	76	5
18	1	$9\frac{1}{2}$		64	80	
19	2	1		65	83	10
20	2	$5\frac{1}{3}$		66	87	10
21	2	10		67	91	$10\frac{2}{3}$
22	3	3		68	96	
23	3	$8\frac{1}{2}$		69	100	
24	4	$2\frac{2}{3}$		70	104	8
25	4	9		71	109	4
26	5	4		72	114	
27	6			73	118	10
28	6	8		74	123	10
29	7	$5\frac{1}{3}$		75	128	10
30	8	3		76	134	
31	9	1		77	139	5
32	10			78	145	
33	11			79	150	$7\frac{2}{3}$
34	12			80	156	$5\frac{1}{3}$
35	13	1		81	162	4
36	14	3		82	168	6
37	15	6		83	174	$8\frac{1}{2}$
38	16	9		84	181	1
39	18	$1\frac{1}{2}$		85	187	6
40	19	$6\frac{2}{3}$		86	194	
41	21	$\frac{2}{3}$		87	201	
42	22	8		88	208	2
43	24	$3\frac{1}{2}$		89	215	5
44	26	1		90	222	9
45	27	$10\frac{1}{8}$		91	230	3
46	29	$8\frac{5}{6}$		92	238	
47	31	8		93	245	10
48	33	$9\frac{1}{2}$		94	253	$9\frac{1}{2}$
49	35	$11\frac{1}{2}$		95	262	
50	38	$2\frac{1}{3}$		96	270	4
51	40	$6\frac{1}{3}$		97	278	$10\frac{1}{2}$
52	42	$11\frac{1}{2}$		98	287	7
53	45	$5\frac{2}{3}$		99	296	6
54	48	$1\frac{1}{3}$		100	305	$6\frac{2}{3}$
55	50	10				

il cubo 3000. pesa oncie 11

94
94
8836
94
35344
79524
830584
11
9136424
$3045\frac{1}{2}$
lib. 253. $9\frac{1}{2}$

95
95
9025
171475
857375
11
9431125
3144
lib. 262

96 60
8 5
512 125
66
33792
$6758\frac{2}{5}$
lib. 270. 4

97
97
9409
65863
84681
912673
11
10039403
$3346\frac{1}{2}$
278. $10\frac{1}{2}$

98
98
9604
134456
941192
10353112
3451
lib. 287. 7

100 60
5 3
125 27
66
8250
lib. 305. $6\frac{2}{3}$

TAVOLA

Delle cose principali contenute in quest'Opera.

ALLI LETTORI.

IL laborioso, & inquieto stato dell'animo *(oltre alla continua pericolosa indispositione del corpo, che mi trauaglia giorno, & notte)* mi hà talmente tolto il poter discorrere, regolare, ordinare, & facilitare, come soleuo, intorno alle cose, che mi proponeuo di scriuere, che se io non tenessi per fermo, che li giudiciosi Lettori con amoreuole benignità fussero per hauere risguardo à ciò, io non ardirei di scriuere; onde confidato nella bontà loro, hò giudicato esser ben fatto durar fatica *(che con grande difficultà, & discommodo seruo quel poco di tempo, che mi sforzo impiegarui)* che questi miei fragmenti nati improuisamente in diuersi tempi, più tosto rozzamente, & inordinatamente vengano in luce, che, che essi stiano occulti, & vadano in obliuione, poiche così ancora potranno giouare à molti felici ingegni, già introdotti à bastanza per intenderli à pieno, & fargli prender diletto di ordinarli, ampliarli, & ridurli à perfettione. Preghiamo N. S. DIO, à laude, & gloria del quale deuono essere indrizzati tutti li nostri pensieri, & attioni, che per sua somma bontà, & misericordia ci liberi da gl'infortunij, & ci dia continua prosperità, acciòche continuamente ancora operiamo à gloria di Sua Diuina Maestà, con ornamento delle Dottrine, & beneficio vniuersale.

Finij questa copia, data alla Stampa, Lunedì alli 11. Agosto 1597. à hore 21 $\frac{1}{2}$. nella stanza in S. Petronio vecchio, contrada di Bologna, essendo fatta la prima bozza alcuni anni auanti.

LAVS DEO SEMPER.